

ISSN 1026–2237

DOI 10.18522/1026–2237

ИЗВЕСТИЯ  
ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

*Северо-Кавказский  
регион*

---

ЕСТЕСТВЕННЫЕ

НАУКИ

2021

1

## Журнал основан в 1972 г. Ю.А. Ждановым

### Редакционная коллегия:

В.Е. Закруткин – председатель редколлегии, доктор геол.-мин. наук, профессор, Южный федеральный университет, Россия  
В.А. Бабешко – академик РАН, доктор физ.-мат. наук, профессор, Кубанский государственный университет, Россия  
Б.С. Карамурзов – доктор техн. наук, профессор, Кабардино-Балкарский государственный университет им. Х.М. Бербекова, Россия  
В.И. Колесников – академик РАН, доктор техн. наук, профессор, Ростовский государственный университет путей сообщения, Россия  
Ю.Ф. Коробейник – доктор физ.-мат. наук, профессор, Южный федеральный университет, Россия  
А.Г. Кусраев – доктор физ.-мат. наук, профессор, Южный математический институт ВНЦ РАН, Россия  
Г.Г. Матишов – академик РАН, доктор геол.-мин. наук, профессор, Федеральный исследовательский центр, Южный научный центр РАН, Россия  
В.И. Минкин – академик РАН, доктор хим. наук, профессор, Южный федеральный университет, Россия  
М.Х. Рабаданов – доктор физ.-мат. наук, профессор, Дагестанский государственный университет, Россия  
Э.З. Эмирбеков – доктор биол. наук, профессор, Южный федеральный университет, Россия  
В.Н. Труфанов – зам. председателя редколлегии, доктор геол.-мин. наук, профессор, Южный федеральный университет, Россия  
А.В. Абанин – доктор физ.-мат. наук, профессор, Южный федеральный университет, Россия  
О.С. Безуглова – доктор биол. наук, профессор, Южный федеральный университет, Россия  
Н.И. Бойко – доктор геол.-мин. наук, профессор, Южный федеральный университет, Россия  
А.В. Бочкарев – доктор геол.-мин. наук, профессор, Российский государственный университет нефти и газа им. И.М. Губкина, Россия  
Л.С. Ворович – кандидат физ.-мат. наук, доцент, Южный федеральный университет, Россия  
О.Н. Демина – доктор биол. наук, профессор, Карачаево-Черкесский государственный университет им. У.Д. Алиева, Россия  
А.Г. Захаров – доктор техн. наук, профессор, Южный федеральный университет, Россия  
Л.М. Зубов – доктор физико-математических наук, профессор, Южный федеральный университет, Россия  
Я.М. Ерусалимский – зам. председателя редколлегии, кандидат физ.-мат. наук, доктор техн. наук, профессор, Южный федеральный университет, Россия  
М.И. Карякин – доктор физ.-мат. наук, доцент, Южный федеральный университет, Россия  
С.Б. Климентов – доктор физ.-мат. наук, профессор, Южный федеральный университет, Россия  
С.И. Колесников – кандидат геогр. наук, доктор с.-х. наук, профессор, Южный федеральный университет, Россия  
Е.М. Колосова – кандидат физ.-мат. наук, Южный федеральный университет, Россия  
Г.В. Куповых – доктор физ.-мат. наук, профессор, Южный федеральный университет, Россия  
С.В. Курбатов – доктор хим. наук, профессор, Южный федеральный университет, Россия  
А.М. Лерер – доктор физ.-мат. наук, профессор, Южный федеральный университет, Россия  
В.А. Миноранский – доктор с.-х. наук, профессор, Южный федеральный университет, Россия  
В.В. Онищенко – доктор геогр. наук, профессор, Карачаево-Черкесский государственный университет им. У.Д. Алиева, Россия  
О.В. Назаренко – кандидат геогр. наук, доцент, Южный федеральный университет, Россия  
Г.В. Пироговская – доктор с.-х. наук, профессор, Институт почвоведения и агрохимии НАН РБ, Белоруссия  
В.С. Рабинович – доктор физ.-мат. наук, профессор, Национальный политехнический институт, Мексика  
Ю.А. Устинов – доктор физ.-мат. наук, профессор, Южный федеральный университет, Россия  
П. Фатталь – доктор наук, профессор, Университет Нанта, Франция  
Ю.А. Федоров – доктор геогр. наук, профессор, Южный федеральный университет, Россия  
А.Д. Хованский – кандидат геол.-мин. наук, доктор геогр. наук, профессор, Южный федеральный университет, Россия  
Е.А. Шинкаренко – ответственный секретарь журнала, Южный федеральный университет, Россия  
Т.А. Ватульян – ответственный секретарь по издательской деятельности журнала, Южный федеральный университет, Россия

### Учредители:

Дагестанский государственный технический университет,  
Дагестанский государственный университет,  
Донской государственный технический университет,  
Кабардино-Балкарский государственный университет им. Х.М. Бербекова,  
Кубанский государственный технологический университет,  
Ростовский государственный университет путей сообщения,  
Ростовский государственный экономический университет (РИНХ),  
Южно-Российский государственный политехнический университет им. М.И. Платова,  
Южный федеральный университет

Над номером работали: Л.С. Ворович, Е.М. Колосова, В.И. Литвиненко, О.В. Назаренко, Н.Г. Шатравкина, М.С. Шипитко

Подписано в печать 29.03.2021. Выход в свет 31.03.2021. Формат 60×84 1/8. Бумага офсетная.  
Шрифт Times. Усл. печ. л. 14,88. Уч.-изд. л. 16,32. Тираж 250 экз. Заказ № 8000

Адрес редакции и издателя (для переписки): 344006, г. Ростов-на-Дону, ул. Большая Садовая, 105/42, ЮФУ,  
журнал «Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион. Естественные науки»,  
e-mail: [izvestiya@sfedu.ru](mailto:izvestiya@sfedu.ru), адрес в Интернете: [www.izvestiya.sfedu.ru](http://www.izvestiya.sfedu.ru)

Адрес редколлегии: 344090, г. Ростов-на-Дону, пр. Стачки, 200/1, корп. 2, к. 110,  
тел.: +7 (863) 218-40-00 доб. 11-093; доб. 11-094.

Отпечатано в отделе полиграфической, корпоративной и сувенирной продукции  
Издательско-полиграфического комплекса КИБИ МЕДИА ЦЕНТРА ЮФУ,  
344090, г. Ростов-на-Дону, пр. Стачки, 200/1, корп. 1, к. 104, тел. +7 (863) 247-80-51

**Journal was founded in 1972 by Yu.A. Zhdanov**

**Editorial Board:**

V.E. Zakrutkin - Chairman of the Editorial Board, Doctor of Geology and Mineralogy, Professor, Southern Federal University, Russia  
V.A. Babeshko - Academician, Russian Academy of Sciences, Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Kuban State University, Russia  
B.S. Karamurзов - Doctor of Technical Sciences, Professor, Berbekov Kabardino-Balkarian State University, Russia  
V.I. Kolesnikov - Academician, Russian Academy of Sciences, Doctor of Technical Sciences, Professor, Rostov State Transport University, Russia  
Yu.F. Korobeinik - Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Southern Federal University, Russia  
A.G. Kusraev - Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Southern Mathematical Institute, Vladikavkaz Scientific Center, Russian Academy of Sciences, Russia  
G.G. Matishov - Academician, Russian Academy of Sciences, Doctor of Geology and Mineralogy, Professor, Federal Research Center the Southern Scientific Center, Russian Academy of Sciences, Russia  
V.I. Minkin - Academician, Russian Academy of Sciences, Doctor of Chemistry, Professor, Southern Federal University, Russia  
M.H. Rabadanov - Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Dagestan State University, Russia  
E.Z. Emirbekov - Doctor of Biology, Professor, Southern Federal University, Russia  
V.N. Trufanov - Deputy Chairman of the Editorial Board, Doctor of Geology and Mineralogy, Professor, Southern Federal University, Russia  
A.V. Abanin - Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Southern Federal University, Russia  
O.S. Bezuglova - Doctor of Biology, Professor, Southern Federal University, Russia  
N.I. Boiko - Doctor of Geology and Mineralogy, Professor, Southern Federal University, Russia  
A.V. Bochkarev - Doctor of Geology and Mineralogy, Professor, Gubkin Russian State University of Oil and Gas, Russia  
L.S. Vorovich - Candidate of Physics and Mathematics, Associate Professor, Southern Federal University, Russia  
O.N. Dyomina - Doctor of Biology, Professor, Aliev Karachay-Cherkess State University, Russia  
A.G. Zakharov - Doctor of Technical Sciences, Professor, Southern Federal University, Russia  
L.M. Zubov - Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Southern Federal University, Russia  
Ya.M. Erusalimsky - Deputy Chairman of the Editorial Board, Candidate of Physics and Mathematics, Doctor of Technical Sciences, Professor, Southern Federal University, Russia  
M.I. Karjakin - Doctor of Physics and Mathematics, Associate Professor, Southern Federal University, Russia  
S.B. Klimentov - Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Southern Federal University, Russia  
S.I. Kolesnikov - Candidate of Geography, Doctor of Agricultural Science, Professor, Southern Federal University, Russia  
E.M. Kolosova - Candidate of Physics and Mathematics, Southern Federal University, Russia  
G.V. Kupovykh - Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Southern Federal University, Russia  
S.V. Kurbatov - Doctor of Chemistry, Professor, Southern Federal University, Russia  
A.M. Lerer - Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Southern Federal University, Russia  
V.A. Minoranskiy - Doctor of Agricultural Science, Professor, Southern Federal University, Russia  
V.V. Onishchenko - Doctor of Geography, Professor, Aliev Karachay-Cherkess State University, Russia  
O.V. Nazarenko - Candidate of Geography, Associate Professor, Southern Federal University, Russia  
G.V. Pirogovskaya - Doctor of Agricultural Science, Professor, Institute of Soil Science and Agrochemistry, National Academy of Sciences of Belarus, Belarus  
V.S. Rabinovich - Doctor of Physics and Mathematics, Professor, National Polytechnic Institute, Mexico  
Yu.A. Ustinov - Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Southern Federal University, Russia  
P. Fattal - PhD, Professor, University of Nantes, France  
Yu.A. Fedorov - Doctor of Geography, Professor, Southern Federal University, Russia  
A.D. Khovanskiy - Candidate of Geology and Mineralogy, Doctor of Geography, Professor, Southern Federal University, Russia  
E.A. Shinkarenko - Assistant Editor of the Journal, Southern Federal University, Russia  
T.A. Vatulyan - Assistant Editor for Publishing of the Journal, Southern Federal University, Russia

**The Founders**

Dagestan State Technical University,  
Dagestan State University,  
Don State Technical University,  
Berkov Kabardino-Balkarian State University,  
Kuban State Technological University,  
Rostov State Transport University,  
Rostov State University of Economics,  
Platov South Russian State Technical University,  
Southern Federal University

Magazine released L.S. Vorovich, E.M. Kolosova, V.I. Litvinenko, O.V. Nazarenko, N.G. Shatravkina, M.S. Shipitko

Signed print 29.03.2021. The publication 31.03.2021. Format 60×84 1/8. Offset paper. Font Times.  
Conv. print. sheets 14.88. Publ. sign. 16.32. Edition 250 copies. Order number 8000.

Address of Editorial Board: 344006, Rostov-on-Don, Bolshaya Sadovaya St., 105/42,  
SFU, journal "Bulletin of Higher Educational Institutions. North Caucasus Region. Natural Science",  
e-mail: [izvestiya@sfedu.ru](mailto:izvestiya@sfedu.ru), Web Address: [www.izvestiya.sfedu.ru](http://www.izvestiya.sfedu.ru)

Address of Editorial Board: 344090, Rostov-on-Don, Stachki Ave, 200/1, build. 2, room 110,  
phone +7 (863) 218-40-00 ext. 11-093; ext. 11-094.

Printed in the printing department, and corporate souvenirs,  
Publishing and printing complex KIBI MEDIA CENTER, SFU,  
344090, Rostov-on-Don, Stachki Ave, 200/1, build. 1, room 104, phone (863) 247-80-51

# ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ. СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ РЕГИОН

## BULLETIN OF HIGHER EDUCATIONAL INSTITUTIONS. NORTH CAUCASUS REGION

doi 10.18522/1026-2237-2021-1

*Свидетельство о регистрации  
ПИ № ФС 77 – 77252 от 25.11.2019,  
выдано Федеральной службой по надзору  
в сфере связи, информационных технологий  
и массовых коммуникаций  
Научный журнал  
Издается с 1973 г.  
Периодичность серии 4 номера в год  
№ 1 (209) 2021 г.*

*Registration certificate  
PI No. FS 77 - 77252 dated 25.11.2019  
issued Federal Service for Supervision  
of Communications, Information Technology,  
and Mass Media  
Science magazine  
Published since 1973.  
4 issues per a year  
No. 1 (209) 2021*

### ЕСТЕСТВЕННЫЕ НАУКИ

### NATURAL SCIENCE

#### СОДЕРЖАНИЕ

#### CONTENTS

#### ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ

#### PHYSICAL AND MATHEMATICAL SCIENCES

- Величко В.Е., Мостовых П.С.** Об осесимметричном нагружении пластины на локальной опоре в рамках теории Родионовой – Титаева – Черныха..... 4
- Долгих Т.Ф.** Метод годографа для решения задачи о мелкой воде под твердой крышкой..... 15
- Кудимова А.Б., Наседкин А.В.** О предельных переходах в пространственных задачах гомогенизации двухкомпонентных диэлектрических композитов с экстремальными модулями одной из фаз..... 25
- Хубезхты Ш.С.** Приближенное решение гиперсингулярного интегрального уравнения I рода, ограниченное на обоих концах отрезка интегрирования, с применением рядов Чебышева ..... 33

#### НАУКИ О ЗЕМЛЕ

#### SCIENCES OF EARTH

- Баба-заде В.М., Исмаилова Н.Н., Имамвердиев Н.А., Абдуллаева Ш.Ф.** Геохимические особенности Тулалларского золоторудного поля..... 39
- Безуглова О.С., Попов А.Е., Дубинина М.Н., Скрипников П.Н.** Влияние гуминового препарата «БИО-Дон» на содержание элементов питания в почве и качество черешни ..... 52

<b>Зуев В.В., Павлинский А.В., Мордус Д.П., Нечепуренко О.Е., Ильин Г.Н., Быков В.Ю.</b> Способ прогнозирования зон обледенения воздушных судов на основе радиометрических измерений параметров атмосферы... 59	<b>Zuev V.V., Pavlinsky A.V., Mordus D.P., Nечepurenko O.E., Ilin G.N., Bykov V.Yu.</b> Method for Forecasting Aircraft Icing Zones Based on Radiometric Measurements of Atmospheric Parameters ..... 59
<b>Козырев Д.А., Горбов С.Н., Безуглова О.С., Бураева Е.А., Тагивердиев С.С., Плахов Г.А., Сальник Н.В.</b> Удельная активность радионуклидов и их взаимосвязь с валовым химическим составом почв ..... 70	<b>Kozyrev D.A., Gorbov S.N., Bezuglova O.S., Burayeva E.A., Tagiverdiev S.S., Plakhov G.A., Salnik N.V.</b> Activity Concentration of Radionuclides and Their Correlation with the Total Chemical Content of Soils ..... 70
<b>Косолапов А.Е., Скрипка Г.И., Беспалова Л.А., Глинка В.В., Ивлиева О.В., Сапрыгин В.В.</b> Оценка горизонтальной и вертикальной эрозионной расчлененности водоохранной зоны Цимлянского водохранилища (на примере Дубовского района) ..... 81	<b>Kosolapov A.E. Skripka G.I., Bєspalova L.A., Glinka V.V., Ivlieva O.V., Saprygin V.V.</b> Evaluation of Horizontal and Vertical Erosion of the Water Protection Zone of the Tsimlyansk Reservoir (a Case of Dubovsky District)..... 81
<b>Ткаченко Ю.Ю., Латун В.В., Денисов В.И.</b> Оценка методов расчета значений суммарной солнечной радиации для различных интервалов времени..... 89	<b>Tkachenko Yu.Yu., Latun V.V., Denisov V.I.</b> Estimation of Methods of Calculation of Values of Total Solar Radiation for Different Time Intervals..... 89
<b>Чагарова Л.А.</b> Проблема проведения границы между среднегорьем и высокогорьем на примере дешифрирования космоснимков Передового хребта Карачаево-Черкесии ..... 99	<b>Chagarova L.A.</b> The Problem of Carrying Out the Border Between the Middle East Mountain and the High Altitude on the Example of Decorating the Aerial Photographs of the Peredovoy Ridge, Karachay-Cherkessia ... 99

#### БИОЛОГИЧЕСКИЕ НАУКИ

<b>Афонин А.А.</b> Сезонная динамика длины междоузлий <i>Salix triandra</i> L. (Salicaceae) на фоне кратковременной атмосферной засухи ..... 104	<b>Afonin A.A.</b> Seasonal Dynamics of Internode Length of <i>Salix triandra</i> L. (Salicaceae) Against the Background of Short-Term Atmospheric Drought..... 104
<b>Миноранский В.А., Малиновская Ю.В., Даньков В.И., Колесников С.И.</b> Мониторинг стрепета ( <i>Tetrax tetrax</i> Linnaeus, 1758) на территории заповедника «Ростовский» с середины XX века до 2020 года..... 113	<b>Minoranskiy V.A., Malinovskaya Yu.V., Dankov V.I., Kolesnikov S.I.</b> Little Bustard ( <i>Tetrax tetrax</i> Linnaeus, 1758) Number Observation on the Rostov Nature Reserve Grounds the Middle of 20th Century to 2020 ..... 113
<b>Полякова Н.В.</b> Интродукция охраняемого вида сирени венгерской ( <i>Syringa josikaea</i> Jacq.) на Южном Урале..... 122	<b>Polyakova N.V.</b> Introduction of a Protected Species Hungarian Lilac ( <i>Syringa josikaea</i> Jacq.) in the South Ural..... 122

#### НАУЧНАЯ ЖИЗНЬ

<b>Миноранский В.А., Кулиш А.В.</b> II Международная научно-практическая конференция «Биологическое разнообразие: изучение, сохранение, восстановление, рациональное использование» (г. Керчь, 28–30 сентября 2020 г.)..... 127	<b>Minoranskiy V.A., Kulish A.V.</b> II International Scientific and Practical Conference “Biological Diversity: Study, Save, Restoration, Rational Use” (Kerch, September 28-30, 2020) ..... 127
---	---

#### BIOLOGICAL SCIENCES

#### SCIENTIFIC LIFE

**ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ****PHYSICAL AND MATHEMATICAL SCIENCES**

УДК 539.3

doi 10.18522/1026-2237-2021-1-4-14

**ОБ ОСЕСИММЕТРИЧНОМ НАГРУЖЕНИИ ПЛАСТИНЫ НА ЛОКАЛЬНОЙ ОПОРЕ  
В РАМКАХ ТЕОРИИ РОДИОНОВОЙ – ТИТАЕВА – ЧЕРНЫХ**© 2021 г. В.Е. Величко<sup>1</sup>, П.С. Мостовых<sup>2</sup><sup>1</sup>Институт проблем машиноведения Российской академии наук, Санкт-Петербург, Россия,<sup>2</sup>Санкт-Петербургский государственный политехнический университет, Санкт-Петербург, Россия**AXISYMMETRIC LOADING OF A PLATE ON A LOCAL SUPPORT  
IN THE FRAMEWORK OF THE RODIONOVA-TITAYEV-CHERNYKH THEORY****V.E. Velichko<sup>1</sup>, P.S. Mostovyykh<sup>2</sup>**<sup>1</sup>Institute for Problems in Mechanical Engineering, Russian Academy of Sciences, Saint Petersburg, Russia,<sup>2</sup>Saint Petersburg State Polytechnic University, Saint Petersburg, Russia

Величко Виктор Евгеньевич – аспирант, Институт проблем машиноведения Российской академии наук, Большой пр. В.О., 61, г. Санкт-Петербург, 199178, Россия, e-mail: viktor.velichko@mail.ru

Viktor E. Velichko - Postgraduate, Institute for Problems in Mechanical Engineering, Russian Academy of Sciences, Bolshoi Ave V.O., 61, St. Petersburg, 199178, Russia, e-mail: viktor.velichko@mail.ru

Мостовых Павел Сергеевич – кандидат физико-математических наук, доцент, Высшая школа гидротехнического и энергетического строительства, Инженерно-строительный институт, Санкт-Петербургский государственный политехнический университет, Политехническая ул., 29, Гидрокорпус-1, г. Санкт-Петербург, 195251, Россия, e-mail: mostovyykh\_ps@spbstu.ru

Pavel S. Mostovyykh - Candidate of Physics and Mathematics, Associate Professor, High School of Hydraulic and Power Engineering Structural, Civil Engineering Institute, St. Petersburg State Polytechnic University, Polytechnicheskaya St., 29, Gidrokorus-1, St. Petersburg, 195251, Russia, e-mail: mostovyykh\_ps@spbstu.ru

Рассматривается осесимметричная задача деформации круглой пластины постоянной толщины с центральным отверстием под воздействием собственного веса. Пластина опирается на кольцевую опору. Эта задача возникла в связи с оценкой деформации отражающей поверхности оптического зеркала больших телескопов. Она решается с помощью неклассической теории оболочек Родионовой – Титаева – Черных (РТЧ), учитывающей поперечное обжатие пластины. Решение получено методом ортогональной прогонки Годунова. Оно сравнивается с решением задачи в рамках трехмерной теории упругости с использованием осесимметричных конечных элементов в свободно распространяемом пакете Code Aster. Получены результаты, характеризующие оптическое качество зеркальной поверхности: размах отклонений и среднеквадратичное отклонение. Выполнено параметрическое исследование с вариацией толщины пластины и полуширины опоры. Проведено сравнение двух методов и выявлена нефизичность поведения неклассической теории РТЧ на зеркальной поверхности при увеличении толщины пластины или уменьшении полуширины опоры. Установлен критерий допустимости применения теории РТЧ для данного типа задачи.

**Ключевые слова:** математическое моделирование, теория пластин, модель неклассической теории пластин, поперечное обжатие, оптическая поверхность, метод конечных элементов, Code\_Aster.

*The problem of an axisymmetric bending of a plate with constant thickness under its own weight is considered. The plate has a circular support. The problem is solved in an axisymmetric statement using a nonclassical shell theory of Rodionova-Titaev-Chernykh (RTCh), which takes plate compression in thickness into account. The solution for this theory is obtained using Godunov's orthogonal sweep method. This solution is compared with the solution obtained using the general three-dimensional theory of elasticity, implemented in an open-source package Code\_Aster using axisymmetric finite elements. The motivation for this study is the description of a stress-strain state of some variants of primary mirrors of large optical telescopes under the action of gravity. The obtained results characterizing the optical quality of the mirror surface are: the peak value (PV) and the root-mean square (RMS) of its displacement. A parametric study was carried out, i.e., the thickness of the plate and the half-width of the support were varied. It is shown that, as the plate thickness increases or the half-width of the support decreases, non-physical behaviour of the mirror surface takes place within the limits of the nonclassical theory of RTCh. A criterion of its applicability is therefore proposed.*

**Keywords:** mathematical modeling, plate theory, nonclassical plate theories, plate compression in thickness, optical surface, finite element method, Code\_Aster.

### Описание проблемы

Нобелевские премии по физике последних лет показали, что человечество стремится к освоению Вселенной. Для этого нужны качественные инструменты – оптические телескопы, которые с каждым годом увеличиваются в габаритах. Чем больше габариты главного зеркала телескопа, тем больше излучения может собрать телескоп и, как следствие, тем более слабые источники могут быть им обнаружены.

Точность зеркал оптических телескопов (а современные большие телескопы – это рефлекторы) зависит от качества их изготовления (выведения поверхности, полировки) и от отклика отражающей поверхности зеркала на внешние воздействия, такие как сила тяжести и изменение температуры. Внешние воздействующие факторы приводят к изменению формы и размеров зеркальной поверхности, что влияет на качество оптического изображения. Деформации зеркала обычно бывают чисто упругими, так как перемещения зеркальной поверхности для решения оптических задач должны быть не больше порядка длины волны отражаемого излучения. Обычно для юстировки (настройки оптического прибора) берется красный свет с длиной волны  $\lambda = 632,8$  нм.

Деформация оптической поверхности зеркала под действием внешних усилий определяется видом и местоположением опор. Вид опор может быть разным – это пружинные элементы, гидро- и пневмоподвесы и рычажные механизмы [1]. Расположение опор также может существенно различаться. В данной статье рассматривается зеркало на кольцевой опоре, которая может быть, например, трубкой, наполненной жидкостью или газом под высоким давлением. В дальнейших исследова-

ниях авторы предполагают рассмотреть другие виды опор, с другим расположением, в частности распределенные по концентрическим окружностям точечно расположенные пружинные и рычажные механизмы.

Размер опоры определяет габариты телескопа, дополнительную массу и, что наиболее существенно, тепловые деформации зеркала, связанные с разностью коэффициентов термического расширения опоры и зеркала, выполненного из керамического материала Zerodur, с предельно низким коэффициентом термического расширения [2]. Поэтому размер опоры стремятся уменьшить [1].

Для детального описания напряженно-деформированного состояния оптических зеркал часто применяют метод конечных элементов (МКЭ), один из численных методов решения уравнений теории упругости [3]. Результаты, полученные МКЭ, чувствительны к форме конечных элементов. Кроме того, для правильного разрешения напряженно-деформированного состояния конструкции необходимо использовать 4–5 линейных или 2–3 квадратных элементов по толщине [4]. Меньшее количество элементов может вызвать эффект блокировки поперечного сдвига – явление, проявляемое во время изгиба конструкции. Твердотельный элемент в данном случае будет демонстрировать более жесткое поведение по сравнению с аналитическим решением. Поэтому для описания пространственной задачи теории упругости для тонкостенных конструкций потребуется большое количество конечных элементов правильной формы.

Зеркало телескопа можно представить элементами типа пластин. Существенное преимущество данной модели зеркала в том, что она легко обеспечивает выполнение исследования оптимизации конструкции. Все уравнения, описывающие эффектив-

ные свойства, могут быть включены в оптимизационную задачу для выбора параметров, обеспечивающих наилучшее оптическое качество, наименьший вес и другие требования. Кроме того, этот тип модели пригоден для быстрой разработки оптимальной конструкции зеркала [3].

Так как одной из основных характеристик качества зеркала является размах поперечных отклонений его лицевой поверхности (PV) [5], равный разности между максимальным и минимальным поперечными отклонениями оптической поверхности зеркала, то нужна теория пластин, описывающая деформирование не только поверхности приведения (ПП), но и зеркальной поверхности, в том числе в области действия внешнего, локализованного на небольшой площади усилия.

Для данного типа задачи требуется теория пластин, учитывающая как деформации сдвига, так и поперечное обжатие пластин. К сожалению, большинство теорий пластин и оболочек, включенных в конечно-элементные пакеты, не учитывают поперечное обжатие пластин (теории Кирхгофа – Лява и Рейсснера – Миндлина) [6], а также имеют большие погрешности при приложении сосредоточенных сил, вызванных также эффектом блокировки [7].

Для дальнейших исследований деформаций оптических зеркал телескопов также необходима теория пластин, которая позволит учитывать расширение и уточнение задачи, переменную толщину, многослойность ортотропной пластины, кроме того, использовать двухмерную эквивалентно-жесткую модель для облегченного зеркала [3].

### Подбор подходящей теории пластин для анализа поверхности зеркала

Пластины обычно считаются тонкими, если отношение толщины пластины к ее диаметру не превышает 0,1 [8]. Отношение толщины главного зеркала телескопа к его диаметру может варьироваться от 1/20 до 1/6 [9], поэтому зеркало можно рассматривать как пластину средней толщины.

Для нетонких пластин применение классической теории Кирхгофа – Лява дает существенные погрешности, связанные с тем, что модель Кирхгофа использует бесконечную жесткость поперечного сдвига [10]. Это подтверждается исследованиями, обзор которых дан в [1]. При шарнирном опирании круглой пластины на сплошное опорное кольцо с уменьшением отношения  $h/d$  (где  $h$  – толщина пластины;  $d$  – диаметр пластины) растет превалирование сдвиговых составляющих над изгибными.

В [11] рассматривается расчет облегченных зеркал телескопов и их узлов крепления под действием

силовых и температурных воздействий, в частности задача прогиба пластины на системе сосредоточенных опор под собственным весом. За основу принята модель пластин Тимошенко – Рейсснера.

В [12] решения по теориям пластин Рейсснера, Жилина, Векуа, Редди, Штейгманна, Амбарцумяна сравнивались с решением, полученным в рамках трехмерной теории упругости. Перемещения в обоих случаях были представлены рядом по параметру  $c^2 = \frac{h^2}{12a^2}$ , где  $h$  – толщина пластины;  $a$  –

характерный размер. Рассматривалась изотропная линейно-упругая пластина постоянной толщины. Нагружены лицевая и задняя поверхности пластины (без учета объемных сил).

На основании этого исследования дана рекомендация: чтобы улучшить теорию второго порядка (это может быть полезно для применений, где  $a$  в плоскости пластины намного меньше ширины пластины), необходимо рассматривать приближение третьего порядка, т.е. при формулировании соотношений теории пластин удерживать все члены порядка  $O(c^6)$ . Иначе говоря, для удовлетворительного описания воздействия нагрузки, стремящейся к сосредоточенной перерезывающей силе, необходимо использовать теорию с возможно большим порядком аппроксимации продольных и поперечных перемещений пластины, но не меньше третьего порядка.

Для описания проблемы отклонения отражающей поверхности под действием внешних факторов требуется теория, учитывающая не только прогиб зеркала под действием нагрузки, но и изменение его толщины. Это могут быть либо трехмерная теория упругости, либо неклассические теории пластин и оболочек. Одной из таких теорий оболочек, учитывающей поперечный сдвиг, поперечные нормальные напряжения, сжимаемость материала в направлении нормали к опорной поверхности и нелинейное распределение компонент вектора перемещения по толщине оболочки, является теория оболочек переменной толщины Родионовой – Титаева – Черных (РТЧ) [13]. Как указывают авторы, их теория в зависимости от геометрических и механических характеристик и вида приложенных воздействий может быть пригодна для расчета относительно толстых пластин и оболочек, а также в рамках этой теории может использоваться модель многослойных пластин и оболочек.

Оценки теории РТЧ при неравномерно распределенной нагрузке по внутренней и внешней лицевой граням цилиндрической оболочки даны в [14, 15]: отношение толщины оболочки к ее радиусу  $\frac{h}{R}$  не



должно превышать  $\frac{1}{5}$ , иначе использование теории РТЧ некорректно. В статье [16] сравниваются теории РТЧ и решение, полученное методом МКЭ в программном комплексе Ansys 11 для цилиндрической оболочки с локально приложенной нагрузкой. Расхождение результатов монотонно растет с увеличением отношения  $\frac{h}{R}$  и при  $\frac{1}{5}$  достигает 8 %.

В работе [17] рассматривалась круглая пластина с цилиндрической ортотропией, подверженная равномерному сжатию с обеих лицевых сторон пластины и зажата по боковой грани. Исследовались в осесимметричной постановке уточненная теория Амбарцумяна, теория оболочек средней толщины Палия – Спиро и теория РТЧ. Решения по данным теориям сравнивались с решением, полученным МКЭ в программном комплексе COMSOL Multiphysics. Сравнение показало приемлемое соответствие теорий Палия – Спиро и РТЧ результатам, полученным МКЭ.

### Постановка задачи для теории РТЧ

Оптическое зеркало, если оно не состоит из сегментов, обычно имеет осесимметричную форму. Для оценки применяемой здесь теории рассматривается упрощенный пример осесимметричной круглой пластины постоянной толщины с центральным отверстием (рис. 1). Высота пластины будет варьироваться. Центральное отверстие пластины имеет радиус  $r_1 = 0,1$  м, внешний радиус пластины  $r_2 = 0,5$  м. Пластина опирается одной из поверхностей, которую в дальнейшем будем называть задней, на кольцевую опору. Ширину опоры будем менять.



Рис. 1. Кольцевая пластина постоянной толщины. Расположена на локальной опоре, реакция которой заменена распределенной нагрузкой / Fig. 1. Circular plate of constant thickness. The plate is located on a local support, its reaction is modelled by a distributed load

В данной статье ограничимся рассмотрением действия силы тяжести без учета температуры. Сила тяжести направлена вдоль оси вращения пластины в направлении задней поверхности, поэтому поставленная задача осесимметрична. Введем цилиндрическую систему координат  $(r, \varphi, z)$ . Ее начало расположено в центре отверстия, плоскость  $(r, \varphi)$  совпадает с задней поверхностью, ось  $z$  направлена против силы тяжести. Так как задача осесимметрична, то распределение перемещений, деформаций и напряжений в пластине не зависит от окружной координаты  $\varphi$ .

В рамках теории РТЧ нельзя использовать одновременно статические и кинематические граничные условия на поверхностях исследуемого тела [13]. На лицевой поверхности зеркала, противоположной задней, необходимо ставить статическое граничное условие – равенство напряжений нулю. То же граничное условие справедливо на внутренней и внешней боковых поверхностях пластины, а также на задней поверхности вне кольцевой опоры. Поэтому воздействие кольцевой опоры необходимо также задать статически. В рамках данной задачи рассматривается вопрос о влиянии локализации нагрузки. Вид распределения существенно не влияет на напряженно-деформированное состояние в пластине, особенно в зоне лицевой поверхности. Поэтому выбирается функция, задающая распределение реакции опоры по ее площади из соображений удобства численной реализации, ориентируясь только на то, чтобы она обеспечивала выполнение условий равновесия пластины, была дважды непрерывно дифференцируемой и в пределе стремилась к дельта-функции. Воздействие кольцевой опоры можно представить в виде нормированной функции распределения Гаусса

$$p(r) = p_0 \frac{n_r}{\sqrt{\pi}} e^{-n_r^2 (r-r_m)^2}, \quad (1)$$

где  $p_0$  – коэффициент нормировки;  $n_r$  – параметр, характеризующий толщину опоры;  $r_m$  – радиус середины кольцевой опоры. Касательную нагрузку примем равной нулю. Полуширина гауссова распределения связана с параметром  $n_r$  зависимостью

$$d_w = 2\sqrt{\ln 2} \frac{1}{n_r}.$$

На расстоянии  $2d_w$  от середины опоры отношение функции  $p(r)$  к коэффициенту нормировки определяется соотношением

$$p(r_m \pm 2d_w) / p_0 < 0,002 \ %.$$

При стремлении полуширины нормированного гауссова распределения к нулю получаем дельта-функцию

$$\delta(r - r_m) = \lim_{n_r \rightarrow \infty} \frac{n_r}{\sqrt{\pi}} e^{-n_r^2(r-r_m)^2}.$$

Теория анизотропных пластин РТЧ позволяет учесть поперечный сдвиг и поперечное обжатие нормали к ПП оболочки. Уравнения теории упругости приводятся к уравнениям с меньшим числом независимых переменных с помощью метода невязок (метода моментов) [18].

Вводится безразмерная координата

$$\zeta = \frac{2z - h}{h}.$$

При  $\zeta = -1$  определяется задняя поверхность пластины (там, где прикладывается нагрузка), при  $\zeta = 1$  – лицевая поверхность.

Пространственно распределенные напряжения, деформации и перемещения раскладываются в ряды по полиномам Лежандра и удерживаются несколько первых членов этих рядов:

$$f(r, \zeta) = \sum_{i=0}^n f^{(i)}(r) P_i(\zeta).$$

Порядок аппроксимации величин напряженно-деформированного состояния – перемещений  $u_r, u_z$ , деформаций  $e_{rr}, e_{\varphi\varphi}, e_{rz}, e_{zz}$  и напряжений  $\sigma_{rr}, \sigma_{\varphi\varphi}, \sigma_{rz}, \sigma_{zz}$  – приведен в табл. 1. Перемещения  $u_\varphi$ , деформации  $e_{r\varphi}, e_{\varphi z}$  и напряжения  $\sigma_{r\varphi}, \sigma_{\varphi z}$  для осесимметричного случая равны нулю [19].

Таблица 1

Порядок аппроксимации величин напряженно-деформированного состояния по толщине пластины /  
 The order of approximation of the values of the stress-strain state in the plate thickness (within the RTCh theory)

$f$	$u_r$	$u_z$	$e_{rr}$	$e_{\varphi\varphi}$	$e_{zz}$	$e_{rz}$	$\sigma_{rr}$	$\sigma_{\varphi\varphi}$	$\sigma_{zz}$	$\sigma_{rz}$
$n$	3	2	3	3	1	2	3	3	3	2

Из табл. 1 видно, что порядок аппроксимации для поперечной деформации  $e_{zz}$  линейный, для поперечного перемещения  $u_z$  – квадратный, для напряжения по толщине  $\sigma_{zz}$  – кубический.

Уравнения для неизвестных  $f^{(i)}(r)$  получаются интегрированием уравнений теории упругости по толщине; при этом используются условия ортогональности полиномов Лежандра.

Введем принятые в классической теории пластин интегральные величины напряжений (распределенные силы и моменты):

$$T_r(r) = \int_{-1}^1 \sigma_{rr}(r, \zeta) P_0(\zeta) d\zeta; \quad Q_r(r) = \int_{-1}^1 \sigma_{rz}(r, \zeta) P_0(\zeta) d\zeta; \quad M_r(r) = \int_{-1}^1 \sigma_{rr}(r, \zeta) P_1(\zeta) d\zeta; \\ T_\varphi(r) = \int_{-1}^1 \sigma_{\varphi\varphi}(r, \zeta) P_0(\zeta) d\zeta; \quad M_\varphi(r) = \int_{-1}^1 \sigma_{\varphi\varphi}(r, \zeta) P_1(\zeta) d\zeta.$$

Составляющие перемещений по толщине пластины, учитывая порядок аппроксимации, приведенный в табл. 1, можно представить в следующем виде:

$$u_r(r, \zeta) = u(r) P_0(\zeta) + \gamma_r(r) P_1(\zeta) + \theta_r(r) P_2(\zeta) + \varphi_r(r) P_2(\zeta), \\ u_z(r, \zeta) = w(r) P_0(\zeta) + \gamma_z(r) P_1(\zeta) + \theta_z(r) P_2(\zeta),$$

где  $u, w$  – компоненты вектора перемещений точек ПП пластины;  $\gamma_z, \theta_z$  характеризуют изменение длины нормали к этой поверхности;  $\gamma_r$  – угол поворота нормали в плоскости  $(r, z)$ . Величины  $\theta_r$  и  $\varphi_r$  описывают нормальную кривизну в плоскости  $(r, z)$  волокна, которое до деформации было перпендикулярным к срединной поверхности пластины.

При интегрировании соотношений упругости по толщине и учете введенных выше переменных задача сводится к решению системы обыкновенных дифференциальных уравнений 6-го порядка:

$$\frac{d\mathbf{V}(r)}{dr} = \mathbf{M}(r)\mathbf{V}(r) + \mathbf{q}(r),$$

где вектор неизвестных –  $\mathbf{V}(r) = \{T_r, Q_r, M_r, u, w, \gamma_r\}$ . Неизвестные  $T_\varphi(r), M_\varphi(r)$  исключаются алгебраически с помощью соотношений упругости. Компоненты составляющих перемещений  $\theta_r, \varphi_r, \gamma_\zeta, \theta_\zeta$  находятся при дальнейших алгебраических выкладках. Граничные условия на свободных от нагрузки боковых поверхностях пластины:

$$\begin{cases} T_r = 0, Q_r = 0, M_r = 0 & \text{для } r = r_1; \\ T_r = 0, Q_r = 0, M_r = 0 & \text{для } r = r_2. \end{cases}$$

Вектор в правой части  $\mathbf{q}(r)$  представляет собой комбинацию силы тяжести и приложенных к поверхностям пластины распределенных нагрузок, умноженных на коэффициенты упругости и толщину пластины. Распределенные нагрузки, направленные вдоль оси  $z$ , обозначаются  $X_z^+(r), X_z^-(r)$ ,

где плюс соответствует нагрузке на лицевой поверхности, минус – на задней.

Общая матрица  $\mathbf{N}(r)$   $6 \times 6$  получается вырожденной. Это вызвано двумя физическими обстоятельствами. Во-первых, радиальные производные не зависят от абсолютного значения вертикального перемещения  $w$  (в связи с чем соответствующий столбец матрицы состоит из одних нулей). Во-вторых, поставленная задача может иметь решение только в том случае, если суммарная вертикальная нагрузка (внешнее распределенное давление и собственный вес пластины) равна нулю.

Распределенная нагрузка на задней поверхности  $X_z^-$  имеет вид нормированного закона распределения Гаусса (1). Распределенная нагрузка на лицевой поверхности  $X_z^+$  равна нулю. Поэтому дифференциальное уравнение для  $Q_r$  с двумя граничными условиями позволяет определить коэффициент  $p_0$  (заранее неизвестный) величины распределенной нагрузки  $X_z^-$ , уравнивающей объемную нагрузку от силы тяжести. При этом величиной  $n_r$  регулируется ширина прикладываемого распределенного усилия, т.е. по сути изменяется ширина опоры зеркала. При найденном значении  $p_0$  система имеет бесконечное множество решений; для нахождения единственного решения необходимо поставить дополнительное граничное условие. Для этого используется равенство нулю вертикального перемещения  $u_z$  на задней поверхности пластины в точке  $r = r_m$ .

В результате из системы дифференциальных уравнений 6-го порядка выделяется уравнение для перерезывающего усилия на цилиндрическом сечении  $Q_r$ , которое решается независимо перед решением остальных уравнений, и уравнение для вертикальных перемещений  $w$ , которое решается после остальных уравнений. Остается система дифференциальных уравнений для вектора неизвестных  $\mathbf{V}(r) = \{T_r, M_r, u, \gamma_r\}$ .

При стремлении внешней распределенной нагрузки к сосредоточенной выявляется неустойчивость решения. Это связано с жесткостью краевой задачи [20]. Она решается методом ортогональной прогонки Годунова [21]. Для его реализации разработана программа на основе пакета Wolfram Mathematica 12.0.

Далее находим оставшиеся величины перемещений, деформаций и напряжений, изменяющихся по толщине пластины.

## Сравнение результатов РТЧ и Code\_Aster

В дальнейшем сравниваются результаты, полученные по теории РТЧ и в программном комплексе Salome\_Meca с решателем Code\_Aster [22]. Используются конечные элементы QUAD4 с заданной для них осесимметричной моделью, аналоги твердотельных hex-элементов для трехмерной задачи. Для всех проведенных типов анализа строится равномерно распределенная сетка и используются 16 элементов по толщине пластины.

Задается распределенная нагрузка на нижнее ребро (эквивалент задней поверхности), аналогичная нагрузке, заданной в теории РТЧ, и применяется ускорение, имитирующее силу тяжести. За нулевое положение перемещений  $u_z$  выбраны их значения в точке  $r = r_m$  на нижнем ребре.

При расчете в Code\_Aster и по теории РТЧ используются одинаковые характеристики материала зеркала, необходимые для решения упругой задачи:

плотность  $\rho = 2500 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$ , модуль упругости

$E = 1 \cdot 10^{11}$  Па и коэффициент Пуассона  $\nu = 0,3$ .

Отклонения отражающей поверхности зеркала характеризуют двумя величинами: PV и RMS [5]. Величина PV представляет разницу между максимумом и минимумом поперечных перемещений лицевой поверхности зеркала. Для дискретных величин

$$PV = \max u_z^{+j} - \min u_z^{+j},$$

где  $u_z^{+j}$  – дискретные величины поперечных перемещений лицевой поверхности зеркала.

Среднеквадратичное отклонение RMS – интегральная характеристика деформации поверхности. Для дискретных величин [3]

$$RMS = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{j=1}^N w^j \left( u_z^{+j} - \frac{\sum_{j=1}^N u_z^{+j}}{N} \right)^2},$$

где  $N$  – количество используемых узлов;  $w^j$  – доля площади в узле  $j$ . Для осесимметричного случая с равномерным распределением узлов

$$w^j = \frac{\left( \frac{r^{j+1} + r^j}{2} \right)^2 - \left( \frac{r^j + r^{j-1}}{2} \right)^2}{r_2^2 - r_1^2} = \frac{2 \cdot \Delta r \cdot r^j}{r_2^2 - r_1^2},$$

$$j = (2, N - 1),$$

где  $r_j$  – координата по оси  $r$  узла  $j$ ;  $\Delta r$  – расстояние между узлами.

Проведено параметрическое исследование влияния толщины пластины  $h$  и ширины опоры  $d_w$  на PV и RMS лицевой поверхности пластины в рамках теории РТЧ и пакета Code\_Aster. На рис. 2 представлены графики поперечных перемещений пластины на задней (там, где прикладывается нагрузка, имитирующая опору) и противоположной ей лицевой поверхностях для полуширины гауссова распределения  $d_w = 0,017$  м. Место приложения усилия  $r_m$  выбрано так, чтобы в рамках теории РТЧ обеспечить равные прогибы на внутреннем и внешнем радиусах пластины. Рассмотрены пластины толщиной 0,05; 0,10; 0,15 и 0,20 м.

Приведены зависимости PV и RMS от полуширины гауссова распределения.

На рис. 3 представлены графики поперечных перемещений пластины на задней и лицевой поверхностях для толщины пластины  $h = 0,1$  м. Рассмотрена полуширина гауссова распределения 0,017; 0,033; 0,066 и 0,139 м.

### Анализ результатов

В табл. 2 показано, что при толщине  $h = 0,2$  м идет сильное расхождение результатов по величинам PV и RMS между решениями по теории РТЧ и МКЭ в Code\_Aster. Поперечные перемещения, полученные по теории РТЧ при данной толщине пластины, явно не соответствуют результатам, полученным в Code\_Aster.

Таблица 2

Зависимость поперечных перемещений поверхностей от толщины пластины  $h$ ,  $d_w = 0,017$  м /

The dependence of the transverse displacements surfaces on plate thickness  $h$  values,  $d_w = 0,017$  m

Толщина $h$ , м	Радиус опоры $r_m$ , м	Поверхность пластины	PV, $10^{-8}$ м		RMS, $10^{-10}$ м	
			РТЧ	С_А	РТЧ	С_А
0,05	0,343	Задняя	15,0	16,3	23,1	23,7
		Лицевая	14,8	16,3	22,9	23,5
0,1	0,342	Задняя	5,81	5,88	10,1	10,2
		Лицевая	4,22	4,14	8,91	9,14
0,15	0,340	Задняя	5,80	5,71	8,05	7,56
		Лицевая	2,20	2,06	4,63	4,59
0,2	0,338	Задняя	15,6	3,46	19,4	6,86
		Лицевая	5,84	1,11	6,95	2,26

Значительное расхождение в табл. 3 между RMS поперечных перемещений, полученных по теории РТЧ и в Code\_Aster, становится более ясным, если посмотреть на рис. 3. Поперечные перемещения, полученные в Code\_Aster, не равны на границах

$r = r_1$  и  $r = r_2$  значениям для теории РТЧ, что говорит о некотором дисбалансе пластины на опоре при решении двумя разными методами при увеличении полуширины гауссова распределения  $d_w$ .

Таблица 3

Зависимость поперечных перемещений поверхностей от ширины нагрузки  $d_w$ ,  $h = 0,1$  м /

The dependence of the transverse displacements of surfaces on load half-width  $d_w$ ,  $h = 0,1$  m

Полуширина $d_w$ , м	Поверхность пластины	PV, $10^{-8}$ м		RMS, $10^{-10}$ м	
		РТЧ	С_А	РТЧ	С_А
0,017	Задняя	5,81	5,88	10,1	10,2
	Лицевая	4,21	4,14	8,91	9,14
0,033	Задняя	4,93	4,73	9,83	18,2
	Лицевая	4,06	4,04	8,75	16,4
0,067	Задняя	4,24	4,26	9,14	17,1
	Лицевая	3,75	3,82	8,23	15,5
0,139	Задняя	3,14	3,55	7,03	14,2
	Лицевая	2,88	3,30	6,42	13,2

Как показано на рис. 2, при  $h \geq 0,1$  м и полуширине гауссова распределения  $d_w = 0,017$  м начинается проявление нефизического явления вогнутости на лицевой поверхности пластины. В численном решении осесимметричной задачи в пакете МКЭ Code\_Aster, которое является аналогом решения трехмерной задачи теории упругости, это явление отсутствует.

При толщине пластины  $h = 0,1$  м и полуширине  $d_w \leq 0,033$  м получаем аналогичную нефизическую картину (рис. 3). Сравнивая полуширину гауссова распределения и толщину пластины, можно сделать вывод, что при отношении

$$\frac{2\pi d_w r_m}{h^2} \geq 5 - 6 \text{ получаем нормальную картину}$$

распределения поперечных перемещений на лицевой (противоположной месту приложения распределенной нагрузки) поверхности пластины.

Это нефизическое поведение теории РТЧ ограничивает её применимость для толстых пластин с сосредоточенными нагрузками.

С уменьшением толщины качество зеркала ухудшается пропорционально  $1/h^2$ . Это связано с тем, что жесткость пропорциональна кубу, а момент – первой степени толщины.

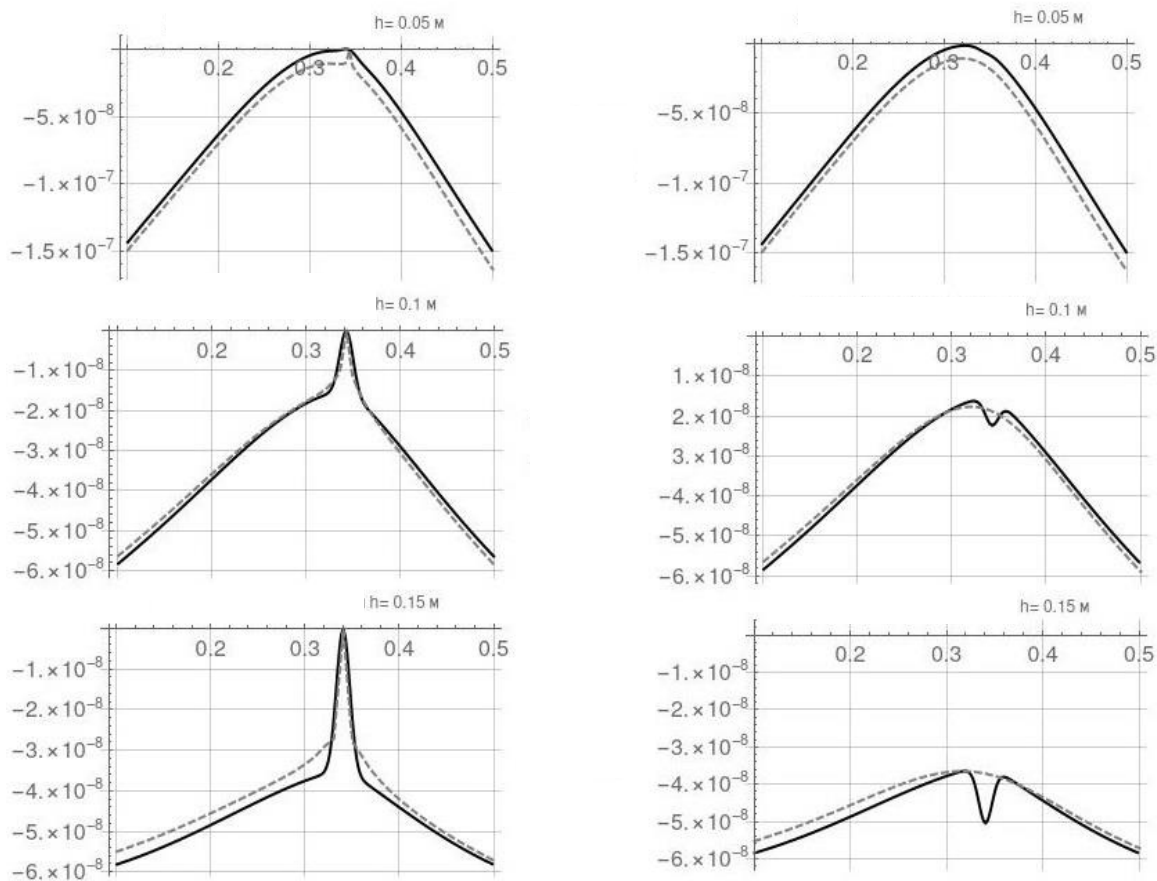


Рис. 2. Поперечные перемещения на задней (рисунок слева) и лицевой (рисунок справа) поверхностях пластины,  $h=0,05-0,15$  м. Сплошная линия – решение по теории РТЧ, пунктирная – решение в Code\_Aster / Fig. 2. Transverse displacements on the rear (left) and the front (right) surfaces for the plate  $h=0.05-0.15$  m. Solid line - the solution according to the RTCh theory, dashed line - the solution in Code\_Aster

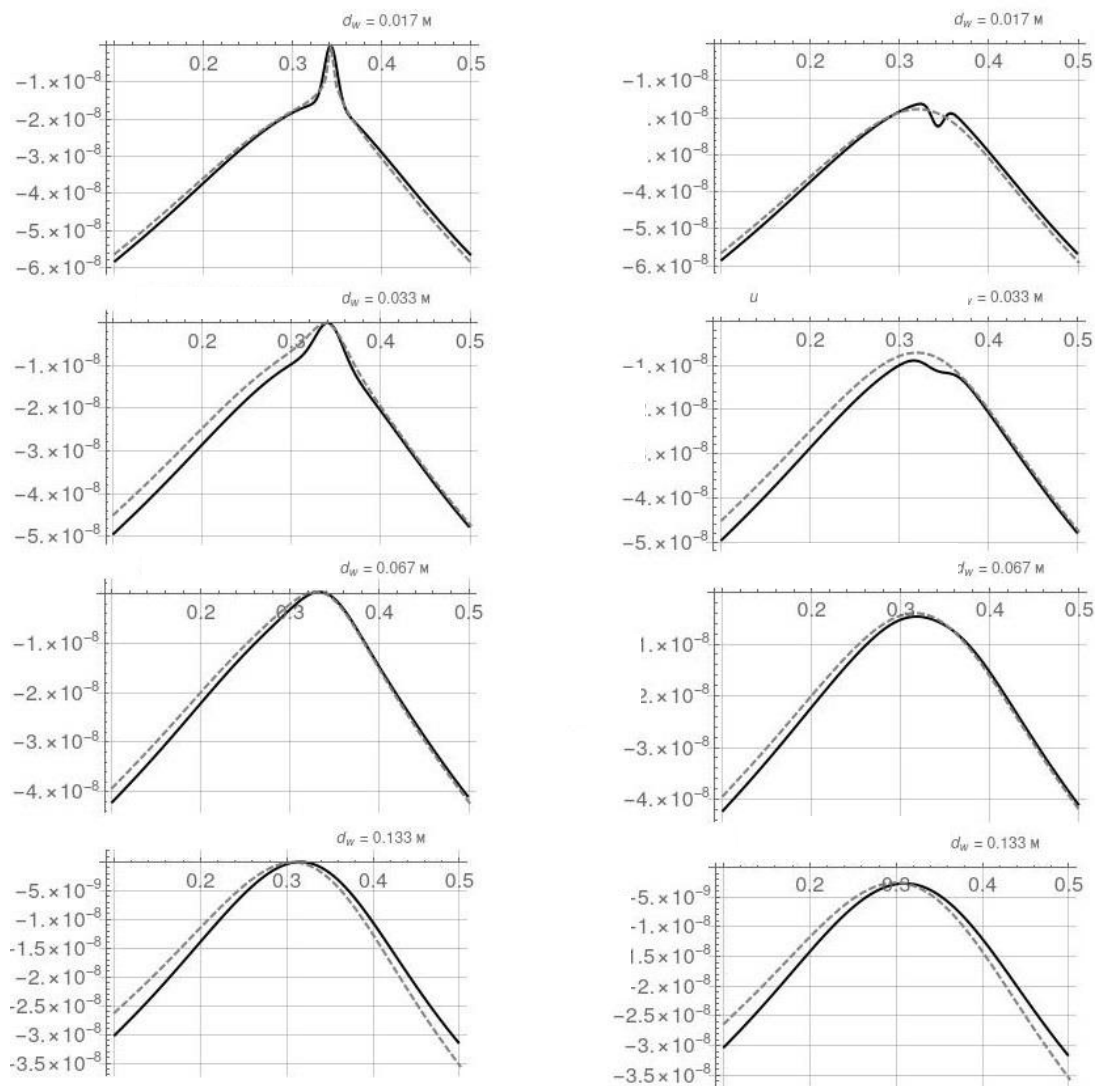


Рис. 3. Поперечные перемещения на задней (рисунок слева) и лицевой (рисунок справа) поверхностях  $d_w = 0,017 - 0,133$  м.

Сплошная линия – решение по теории РТЧ, пунктирная – решение в Code\_Aster / Fig. 3. Transverse displacements on the rear (left) and the front (right) surfaces  $d_w = 0.017 - 0.133$  m. Solid line - the solution according to the RTCh theory, dashed line - the solution in Code\_Aster

### Выводы

Задача об упругой деформации плоской пластины кольцевой формы на кольцевой опоре, нагруженной собственным весом, решена двумя различными методами. В рамках теории оболочек рассмотрен неклассический метод РТЧ, в котором учитываются поперечный сдвиг и поперечное обжатие нормали к ПП оболочки. В рамках трехмерной теории упругости использован МКЭ, реализованный в свободно распространяемом пакете Code\_Aster.

Полученное решение позволило определить PV и RMS поперечных перемещений лицевой поверхности пластины – параметры, характеризующие качество поверхности, где нанесено отражающее покрытие для зеркала телескопа.

Исследовано влияние толщины пластины и ширины опор на параметры PV и RMS. Показано, что трехмерное поле напряжений и деформаций можно представить в виде усеченных рядов по полиномам Лежандра по безразмерной толщине пластины, как это предполагается в теории РТЧ, при условии, что площадь опоры превосходит 5–6 квадратов толщины пластины.

В дальнейшем предполагается исследовать предложенный критерий для оценки применимости теории РТЧ для расчета зеркал телескопов, покоящихся на нескольких локальных опорах.

### Литература

1. Yoder P., Vukobratovich D. *Opto-Mechanical Systems Design. Vol. 2: Design and Analysis of large mirrors and structures*. CRC Press, 2017. 544 p.
2. Jedamzik R., Muller R., Hartmann P. Homogeneity of the linear thermal expansion coefficient of Zerodur measured with improved accuracy // *Proc. SPIE 6273*. 2006.
3. Doyle K.B., Genberg V.L., Michels G.J. *Integrated optomechanical analysis*. 2 ed. Bellingham, Washington, USA: SPIE Press, 2012. 383 p.
4. Sun E.Q. Shear locking and hourglassing in MSC Nastran, ABAQUS, and ANSYS // *MSC Software Corporation's 2006 Americans Virtual Product Development Conference: Evolution to Enterprise Simulation*. Santa Ana: MSC Software, CA, 2006. P. 1–9.
5. Сокольский М.Н. Допуски и качество оптического изображения. Л.: Машиностроение, Ленинградское отделение, 1989. 221 с.
6. Radwańska M., Stankiewicz A., Wosatko A., Pamin J. *Plate and shell structures*. Chichester: Wiley, 2017. 398 p.
7. MacNeal R.H. Perspective on finite elements for shell analysis // *Finite Element Analysis Design*. 1998. Vol. 30. P. 175–186.
8. Altenbach H., Altenbach J., Naumenko K. *Ebene Flächentragwerke: Grundlagen der Modellierung und Berechnung von Scheiben und Platten*. Berlin: Springer, 1998. 494 S.
9. Куимов К.В., Курт В.Г., Рудницкий Г.М., Сурдин В.Г., Терещук В.Ю. Небо и телескоп. М.: Физматлит, 2017. 436 с.
10. Товстик П.Е. Неклассические модели пластин и оболочек // *Изв. Саратовского ун-та. Математика. Механика. Информатика*. 2008. Т. 8, вып. 3. С. 72–85.
11. Бауэр С.М., Ковалев А.М., Петров М.Б., Тихомиров В.В., Товстик П.Е., Улитин М.И., Филиппов С.Б. Расчет и оптимизация металлических зеркал телескопов / под ред. М.И. Улитина. СПб.: С.-Петербург. ун-та, 1997. 228 с.
12. Schneider P., Kienzler R. Comparison of various linear plate theories in the light of a consistent second-order approximation // *Shell Structures: Theory and Applications*. Proc. 10<sup>th</sup> SSTA 2013 Conf. 2014. Vol. 3. P. 109–112.
13. Родионова В.А., Тимаев Б.Ф., Черных К.Ф. Прикладная теория анизотропных пластин и оболочек. СПб.: Изд-во СПбГУ, 1996. 279 с.
14. Сало В.А. О сходимости вариационно-структурного метода расчета нетонких упругих оболочек // *Вісн. Нац. техн. ун-та «Харківський політехнічний*

інститут». Динаміка та міцність машин. 2002. № 10. С. 113–118.

15. Сало В.А. Расчет напряженно-деформированного состояния толстостенного цилиндра при различных граничных условиях на его торцевых поверхностях // *Интегрированные технологии и энергосбережение*. 2004. № 3. С. 43–47.
16. Бауэр С.М., Ермаков А.М., Каутанова С.В., Морозов Н.Ф. Применение неклассических моделей теории оболочек к исследованию механических параметров многослойных нанотрубок // *Вестн. СПбГУ. Сер. 1*. 2011. Вып. 1. С. 22–30.
17. Bauer S.M., Voronkova E.B. Nonclassical theories for bending analysis of orthotropic circular plate // *Shell Structures: Theory and Application. Proceeding of the 10<sup>th</sup> SSTA 2013 Conference*. 2014. Vol. 3. P. 57–60.
18. Коннор Дж., Бреббия К. Метод конечных элементов в механике жидкости. Л.: Судостроение, 1979. 264 с.
19. Тимошенко С.П., Гудьер Дж. Теория упругости. М.: Наука, 1975. 576 с.
20. Федоренко Р.П. Введение в вычислительную физику. Долгопрудный: Интеллект, 2008. 504 с.
21. Годунов С.К. Метод ортогональной прогонки для решения систем разностных уравнений // *Журн. вычисл. математики и мат. физики*. 1962. Т. 2, № 6. С. 972–982.
22. UKL: [www.code-aster.org/](http://www.code-aster.org/) (дата обращения: 13.11.2020).

### References

1. Yoder P., Vukobratovich D. (2017). *Opto-Mechanical Systems Design. Vol. 2: Design and Analysis of large mirrors and structures*. CRC Press, 544 p.
2. Jedamzik R., Muller R., Hartmann P. (2006). Homogeneity of the linear thermal expansion coefficient of Zerodur measured with improved accuracy. *Proc. SPIE 6273*.
3. Doyle K.B., Genberg V.L., Michels G.J. (2012). *Integrated optomechanical analysis*. 2 ed. Bellingham, Washington, USA, SPIE Press, 383 p.
4. Sun E.Q. (2006). Shear locking and hourglassing in MSC Nastran, ABAQUS, and ANSYS. *MSC Software Corporation's 2006 Americans Virtual Product Development Conference: Evolution to Enterprise Simulation*. Santa Ana, MSC Software, CA, pp. 1-9.
5. Sokolskiy M.N. (1989). *Optical image tolerances and quality*. Leningrad, Mashinostroenie Publ., Leningrad Branch Press, 221 p. (in Russian).
6. Radwańska M., Stankiewicz A., Wosatko A., Pamin J. (2017). *Plate and shell structures*. Chichester, Wiley, 398 p.
7. MacNeal R.H. (1998). Perspective on finite elements for shell analysis. *Finite Element Analysis Design*, vol. 30, pp. 175-186.

8. Altenbach H., Altenbach J., Naumenko K. (1998). *Ebene Flächentragwerke: Grundlagen der Modellierung und Berechnung von Scheiben und Platten*. Berlin, Springer, 494 S.
9. Kuimov K.V., Kurt V.G., Rudnitskiy G.M., Surdin V.G., Terebizh V.Yu. (2017). *Sky and telescope*. Moscow, Fizmatlit Press, 436 p. (in Russian).
10. Tovstik P.E. (2008). Non-classical models of plates and shells. *Izv. Saratovskogo un-ta. Matematika. Mekhanika. Informatika*, vol. 8, iss. 3, pp. 72-85. (in Russian).
11. Bauer S.M., Kovalev A.M., Petrov M.B., Tikhomirov V.V., Tovstik P.E., Ulitih M.I., Filippov S.B. (1997). *Calculation and optimization of metal telescope mirrors*. M.I. Ulitin (Ed.). St. Petersburg, St. Petersburg University Press, 228 p. (in Russian).
12. Schneider P., Kienzler R. (2014). Comparison of various linear plate theories in the light of a consistent second-order approximation. *Shell Structures: Theory and Applications. Proc. 10<sup>th</sup> SSTA 2013 Conf.*, vol. 3, pp. 109-112.
13. Rodionova V.A., Titaev B.F., Chernykh K.F. (1996). *Applied theory of anisotropic plates and shells*. St. Petersburg, St. Petersburg University Press, 279 p. (in Russian).
14. Salo V.A. (2002). On the convergence of the variational-structural method for calculating non-thin elastic shells. *Visn. Nats. tekhn. un-ta «Kharkivs'kii politekhnichnyi institut»*. *Dinamika ta mitsnist' mashin*, No. 10, pp. 113-118. (in Russian).
15. Salo V.A. (2004). Calculation of the stress-strain state of a thick-walled cylinder under various boundary conditions on its end surfaces. *Integrirovannye tekhnologii i energoberezhnie*, No. 3, pp. 43-47. (in Russian).
16. Bauer S.M., Ermakov A.M., Kashtanova S.V., Morozov N.F. (2011). Application of non-classical models of shell theory to the study of mechanical parameters of multilayer nanotubes. *Vestn. SPbGU. Ser. 1*, iss. 1, pp. 22-30. (in Russian).
17. Bauer S.M., Voronkova E.B. (2013). Nonclassical theories for bending analysis of orthotropic circular plate. *Shell Structures: Theory and Application. Proceeding of the 10<sup>th</sup> SSTA 2013 Conference*, vol. 3, pp. 57-60.
18. Connor J., Brebbia C. (1979). *Finite element techniques for fluid flow*. Leningrad, Sudostroenie Publ., 264 p. (in Russian).
19. Timoshenko S.P., Goodier J. (1975). *Theory of elasticity*. Moscow, Nauka Publ., 576 p. (in Russian).
20. Fedorenko R.P. (2008). *Introduction to Computational Physics*. Dolgoprudny, Intellect Publ., 504 p. (in Russian).
21. Godunov S.K. (1962). Ortoogonal sweep method for solving systems of difference equations. *Zhurn. vychisl. matematiki i mat. fiziki*, vol. 2, No. 6, pp. 972-982. (in Russian).
22. Available at: [www.code-aster.org/](http://www.code-aster.org/) (accessed November 13, 2020).



УДК 51-72

doi 10.18522/1026-2237-2021-1-15-24

## МЕТОД ГОДОГРАФА ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ О МЕЛКОЙ ВОДЕ ПОД ТВЕРДОЙ КРЫШКОЙ

© 2021 г. Т.Ф. Долгих<sup>1</sup><sup>1</sup>Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону, Россия

## HODOGRAPH METHOD FOR SOLVING THE PROBLEM OF SHALLOW WATER UNDER A SOLID LID

T.F. Dolgikh<sup>1</sup><sup>1</sup>Southern Federal University, Rostov-on-Don, Russia

Долгих Татьяна Федоровна – ассистент, кафедра вычислительной математики и математической физики, Институт математики, механики и компьютерных наук им. И. И. Воровича, Южный федеральный университет, ул. Мильчакова, 8а, г. Ростов-на-Дону, 344090, Россия, e-mail: dolgikh@sfedu.ru

Tatiana F. Dolgikh - Assistant, Department of Numerical Methods and Mathematic Physics, Vorovich Institute of Mathematics, Mechanics and Computer Science, Southern Federal University, Milchakova St., 8a, Rostov-on-Don, 344090, Russia, e-mail: dolgikh@sfedu.ru

Исследована одна из математических моделей, описывающих поведение двух бесконечных в горизонтальном направлении соприкасающихся слоев идеальной несжимаемой жидкости под твердой крышкой, движущихся с различными скоростями. При большой разности скоростей слоев возникает неустойчивость Кельвина – Гельмгольца, приводящая к искажению границы раздела. В первоначальный момент времени граница раздела необязательно является плоской. С математической точки зрения поведение слоев жидкости описывается системой, в общем случае – четырех, а в упрощенном варианте – двух квазилинейных уравнений либо гиперболического, либо эллиптического типа в частных производных первого порядка. Для построения модели используются уравнения типа мелкой воды. В простом варианте модели, рассматриваемые в представленной работе, в пространственно-одномерном случае неизвестными являются граница раздела слоев жидкости  $h(x, t)$  и разность их скоростей  $\gamma(x, t)$ . Основное внимание уделяется случаю эллиптических уравнений, когда  $|h| < 1$  и  $\gamma > 1$ . Для системы уравнений поставлена эволюционная задача Коши с произвольными достаточно гладкими начальными данными. Указана явная зависимость инвариантов Римана от исходных переменных задачи. Для решения задачи Коши, сформулированной в терминах инвариантов Римана, используется вариант метода годографа на основе некоторого закона сохранения. Такой метод позволяет преобразовать систему двух квазилинейных уравнений в частных производных первого порядка к одному линейному уравнению в частных производных второго порядка с переменными коэффициентами. Для линейного уравнения указана функция Римана – Грина, с помощью которой строится двухпараметрическое неявное решение исходной задачи. Явное решение задачи строится на линиях уровня неявного решения (изохронах) путем решения некоторой задачи Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений. В итоге исходная задача Коши в частных производных первого порядка преобразуется к задаче Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений, которая решается численными методами. Ввиду громоздкости выражения для функции Римана – Грина рассмотрено некоторое асимптотическое приближение задачи, приведены результаты вычислений и их анализ.

**Ключевые слова:** метод годографа, мелкая вода под крышкой, квазилинейные эллиптические уравнения.

One of the mathematical models describing the behavior of two horizontally infinite adjoining layers of an ideal incompressible liquid under a solid cover moving at different speeds is investigated. At a large difference in the layer velocities, the Kelvin-Helmholtz instability occurs, which leads to a distortion of the interface. At the initial point in time, the interface is not necessarily flat. From a mathematical point of view, the behavior of the liquid layers is described by a system of four quasilinear equations, either hyperbolic or elliptic, in partial derivatives of the first order. Some type shallow water equations are used to construct the model. In the simple version of the model considered in this paper, in the spatially one-dimensional

case, the unknowns are the boundary between the liquid layers  $h(x, t)$  and the difference in their velocities  $\gamma(x, t)$ . The main attention is paid to the case of elliptic equations when  $|h| < 1$  and  $\gamma > 1$ . An evolutionary Cauchy problem with arbitrary sufficiently smooth initial data is set for the system of equations. The explicit dependence of the Riemann invariants on the initial variables of the problem is indicated. To solve the Cauchy problem formulated in terms of Riemann invariants, a variant of the hodograph method based on a certain conservation law is used. This method allows us to convert a system of two quasilinear partial differential equations of the first order to a single linear partial differential equation of the second order with variable coefficients. For a linear equation, the Riemann-Green function is specified, which is used to construct a two-parameter implicit solution to the original problem. The explicit solution of the problem is constructed on the level lines (isochrons) of the implicit solution by solving a certain Cauchy problem for a system of ordinary differential equations. As a result, the original Cauchy problem in partial derivatives of the first order is transformed to the Cauchy problem for a system of ordinary differential equations, which is solved by numerical methods. Due to the bulkiness of the expression for the Riemann-Green function, some asymptotic approximation of the problem is considered, and the results of calculations, and their analysis are presented.

**Keywords:** hodograph method, shallow water under the cover, quasilinear elliptic equations.

## Введение

Задача о плоскопараллельном течении слоев (в частности, двух различающихся по плотности) идеальной несжимаемой жидкости в бесконечном горизонтальном слое, ограниченном твердыми поверхностями, так называемая задача о двухслойной мелкой воде под крышкой, достаточно хорошо известна [1, модели I–III; 2, с. 133–140; 3, с. 56–58]. Интерес к этой задаче, во-первых, объясняется тем, что это достаточно простой пример возникновения в сдвиговых течениях неустойчивости Кельвина – Гельмгольца [4, 5], позволяющий изучить механизм образования неустойчивости, а также использовать такую информацию в более сложных задачах. Во-вторых, несмотря на обширные аналитические и асимптотические исследования задачи, полное исследование модели с эллиптическими уравнениями, насколько известно автору, отсутствует. В частности, в цитируемой литературе указывается, что эллиптичность уравнений приводит к возникновению некорректности по Адамару. Решение является неустойчивым относительно мелкомасштабных возмущений, имеются трудности в постановке краевых задач для уравнений в случае, когда одна из независимых переменных соответствует времени [1, с. 13, 14; 3, с. 135, 136]. Задачи такого типа уместно называть эволюционными эллиптическими уравнениями.

Отметим также монографию [6] (и другие работы авторов), где среды, описываемые эллиптическими квазилинейными уравнениями, в которых возникают неустойчивости, называются неустойчивыми сплошными средами (квазигазовыми, квазичаплыгинскими). Такой термин не совсем удачен, так как возникновение неустойчивости – скорее не свойство среды, а свойство протекающего в среде процесса. В частности, уравнения, описывающие двухслойную мелкую воду под крышкой, в зависимости от вели-

чины сдвига скоростей между слоями могут иметь как гиперболический тип, так и эллиптический. Более уместно называть подобные задачи задачами (или уравнениями) смешанного типа по аналогии с уравнением Эйлера – Трикоми [7].

Для решения задачи о двухслойной мелкой воде под крышкой в рассматриваемой работе использован вариант метода годографа на основе закона сохранения, предложенный в [8] и существенно развитый в [9]. Метод применим для уравнений как гиперболического типа [10–13], так и эллиптического [14]. В основе метода лежит некоторое преобразование годографа, позволяющее заменить задачу Коши для системы двух квазилинейных уравнений в частных производных первого порядка линейным уравнением в частных производных второго порядка и сконструировать двухпараметрическое неявное решение исходной задачи Коши. Восстановление явной формы решения возможно на линиях уровня неявного решения путем интегрирования некоторой задачи Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ).

Еще раз подчеркнем, что общий подход к решению эволюционных задач для эллиптических уравнений в настоящее время отсутствует. Хотя задача о двухслойной мелкой воде под крышкой интенсивно исследовалась качественными аналитическими и асимптотическими методами [1; 2, с. 10–136], ни инварианты Римана, ни окончательное точное решение для произвольных начальных данных не построено. В монографии [6] для исследования неустойчивости относительно спонтанных возмущений «горб», «ямка», «дублет горб – ямка» и пространственно-периодического возмущения использовался как классический метод годографа, так и метод решения, существенно опирающийся на свойства уравнения Эйлера – Дарбу – Пуассона и который для рассматриваемой задачи в случае полной постановки неприменим.

### Двухслойная мелкая вода под крышкой

Уравнения двухслойной идеальной несжимаемой жидкости с малым скачком плотности в безразмерных переменных имеют вид [1, модель III], где уравнение записано в иной форме, а также [2, с. 133–140; 3, с. 55–58]

$$\begin{aligned} h_t + (\gamma(h^2 - 1))_x &= 0, \\ \gamma_t + (h(\gamma^2 - 1))_x &= 0, \quad |h| < 1, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $h = h(x, t)$  – положение границы раздела слоев жидкости;  $\gamma = \gamma(x, t)$  – полуразность скоростей верхнего и нижнего слоев (рис. 1).

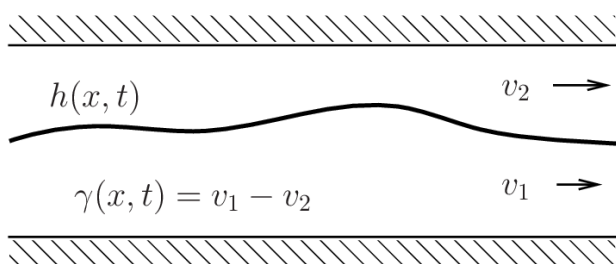


Рис. 1. Схема двухслойной мелкой воды /  
Fig. 1. Scheme of two-layer shallow water

Область эллиптичности уравнений  $\Omega$  определяется неравенствами

$$\Omega = \{|h| < 1, |\gamma| > 1\}. \quad (2)$$

Уравнения (1) описывают неустойчивость Кельвина – Гельмгольца, возникающую при большой разности скоростей слоев жидкости. Поведение решения в области эллиптичности качественно описано в [1–3]. В частности, указано, что в случае классического решения переход из области гиперболичности (при  $|\gamma| < 1$ ) в область эллиптичности невозможен.

Уравнения (1) после замены переменных

$$h = \sin \xi, \quad \gamma = \operatorname{ch} \eta \quad (3)$$

принимают вид

$$\begin{aligned} \xi_t + 2(\operatorname{ch} \eta \sin \xi) \xi_x - (\operatorname{sh} \eta \cos \xi) \eta_x &= 0, \\ \eta_t + (\operatorname{sh} \eta \cos \xi) \xi_x + 2(\operatorname{ch} \eta \sin \xi) \eta_x &= 0. \end{aligned} \quad (4)$$

Такие уравнения справедливы в области

$$\Omega = \{|h| < 1, \gamma > 1\}, \quad (5)$$

которая отличается от области (2). Однако это не имеет существенного значения, так как исходные уравнения инвариантны относительно замены  $\gamma \rightarrow -\gamma$  и  $x \rightarrow -x$  или  $t \rightarrow -t$ . Иными словами, если не интересоваться разрывными решениями (условия Рэнкина – Гюгонио не инвариантны относительно указанных замен), то достаточно ограничиваться рассмотрением области (5).

Для модели двухслойной воды под твердой крышкой указано, что непрерывное решение не может попасть из области гиперболичности в область

эллиптичности и переход возможен только в разрывном решении [3, с. 135]. Заметим также, что уравнения (4) в отличие от (1) не приводятся к консервативной форме. Это означает, что при построении разрывных решений условия Рэнкина – Гюгонио следует записывать для исходных уравнений (1), в которых должна быть произведена замена (3).

Для окончательной постановки эволюционной задачи Коши уравнения (1) следует дополнить начальными данными

$$h(x, 0) = h_0(x), \quad \gamma(x, 0) = \gamma_0(x), \quad (6)$$

где  $h_0(x)$ ,  $\gamma_0(x)$  – заданные функции, определяющие первоначальное расположение границы раздела между жидкостями и разность скоростей движения слоев.

Естественно, в случае уравнений (4) начальные данные (6) должны быть с учетом замены (3) переформулированы для переменных  $\xi$ ,  $\eta$ .

### Инварианты Римана

Эволюционная задача Коши для уравнений (4) с соответствующими начальными данными, записанная в инвариантах Римана, имеет вид

$$R_t^1 + \lambda^1(R^1, R^2)R_x^1 = 0, \quad (7)$$

$$R_t^2 + \lambda^2(R^1, R^2)R_x^2 = 0,$$

$$R^1(x, 0) = R_0^1(x), \quad R^2(x, 0) = R_0^2(x), \quad (8)$$

где  $R_0^1(x)$ ,  $R_0^2(x)$  – заданные функции.

Конструктивный способ нахождения инвариантов Римана хорошо известен [15, с. 27–31], опуская громоздкие преобразования, приведем окончательный результат

$$\xi = R^1 + R^2, \quad \eta = i(R^2 - R^1), \quad (9)$$

$$\lambda^1 = 2 \operatorname{ch} \eta \sin \xi + i \operatorname{sh} \eta \cos \xi,$$

$$\lambda^2 = 2 \operatorname{ch} \eta \sin \xi - i \operatorname{sh} \eta \cos \xi.$$

Инварианты Римана  $R^1$ ,  $R^2$  и характеристические направления  $\lambda^1$ ,  $\lambda^2$  в случае эллиптических уравнений являются комплексно-сопряженными. Естественно, для определения функций  $R_0^1(x)$ ,  $R_0^2(x)$  в начальных условиях (8) используем соотношения (3), (6), (9).

Во избежание недоразумений укажем, что в работах [2, с. 133–140; 3, с. 55–58] хотя и упоминается о наличии инвариантов Римана, но замена (3) и соотношения (9) получены здесь впервые.

### Неявное двухпараметрическое решение

Следуя методу, использованному в [9, с. 94–100] для построения решения эллиптического варианта уравнений электрофореза, двухпараметрическое неявное решение эволюционной задачи Коши (7), (8) разыскиваем в виде

$$R^1(x, t) = p(U, V) + iq(U, V), \quad (10)$$

$$R^2(x, t) = p(U, V) - iq(U, V), \quad (11)$$

$$t = t(U, V), \quad x = x(U, V),$$

где вещественные функции  $p(U, V)$ ,  $q(U, V)$  полностью определены начальными данными (8)

$$p(U, V) = \operatorname{Re} R_0^1(U - iV), \quad (12)$$

$$q(U, V) = \operatorname{Im} R_0^1(U - iV),$$

$$P_0(\tau) = \operatorname{Re} R_0^1(\tau),$$

$$Q_0(\tau) = \operatorname{Im} R_0^1(\tau).$$

Здесь  $U, V$  – вещественные параметры функций  $t(U, V)$ ,  $x(U, V)$ , которые задают значения независимых переменных от параметров;  $P_0(\tau)$ ,  $Q_0(\tau)$  – реальная и мнимая части начальных данных.

Укажем основное отличие используемого метода годографа от классического варианта. В последнем осуществляются взаимозамена зависимых и независимых переменных  $(x, t) \leftrightarrow (R^1, R^2)$  и определение функций  $t = t(R^1, R^2)$ ,  $x = x(R^1, R^2)$  из линейных дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка [15, с. 33, 34]. Как правило, для этих уравнений крайне сложно поставить дополнительные условия, соответствующие начальным условиям (8). Более того, для построения явного решения  $R^1 = R^1(x, t)$ ,  $R^2 = R^2(x, t)$  требуется нахождение функций, обратных к  $t = t(R^1, R^2)$ ,  $x = x(R^1, R^2)$ , что достаточно трудоемко и зачастую накладывает существенные ограничения (в частности, на монотонность) на начальные данные  $R_0^1(x)$ ,  $R_0^2(x)$ . Напротив, метод годографа на основе закона сохранения, используя дополнительное звено – параметризацию  $t = t(U, V)$ ,  $x = x(U, V)$ , фактически свободен от всех недостатков классического метода. Изменяя параметры  $(U, V)$ , легко строить явное решение, нет ограничений на начальные данные (кроме достаточной гладкости для некоторых частных случаев).

Функция  $t(U, V)$  определяется соотношениями [9]

$$t(U, V) = \int_{-V}^V G(U, V; U + i\beta) d\beta, \quad (13)$$

$$iG(U, V; \tau) \equiv \frac{\Phi(R_0^1(\tau), R_0^2(\tau) | r^1, r^2)}{\lambda^2(r^1, r^2) - \lambda^1(r^1, r^2)},$$

$$r^1 = p(U, V) + iq(U, V),$$

$$r^2 = p(U, V) - iq(U, V),$$

где  $\Phi(R^1, R^2 | r^1, r^2)$  – функция Римана – Грина уравнения [16; 17, с. 446–457]

$$\Phi_{R^1 R^2} + \frac{\lambda_{R^2}^1 \Phi_{R^1}}{\lambda^1 - \lambda^2} - \frac{\lambda_{R^1}^2 \Phi_{R^2}}{\lambda^1 - \lambda^2} = 0. \quad (14)$$

Уточним, что функция  $\Phi(R^1, R^2 | r^1, r^2)$  по переменным  $R^1, R^2$  является решением уравнения (14), а по переменным  $r^1, r^2$  – сопряженного уравнения.

Аналогичным образом определяется функция  $x(U, V)$ . Однако для нахождения явного решения она не требуется [9].

## Явное решение на изохронах

Построенное при помощи соотношений (10)–(13) неявное решение позволяет получить явное решение на линиях уровня функции  $t(U, V)$ .

Пусть на плоскости  $(U, V)$  имеется какая-либо линия уровня (изохрона), параметризованная при помощи параметра  $\mu$

$$t_* = t(U(\mu), V(\mu)), \quad (15)$$

где  $t_*$  – момент времени, идентифицирующий линию уровня;  $U(\mu), V(\mu)$  – значения  $U, V$ , соответствующие параметру  $\mu$ .

Считая изохрону достаточно гладкой (кусочно-гладкой) и дифференцируя соотношение (15) по параметру  $\mu$ , получаем задачу Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений [9, с. 46, 47, 99, 100]

$$\frac{dU}{d\mu} = -t_V(U, V), \quad \frac{dV}{d\mu} = t_U(U, V), \quad (16)$$

$$\frac{dX(\mu)}{d\mu} = B(t_V^2(U, V) + t_U^2(U, V)),$$

$$U(0) = U_*, \quad V(0) = V_*, \quad X(0) = X_*,$$

$$B(U, V) = -\operatorname{Im} \lambda^1,$$

где  $(U_*, V_*)$  – точка на изохроне, соответствующая  $\mu = 0$ ; функция  $X(\mu) = x(a, b) = x(U(\mu), V(\mu))$  – координата  $x$  на изохроне;  $X_*$  – значение  $X(\mu)$  при  $\mu = 0$ ; производные  $t_U(U, V)$ ,  $t_V(U, V)$  вычисляются при помощи (13).

Таким образом, интегрируя задачу Коши (16), с учетом (10) для момента времени  $t_*$ , получаем явное решение

$$R^1(x, t_*) = p(U(\mu), V(\mu)) + iq(U(\mu), V(\mu)), \quad (17)$$

$$R^2(x, t_*) = p(U(\mu), V(\mu)) - iq(U(\mu), V(\mu)),$$

$$x = X(\mu), \quad t_* = t(U_*, V_*).$$

Сделаем ряд замечаний. Во-первых, решение (17) полностью определяется начальными данными  $R_0^1(x)$ ,  $R_0^2(x)$ , которые могут быть разрывными. Это связано с тем, что функция  $t(U, V)$  определяется соотношением (13) при помощи интегрирования, и ограничения, накладываемые на начальные данные, фактически определяются условиями существования интеграла. Во-вторых, на практике вычисление интегралов в выражениях для  $t(U, V)$ ,  $t_U(U, V)$ ,  $t_V(U, V)$  сводится к решению некоторых задач Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений, что существенно упрощает вычисления при отсутствии в применяемом языке программирования комплексных чисел [9]. В-третьих, явное решение (17) по-прежнему является двухпараметрическим. Роль параметров играют момент времени  $t_*$  и  $\mu$ . В-четвертых, линии уровня функции  $t(U, V)$  (изохроны) можно идентифицировать при помощи как  $t_*$ , так и точки  $(U_*, V_*)$  на изохроне. Если удастся построить

все изолинии функции  $t(U, V)$ , то, выбирая  $(U_*, V_*)$ , легко вычислить значение  $t_*$  при помощи (15). Наконец, правая часть уравнения для  $X(\mu)$  совпадает с якобианом  $J(U, V)$  преобразования  $(U, V) \leftrightarrow (x, t)$

$$B(t_U^2 + t_V^2) = J(U, V) = x_V t_U - x_U t_V. \quad (18)$$

В частности, это означает, что знак производной  $dX(\mu)/d\mu$  может измениться, лишь когда  $B(U, V) = -\text{Im } \lambda^1 = 0$ , и функция  $X(\mu)$  является монотонной по параметру  $\mu$ . Иными словами, на изохроне не может возникнуть неоднозначность решения по переменной  $x$ . Случай  $B(U, V) = -\text{Im } \lambda^1 = 0$  соответствует  $\lambda^1 = \lambda^2$ , что для исходных уравнений (1) отвечает  $\gamma = 1$ , и тип уравнений не является эллиптическим (2). Эта ситуация соответствует гиперболическим уравнениям с кратной характеристикой и нуждается в дополнительном исследовании (также по причине того, что якобиан  $J(U, V)$  обращается в нуль и преобразование  $(U, V) \rightleftharpoons (x, t)$  является вырожденным).

### Функция Римана – Грина для уравнения (14)

Ключевым звеном предлагаемого метода решения является построение явного выражения функции Римана – Грина  $\Phi(R^1, R^2 | r^1, r^2)$  для уравнения (14). Отсутствие явных соотношений существенно снижает прикладную значимость метода ввиду увеличения объемов вычислений.

Для построения функции Римана – Грина используем результаты работ [18–20] (обозначения изменены).

Запишем уравнение (14) в форме

$$\Phi_{R^1 R^2} + a(R^1, R^2)\Phi_{R^1} + \Phi(R^1, R^2)U_{R^2} = 0, \quad (19)$$

где

$$a(R^1, R^2) = \frac{\lambda_{R^2}^1}{\lambda^1 - \lambda^2} = \frac{\cos(\xi - i\eta)}{2\cos \xi \text{ sh } \eta}, \quad (20)$$

$$b(R^1, R^2) = -\frac{\lambda_{R^1}^2}{\lambda^1 - \lambda^2} = -\frac{\cos(\xi + i\eta)}{2\cos \xi \text{ sh } \eta},$$

$$R^1 + R^2 = \xi, \quad R^1 - R^2 = i\eta,$$

$$r^1 + r^2 = \xi_0, \quad r^1 - r^2 = i, \eta_0.$$

Используем замену переменных ([18, с. 93, 94]; аналогичные формулы в [19, (4.12), (4.13)] содержат опечатку –  $A$  является функцией переменных  $R^2$  и  $R^1$ , тогда как  $B$  должна зависеть лишь от  $R^1$ ),

$$A(R^2, r^2, R^1) = \exp \int_{r^2}^{R^2} a(R^1, t) dt, \quad (21)$$

$$B(R^1, r^1, r^2) = \exp \int_{r^1}^{R^1} b(t, r^2) dt,$$

$$\Phi(R^1, R^2 | r^1, r^2) =$$

$$= S(R^1, R^2, r^1, r^2) A(R^2, r^2, R^1) B(R^1, r^1, r^2),$$

позволяющую преобразовать уравнение (19) к уравнению для определения функции Римана – Грина

$S(R^1, R^2, r^1, r^2)$  (только в случае, когда коэффициенты  $a(R^1, R^2)$ ,  $b(R^1, R^2)$  определены соотношениями (20))

$$S_{\xi\xi} + S_{\eta\eta} + \frac{3}{4} \left( \frac{1}{\text{sh}^2 \eta} - \frac{1}{\cos^2 \xi} \right) S = 0, \quad (22)$$

для которого функция Римана – Грина имеет вид ([19, формулы (4.84), (4.85)]), где функция приведена для более общего случая

$$S(R^1, R^2, r^1, r^2) = \quad (23)$$

$$= F_3(m_2, m_3, 1 - m_2, 1 - m_3; 1; z_2, z_3),$$

$$F_3(a_1, a_2, b_1, b_2; c; z_2, z_3) =$$

$$= \sum_{m,n=0}^{\infty} \frac{(a_1)_m (a_2)_n (b_1)_m (b_2)_n}{(c)_{m+n} m! n!} z_2^m z_3^n,$$

$$z_2 = \frac{\cosh(\eta - \eta_0) - \cos(\xi - \xi_0)}{2 \text{sh } \eta \text{ sh } \eta_0},$$

$$z_3 = \frac{\cos(\xi - \xi_0) - \cosh(\eta - \eta_0)}{2 \cos \xi \cos \xi_0},$$

$$m_2(1 - m_2) = -\frac{3}{4}, \quad m_3(1 - m_3) = -\frac{3}{4}.$$

Здесь  $F_3$  – гипергеометрическая функция двух переменных (серия Аппеля) [21, с. 23; 22, с. 220]. На самом деле в [19] указана гипергеометрическая функция  $F_B$  четырех переменных – гипергеометрическая функция Lauricella [21, с. 33], но в рассматриваемом случае она преобразуется к  $F_3$ .

Обоснование использования для эллиптического уравнения (22) комплексных переменных и приведение его к виду (19) имеются, в частности, в [23, с. 136–144]. В данном случае применен обратный переход – от (19) к (22).

Приведенных соотношений (21)–(23) вполне достаточно для того, чтобы в конечном итоге получить выражение для функции Римана – Грина уравнения (19) (или (14)), которое здесь не приведено ввиду громоздкости. Заметим лишь, что все функции, в том числе и функции  $A(R^2, r^2, R^1)$ ,  $B(R^1, r^1, r^2)$  (21), записываются в явном виде.

### Построение асимптотики

В случае, когда граница раздела между слоями жидкости  $h = \sin \xi$  (3) находится в окрестности  $h \approx 0$ , т.е. в середине области, можно использовать приближение  $\cos \xi \approx 1$ ,  $\sin \xi \approx \xi$ , что существенно упрощает уравнение (14) (или (19)) и вид функции Римана – Грина. Аналогично можно считать  $\text{sh } \eta \approx \eta$ ,  $\text{ch } \eta \approx 1$ , подразумевая, что сдвиг скоростей  $\gamma \approx 1$ , т.е. находится в окрестности  $\gamma = 1$ . Это тем более интересно, так как при  $\gamma < 1$  тип системы (1) – гиперболический, а при  $\gamma > 1$  – эллиптический. Иными словами, возникает возможность сравнения решений в окрестности смены типа уравнений. Заметим, что решение для случая  $\gamma < 1$  также строится без труда при помощи приведенного метода [9–13].

Исследование окрестности  $h \approx 0$ ,  $\gamma \approx 1$  ( $\delta_1$ ) или  $\xi \approx 0$ ,  $\eta \approx 0$  ( $\delta_2$ ) можно проводить различными способами: используя либо соотношения (20)–(23), либо непосредственно уравнения (4) (но не (1)). Уравнения (4) (а не (1)) в окрестности  $\delta_1$  заменяем в окрестности  $\delta_2$ , например, системой

$$\begin{aligned} \xi_t + 2\xi\xi_x - \eta\eta_x &= 0, \\ \eta_t + \eta\xi_x + 2\xi\eta_x &= 0 \end{aligned} \quad (24)$$

или системой с сохранением бóльшего количества членов разложения функций в ряд. Естественно, при построении решения (и его анализе) следует помнить, что функции  $\xi$ ,  $\eta$  должны оставаться малыми.

Инварианты Римана  $R^1$ ,  $R^2$  и характеристические направления  $\lambda^1$ ,  $\lambda^2$  для системы (24) имеют вид

$$\begin{aligned} R^1 &= \xi - i\eta, \quad R^2 = \xi + i\eta, \\ \lambda^1 &= 2\xi - i\eta, \quad \lambda^2 = 2\xi + i\eta, \end{aligned} \quad (25)$$

а уравнение (14) (или (19)) для определения функции Римана – Грина принимает форму уравнения Эйлера – Дарбу – Пуассона

$$\varphi_{R^1 R^2} + \frac{\varphi_{R^1} - \varphi_{R^2}}{2(R^1 - R^2)} = 0. \quad (26)$$

$$\lambda^1 = 2\xi - i\eta, \quad \lambda^2 = 2\xi + i\eta,$$

для которого ([16] и ср. с (19), (20))

$$\Phi(R^1, R^2 | r^1, r^2) = \left( \frac{R^1 - R^2}{r^1 - r^2} \right)^{1/2} F(z),$$

$$F(z) = {}_2F_1 \left( \frac{3}{2}, -\frac{1}{2}; 1, z \right),$$

$$z = -\frac{(R^1 - r^1)(R^2 - r^2)}{(R^1 - R^2)(r^1 - r^2)}.$$

В терминах функций  $p(U, V)$ ,  $q(U, V)$ ,  $P_0(\tau)$ ,  $Q_0(\tau)$  функция  $G(U, V; \tau)$ , позволяющая вычислить  $t(U, V)$  (12), имеет вид

$$G(U, V; \tau) = \frac{Q_0^{\frac{1}{2}}(\tau)}{2q^{\frac{1}{2}}(U, V)} F(z(U, V, \tau)), \quad (27)$$

$$z(U, V, \tau) = \frac{(P_0(\tau) - p(U, V))^2 + (Q_0(\tau) - q(U, V))^2}{4q(U, V)Q_0(\tau)}.$$

Обратим внимание на то, что уравнение (26), соотношения (27) и функции  $\lambda^1(R^1, R^2)$ ,  $\lambda^2(R^1, R^2)$  в точности совпадают с аналогичными зависимостями для задачи об опрокинутой мелкой воде [6, с. 87–90; 24]. Различие проявляется лишь в зависимости исходных переменных от инвариантов Римана, т.е. в функциях  $\xi(R^1, R^2)$ ,  $\eta(R^1, R^2)$ .

### Пример решения для пространственно-периодических начальных данных

В качестве примера приведем результаты численного решения задачи Коши для уравнений (24) с начальными данными, имеющими вид

$$\xi(x, 0) = \xi^{(0)}(x) = \varepsilon \cos x, \quad (28)$$

$$\eta(x, 0) = \eta^{(0)} = \text{const},$$

где  $\varepsilon$  – амплитуда пространственно-периодического возмущения  $\xi^{(0)}(x)$  первоначально плоской границы раздела слоев жидкости, находящейся в середине области;  $\eta^{(0)}$  – параметр, характеризующий разность скоростей движения слоев.

С учетом (12), (25) имеем

$$R_0^1(x) = \xi^{(0)}(x) - i\eta^{(0)}, \quad (29)$$

$$P_0(\tau) = \varepsilon \cos \tau, \quad Q_0(\tau) = -\eta^{(0)},$$

$$p(U, V) = \varepsilon \cos U \operatorname{ch} V,$$

$$q(U, V) = \varepsilon \sin U \operatorname{sh} V - \eta^{(0)}.$$

В переменных  $\xi$ ,  $\eta$  решение задачи (24), (28) записывается в виде

$$\begin{aligned} \xi(x, t_*) &= p(U(\mu), V(\mu)), \quad \eta(x, t_*) = \\ &= -q(U(\mu), V(\mu)). \end{aligned} \quad (30)$$

$$R^1(x, t_*) = p(U(\mu), V(\mu)) + iq(U(\mu), V(\mu)),$$

$$x = X(\mu), \quad t_* = t(U_*, V_*).$$

Здесь  $U(\mu)$ ,  $V(\mu)$ ,  $X(\mu)$  определяются в результате интегрирования задачи Коши (16).

Результаты расчетов для начальных данных (28), (29) при  $\varepsilon = 0,01$ ,  $\eta^{(0)} = -0,02$  приведены на рис. 2–4.

На рис. 2 показаны зависимости  $\xi(x, t)$ ,  $\eta(x, t)$  для различных моментов времени.

Хорошо видно, что со временем пространственная периодичность сохраняется. Профиль скорости  $\eta(x, t)$  принимает гребешкообразную форму, а на первоначально гладкой свободной поверхности  $\xi(x, t)$  образуется пилообразная структура. Интересно отметить, что в случае задачи об опрокинутой мелкой воде наблюдается обратная картина – профиль скорости является пилообразным, а свободная поверхность имеет гребешкообразную структуру.

На рис. 3а показано поведение линий уровня функции  $t(U, V)$  (изохрон) в окрестности седловой стационарной точки (30) при  $U_0 \approx 1,55$ ,  $V_0 \approx 1,38$ . Наличие картины изолиний позволяет на практике легко определять при заданном  $t_*$  начальные данные  $(U_*, V_*)$  для задачи Коши (28).

На рис. 3б приведены изолинии якобиана преобразования годографа  $J(U, V)$  (18), показывающие, что в стационарных точках (седлах) происходит обращение якобиана в нуль. Отметим, что именно в таких стационарных точках происходит потеря гладкости решения, отчетливо видная на рис. 2 при  $t = 52,871$ .

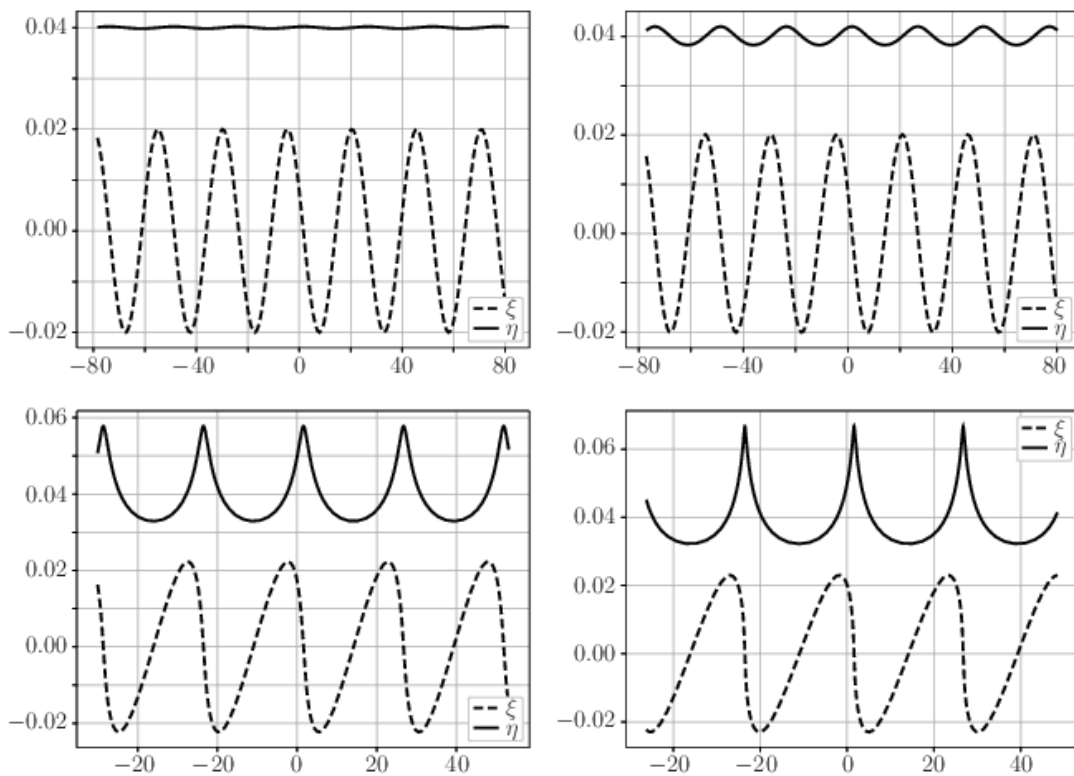


Рис. 2. Решения  $\xi(x, t)$  (пунктирная линия),  $\eta(x, t)$  (сплошная линия) в моменты времени  $t = 0,993, 9,296, 46,917, 52,871$  для значений параметров  $U_* = 1,55$  и  $V_* = 0,01, 0,10, 0,80, 1,10$  соответственно / Fig. 2. Solutions  $\xi(x, t)$  (dotted line),  $\eta(x, t)$  (solid line) at time points  $t=0.993, 9.296, 46.917, 52.871$  for the values of the parameters  $U_*=1.55$  and  $V_*=0.01, 0.10, 0.80, 1.10$ , respectively

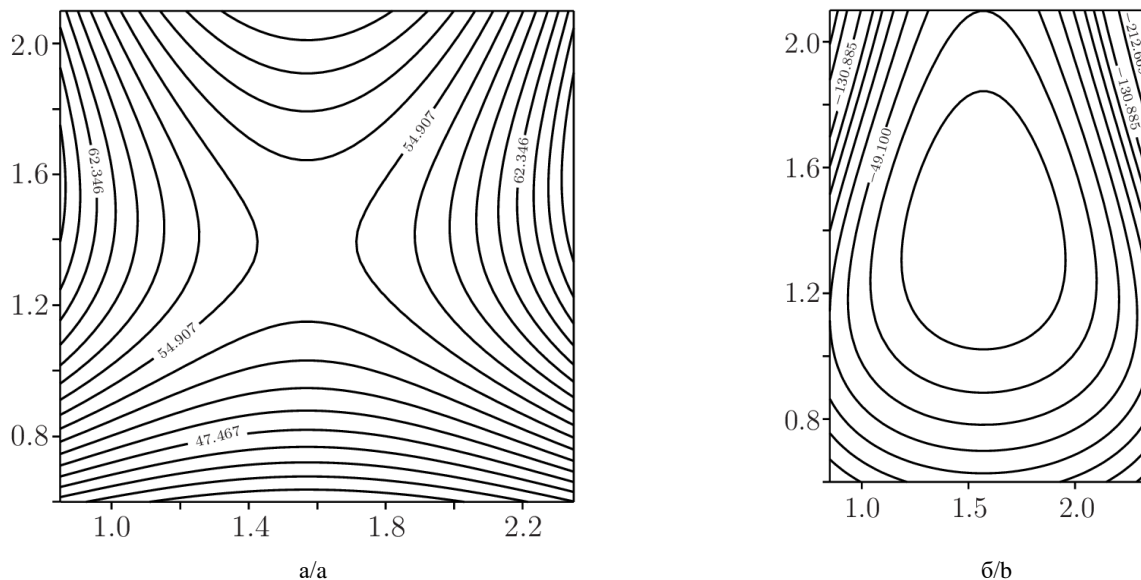


Рис. 3. Линии уровня функции  $t(U, V)$  (изохроны) (а) и якобиана  $J(U, V)$  (б) на плоскости  $(U, V)$  в окрестности седловой точки  $U_0 \approx 1,55, V_0 \approx 1,38$  / Fig. 3. The level lines of the function  $t(U, V)$  (isochrons) (a) and the Jacobian  $J(U, V)$  (b) on the plane  $(U, V)$  in the vicinity of the saddle point  $U_0 \approx 1.55, V_0 \approx 1.38$

На рис. 4 показано поведение функций  $U(\mu)$ ,  $V(\mu)$ ,  $X(\mu)$  на изохроне  $t_* = 1,019$ .

Заметим, что изменение параметров  $\varepsilon$ ,  $\eta^{(0)}$  практически не влияет на качественное поведение решения.

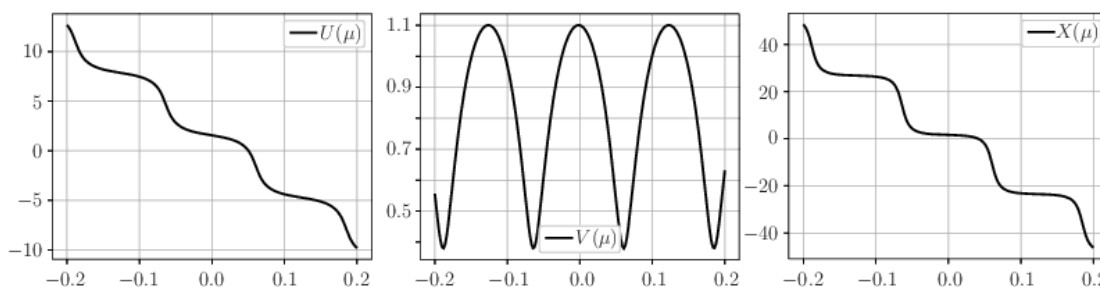


Рис. 4. Поведение функций  $U(\mu)$ ,  $V(\mu)$ ,  $X(\mu)$  на изохроне  $t_* = 52,871$  ( $U_* = 1,55$ ,  $V_* = 1,10$ ) /  
Fig. 4. Behavior of the functions  $U(\mu)$ ,  $V(\mu)$ ,  $X(\mu)$  on the isochron  $t^*=52.871$  ( $U^*=1.55$ ,  $V^*=1.10$ )

### Заключение

Представленный в работе метод решения эволюционной задачи Коши позволяет строить точное двухпараметрическое неявное решение. Использование численного метода требуется только на заключительном этапе при интегрировании ОДУ (16) (если отсутствует точное решение ОДУ в квадратурах) для восстановления явного решения на изохронах. При этом не используются никакие конечно-разностные аппроксимации исходных уравнений. Погрешности решения могут возникать лишь при численном интегрировании задачи Коши для ОДУ. Наиболее эффективно метод работает в случае, когда имеются явные соотношения между инвариантами Римана и исходными переменными, а также явное выражение для функции Римана – Грина линейного уравнения, возникающего в результате преобразования годографа. Заметим, что для системы двух квазилинейных уравнений в частных производных первого порядка инварианты Римана существуют всегда, но для их построения необходимо интегрировать дифференциальное уравнение в полных дифференциалах, которое может не иметь решения в квадратурах [15].

Естественно, применимость метода не ограничивается лишь задачами (1), (6). В принципе, его можно использовать для любых уравнений эллиптического типа [9, 14]. Сравнение результатов расчетов для задачи (1), (6) и аналогичных задач для зонального электрофореза [9, 14], для задачи об опрокинутой мелкой воде [24], для задачи о длинноволновом приближении уравнения Шредингера и т.д. позволяет указать общую тенденцию поведения решений. При возрастании параметра  $t$  в случае периодических начальных данных профиль функции  $p(U(\mu), V(\mu)) = p(x, t_*)$  по переменной  $x$  имеет пилообразный вид (в данном слу-

чае  $\xi(x, t_*)$  (30), а профиль функции  $q(U(\mu), V(\mu)) = q(x, t_*)$  – гребешкообразную структуру. В случае, когда начальное распределение является гауссовой кривой, профили  $p(x, t_*)$ ,  $q(x, t_*)$  имеют кинкоподобную и солитоноподобную структуры соответственно.

### Литература

1. Овсянников Л.В. Модели двухслойной «мелкой воды» // ПМТФ. 1979. № 2. С. 3–14.
2. Овсянников Л.В., Макаренко Н.И., Налимов В.И. и др. Нелинейные проблемы теории поверхностных и внутренних волн. Новосибирск: Наука, Сиб. отделение, 1985. 319 с.
3. Ляпидевский В.Ю., Тешуков В.М. Математические модели распространения длинных волн в неоднородной жидкости. Новосибирск: Изд-во Сиб. отделения РАН, 2000. 420 с.
4. Gerwin R.A. Stability of the interface between two fluids in relative motion // Rev. Mod. Phys. 1968. Vol. 40, No. 3. P. 652–658.
5. Степанянц А.Л., Фабрикант А.Л. Распространение волн в сдвиговых потоках. М.: Наука, 1996. 240 с.
6. Жданов С.К., Трубников Б.А. Квазигазовые неустойчивые среды. М.: Наука, 1991. 174 с.
7. Бицадзе А.В. Уравнения смешанного типа. М.: Наука, 1959. 165 с.
8. Senashov S.I., Yakhno A. Conservation laws, hodograph transformation and boundary value problems of plane plasticity // SIGMA. 2012. Vol. 8, 071. 16 p.
9. Жуков М.Ю., Ширяева Е.В., Долгих Т.Ф. Метод годографа для решения гиперболических и эллиптических квазилинейных уравнений. Ростов н/Д.: Изд-во ЮФУ, 2015. 126 с.
10. Shiryayeva E.V., Zhukov M.Yu. Hodograph Method and Numerical Integration of Two Hyperbolic Quasilinear Equations System. Part I. The Shallow Water Equations // arXiv:1410.2832. 2014. 19 p.



11. Shiryayeva E.V., Zhukov M.Yu. Hodograph Method and Numerical Solution of the Two Hyperbolic Quasilinear Equations System. Part II. Zonal Electrophoresis Equations // arXiv:1503.01762. 2014. 23 p.

12. Shiryayeva E.V., Zhukov M.Yu. Hodograph Method and Numerical Solution of the Two Hyperbolic Quasilinear Equations System. Part III. Two-Beam Reduction of the Dense Soliton Gas Equations // arXiv:1512.06710. 2015. 22 p.

13. Долгих Т.Ф. Решение задачи о переносе массы под действием электрического поля в двухкомпонентной смеси // Изв. вузов. Сев.-Кавк. регион. Естеств. науки. 2017. № 3-1 (195-1). С. 28–35.

14. Долгих Т.Ф., Жуков М.Ю., Ширяева Е.В. Решение эллиптических уравнений с периодическими данными для задачи зонального электрофореза // Вестн. ВГУ. Физика. Математика. 2017. № 2. С. 85–96.

15. Рождественский Б.Л., Яненко Н.Н. Системы квазилинейных уравнений. М.: Наука, 1978. 668 с.

16. Copson E.T. On the Riemann-Green Function // Arch. Ration. Mech. Anal. 1958. Vol. 1. P. 324–348.

17. Курант Р. Уравнения с частными производными. М.: Мир, 1964. 830 с.

18. Daggit E.A. The Use of Infinitesimal Transformations in Predicting the Form of the Riemann (-Green) Function // J. of Mathematical Analysis and Applications. 1970. Vol. 29. P. 91–108.

19. Zeitsch P.J. On the Riemann Function // Reviews in Mathematical Physics. 2017. URL: [https://www.researchgate.net/publication/318755787\\_On\\_the\\_Riemann\\_Functionresearchgate.net](https://www.researchgate.net/publication/318755787_On_the_Riemann_Functionresearchgate.net) (дата обращения: 10.10.2020).

20. Zeitsch P.J. On the Riemann Function // Mathematics. 2018. Vol. 6, No. 316. Doi:10.3390/math6120316. URL: <https://www.mdpi.com/journal/mathematicsmdpi.com> (дата обращения: 10.10.2020).

21. Srivastava H.M. Multiple Gaussian hypergeometric series. Ellis Horwood Limited, 1985. 422 p.

22. Бейтман Г., Эрдейи А. Высшие трансцендентные функции. М.: Наука, 1986. Т. 1. 295 с.

23. Бицадзе А.В. Некоторые классы уравнений в частных производных. М.: Наука, 1981. 449 с.

24. Долгих Т.Ф. Задача об опрокинутой мелкой воде // Современные проблемы механики сплошной среды: сб. тр. XIX Междунар. конф. Ростов н/Д., 2020. Т. I. С. 94–98.

## References

1. Ovsyannikov L.V. (1979). Models of two-layer “shallow water”. *PMTF*, No. 2, pp. 3-14. (in Russian).

2. Ovsyannikov L.V., Makarenko N.I., Nalimov V.I., et al. (1985). *Nonlinear problems in the theory of surface and internal waves*. Novosibirsk, Nauka Publ., Siberian Branch, 319 p. (in Russian).

3. Lyapidevsky V.Yu., Teshukov V.M. (2000). *Mathematical models of long wave propagation in an inhomogeneous liquid*. Novosibirsk, Siberian Branch Press, Russian Academy of Sciences, 420 p. (in Russian).

4. Gerwin R.A. (1968). Stability of the interface between two fluids in relative motion. *Rev. Mod. Phys.*, vol. 40, No. 3, pp. 652-658.

5. Stepanyants A.L., Fabrikant A.L. (1996). *Wave propagation in shear flows*. Moscow, Nauka Publ., 240 p. (in Russian).

6. Zhdanov S.K., Trubnikov B.A. (1991). *Quasi-gas unstable environments*. Moscow, Nauka Publ., 174 p. (in Russian).

7. Bitsadze A.V. (1959). *Equations of mixed type*. Moscow, Nauka Publ., 165 p. (in Russian).

8. Senashov S.I., Yakhno A. (2012). Conservation laws, hodograph transformation and boundary value problems of plane plasticity. *SIGMA*, vol. 8, No. 071, 16 p.

9. Zhukov M.Yu., Shiryayeva E.V., Dolgikh T.F. (2015). *Hodograph method for the solution of hyperbolic and elliptic quasilinear equations*. Rostov-on-Don, Southern Federal University Press, 126 p. (in Russian).

10. Shiryayeva E. V., Zhukov M. Yu. (2014). Hodograph Method and Numerical Integration of Two Hyperbolic Quasilinear Equations. Part I. The Shallow Water Equations. *arXiv:1410.2832*, 19 p.

11. Shiryayeva E. V., Zhukov M. Yu. (2014). Hodograph Method and Numerical Solution of the Two Hyperbolic Quasilinear Equations System. Part II. Zonal Electrophoresis Equations. *arXiv:1503.01762*, 23 p.

12. Shiryayeva E. V., Zhukov M. Yu. (2015). Hodograph Method and Numerical Solution of the Two Hyperbolic Quasilinear Equations System. Part III. Two-Beam Reduction of the Dense Soliton Gas Equations. *arXiv:1512.06710*, 22 p.

13. Dolgikh T. F. (2017). Solution of the problem of mass transfer under the action of an electric field in a two-component mixture. *Izvestiya vuzov. Severo-Kavkazskii region. Estestvennye nauki (Bulletin of Higher Educational Institutions. North Caucasus Region. Natural Science)*, No. 3-1 (195-1), pp. 28-35. (in Russian).

14. Dolgikh T.F., Zhukov M.Yu., Shiryayeva E.V. (2017). Solution of elliptic equations with periodic data for the zonal electrophoresis problem. *Vestn. VGU. Fizika. Matematika*, No. 2, pp. 85-96. (in Russian).

15. Rozhdestvensky B.L., Yanenko N.N. (1978). *Systems of quasilinear equations*. Moscow, Nauka Publ., 668 p. (in Russian).

16. Copson E. T. (1958). On the Riemann-Green Function. *Arch. Ration. Mech. Anal.*, vol. 1, pp. 324-348.

17. Courant R. (1964). *Equations with partial derivatives*. Moscow, Mir Publ., 830 p. (in Russian).

18. Daggit E.A. (1970). The Use of Infinitesimal Transformations in Predicting the Form of the Riemann (-Green)

Function. *J. of Mathematical Analysis and Applications*, vol. 29, pp. 91-108.

19. Zeitsch P.J. (2017). On the Riemann Function. *Reviews in Mathematical Physics*. Available at: [https://www.researchgate.net/publication/318755787\\_On\\_the\\_Riemann\\_Function](https://www.researchgate.net/publication/318755787_On_the_Riemann_Function)researchgate.net (accessed October 10, 2020).

20. Zeitsch P.J. (2018). On the Riemann Function. *Mathematics*, vol. 6, No. 316. Doi: 10.3390/math6120316. Available at: <https://www.mdpi.com/journal/mathematics>mdpi.com (accessed October 10, 2020).

21. Srivastava H. M. (1985). *Multiple Gaussian hypergeometric series*. Ellis Horwood Limited, 422 p.

22. Bateman G., Erdelyi A. (1986). *Higher transcendental functions*. Moscow, Nauka Publ., vol. 1, 295 p. (in Russian).

23. Bitsadze A.V. (1981). *Some classes of partial differential equations*. Moscow, Nauka Publ., 449 p. (in Russian).

24. Dolgikh T. F. (2020). The problem of overturned shallow water. *Modern problems of continuum mechanics/ Collected works XIX international conference*, vol. I, pp. 94-98. (in Russian).

---

*Поступила в редакцию / Received*

*30 ноября 2020 г. / November 30, 2020*

УДК 519.6: 537.2

doi 10.18522/1026-2237-2021-1-25-32

## О ПРЕДЕЛЬНЫХ ПЕРЕХОДАХ В ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ЗАДАЧАХ ГОМОГЕНИЗАЦИИ ДВУХКОМПОНЕНТНЫХ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ КОМПОЗИТОВ С ЭКСТРЕМАЛЬНЫМИ МОДУЛЯМИ ОДНОЙ ИЗ ФАЗ\*

© 2021 г. А.Б. Кудимова<sup>1</sup>, А.В. Наседкин<sup>1</sup><sup>1</sup>Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону, Россия

## ABOUT LIMIT TRANSITIONS IN SPATIAL HOMOGENIZATION PROBLEMS FOR TWO-COMPONENT DIELECTRIC COMPOSITES WITH EXTREMAL MODULI FOR ONE OF PHASES

А.Б. Кудимова<sup>1</sup>, А.В. Наседкин<sup>1</sup><sup>1</sup>Southern Federal University, Rostov-on-Don, Russia

Кудимова Анна Богдановна – аспирант, кафедра математического моделирования, Институт математики, механики и компьютерных наук им. И.И. Воровича, Южный федеральный университет, ул. Мильчакова, 8а, г. Ростов н/Д, 344090, Россия, e-mail: kudianna@list.ru

Anna B. Kudimova - Postgraduate, Department of Mathematical Modeling, Vorovich Institute of Mathematics, Mechanics and Computer Science, Southern Federal University, Milchakova St., 8a, Rostov-on-Don, 344090, Russia, e-mail: kudianna@list.ru

Наседкин Андрей Викторович – доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой математического моделирования, Институт математики, механики и компьютерных наук им. И.И. Воровича, Южный федеральный университет, ул. Мильчакова, 8а, г. Ростов н/Д, 344090, Россия, e-mail: nasedkin@math.sfedu.ru

Andrey V. Nasedkin - Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Head of the Department of Mathematical Modeling, Vorovich Institute of Mathematics, Mechanics and Computer Science, Southern Federal University, Milchakova St., 8a, Rostov-on-Don, 344090, Russia, e-mail: nasedkin@math.sfedu.ru

Рассмотрена пространственная задача о вычислении эффективной диэлектрической проницаемости двухкомпонентного композита, состоящего из основного материала, заполняющего шаровой слой, и одного шарового включения. Задача гомогенизации решается по методу эффективных модулей с вычислением энергетических характеристик в композитной среде и в ее отдельных фазах. В полученном решении произведены предельные переходы для двух экстремальных случаев: поры (или включения с нулевой диэлектрической проницаемостью) и проводящего включения с бесконечно большой диэлектрической проницаемостью. Решения данных задач сравнены с решениями задач гомогенизации для среды с полостью и среды с проводящей границей включения. В задачах с одним основным материалом свойства включений учитывались только соответствующими граничными условиями на поверхности раздела фаз. Показано, что вычисления эффективной диэлектрической проницаемости по энергетическому критерию дают корректные результаты во всех рассмотренных случаях, тогда как расчеты по средним диэлектрическим проницаемостям для композита с проводящей границей включения могут быть ошибочными.

**Ключевые слова:** гомогенизация, эффективный модуль, двухфазный композит, пористый композит, диэлектрик с металлическим включением.

The spatial problem of calculating the effective permittivity of two-component composite, consisting of a base material filling a spherical layer and one spherical inclusion, is considered. The homogenization problem is solved by effective moduli

\* Работа выполнена при поддержке гранта Правительства РФ № 075-15-2019-1928.

method with calculation of the energy characteristics in the composite medium and in its individual phases. In the obtained solution, the limit transitions are made for two extreme cases: pores or inclusions with zero dielectric constant and conductive inclusions with infinitely high dielectric constant. The solutions of these problems are compared with the solutions of homogenization problems for a medium with void and for a medium with conductive inclusion boundary. In problems with one basic material, the properties of inclusions were taken into account only by the corresponding boundary conditions on the interface. It is shown that calculations of the effective permittivity by energy criterion give correct results in all the cases considered, while the calculations by the average permittivity for a composite with a conductive inclusion boundary may be erroneous.

**Keywords:** homogenization, effective modulus, two-phase composite, porous composite, dielectric with metal inclusion.

## Введение

Для улучшения эксплуатационных характеристик диэлектрических материалов достаточно широко используются композитные материалы. Пограничными типами двухфазных (двухкомпонентных) диэлектрических композитов являются пористый диэлектрический материал и диэлектрический материал с проводящими включениями. В первом варианте можно считать, что включение имеет пренебрежимо малую диэлектрическую проницаемость, во втором – очень большую.

В качестве основного диэлектрического материала матрицы композита часто используется пьезокерамика. Тогда пограничными свойствами второй фазы обладают пористые пьезокерамики и пьезокерамики с металлическими включениями. Эти активные пьезокомпозиты перспективны для многих применений и исследовались в достаточно большом числе работ. Например, эффективные свойства пористых пьезокерамических материалов методами теории композитов и численными изучались в [1–7] и др. Было отмечено, что пористая пьезокерамика по сравнению с плотной имеет меньший акустический импеданс и высокую пьезочувствительность, что делает ее эффективной для гидроакустического применения, использования в устройствах медицинского ультразвука и в пьезогенераторах «зеленой энергии». Композиты типа диэлектрик/металл исследовались в ряде работ [8–12] и др. В таких пьезокомпозитах добавление металлических включений позволяет повысить прочностные свойства композита и существенно увеличить его диэлектрические проницаемости.

В настоящей работе рассматривается классическая задача об определении эффективной проницаемости в диэлектрическом композите в шаровой области с шаровым центральным включением. Для решения задачи гомогенизации применяется метод эффективных модулей, причем для нахождения эффективной проницаемости используется энергетический критерий. Решение такой задачи известно, но основной акцент здесь сделан на анализе предельных переходов в энергетических соотношениях

и в модулях включения для случаев пористого композита и композита с проводящим включением. Полученные решения сравниваются с соответствующими решениями задач гомогенизации, когда рассматривается только основной материал композита, а экстремальные свойства включений моделируются лишь граничными условиями.

## Гомогенизация двухфазного диэлектрического композита методом эффективных модулей

Пусть  $\Omega$  – шар радиуса  $b$ . Введем декартову и сферическую системы координат  $Oxyz$  и  $Or\theta\psi$ , в которых точка  $O$  является центром шара  $\Omega$ . Вектор пространственных координат  $\mathbf{x}$  в этих системах координат представим в виде

$\mathbf{x} = x\mathbf{e}_x + y\mathbf{e}_y + z\mathbf{e}_z = r\mathbf{e}_r + \theta\mathbf{e}_\theta + \psi\mathbf{e}_\psi$ , где  $\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z$  – орты декартовой системы координат;  $\mathbf{e}_r, \mathbf{e}_\theta, \mathbf{e}_\psi$  – орты сферической системы координат. Координаты и орты этих систем связываются между собой стандартными формулами

$$x = r \sin \theta \cos \psi, \quad y = r \sin \theta \sin \psi, \quad z = r \cos \theta,$$

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{e}_r \\ \mathbf{e}_\theta \\ \mathbf{e}_\psi \end{Bmatrix} = \mathbf{Q} \cdot \begin{Bmatrix} \mathbf{e}_x \\ \mathbf{e}_y \\ \mathbf{e}_z \end{Bmatrix},$$

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \sin \theta \cos \psi & \sin \theta \sin \psi & \cos \theta \\ \cos \theta \cos \psi & \cos \theta \sin \psi & -\sin \theta \\ -\sin \psi & \cos \psi & 0 \end{bmatrix}, \quad (1)$$

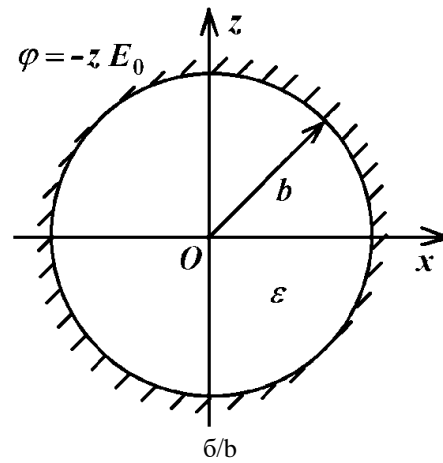
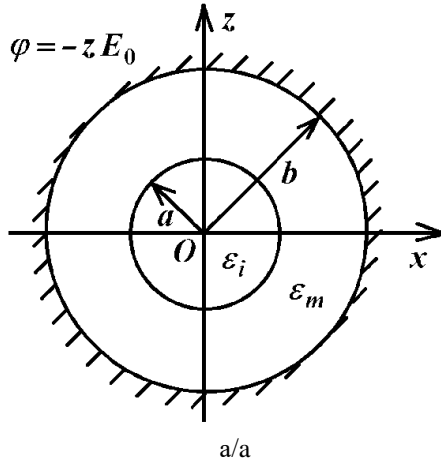
причем  $\mathbf{Q}^{-1} = \mathbf{Q}^T$  – ортогональная матрица.

Рассмотрим в  $\Omega$  осесимметричную относительно оси  $Oz$  задачу гомогенизации двухфазного диэлектрического композита, состоящего из основного материала, заполняющего сферический слой  $\Omega_m$ ,  $a \leq r \leq b$ , и шарового включения  $\Omega_i$ ,  $r \leq a$  (рис. а). Обозначим через  $\phi = \phi(r, \theta)$  функцию электрического потенциала, через  $\varepsilon_c$  – диэлектрическую проницаемость. Диэлектрическая проницаемость в каждом

материале, вообще говоря, может быть различной, но постоянной для каждой фазы:  $\varepsilon_c = \varepsilon_m$ ,  $\mathbf{x} \in \Omega_m$ ;  $\varepsilon_c = \varepsilon_i$ ,  $\mathbf{x} \in \Omega_i$ . Определим векторы напряженности электрического поля  $\mathbf{E}$  и электрической индукции

(электрического смещения)  $\mathbf{D}$  через функцию электрического потенциала по формулам

$$\mathbf{E} = -\nabla\phi = -\frac{\partial\phi}{\partial r}\mathbf{e}_r - \frac{1}{r}\frac{\partial\phi}{\partial\theta}\mathbf{e}_\theta, \quad \mathbf{D} = \varepsilon_c\mathbf{E}. \quad (2)$$



Меридиональные сечения композита (а) и однородной эквивалентной среды (б) с граничными условиями / Meridional sections of the composite medium (a) and of the homogeneous equivalent medium (b) with boundary condition

Поле электрической индукции в диэлектрике должно удовлетворять уравнению квазиэлектростатики  $\nabla \cdot \mathbf{D} = 0$ , которое в сферической системе координат для осесимметричной относительно оси  $Oz$  задачи можно записать в виде

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 D_r) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta D_\theta) = 0. \quad (3)$$

Задача гомогенизации состоит в определении диэлектрической проницаемости  $\varepsilon$  однородной среды, в некотором смысле эквивалентной исходному композиту. Согласно методу эффективных модулей будем решать задачу (2), (3) в области  $\Omega$  с кусочно-однородными значениями диэлектрической проницаемости  $\varepsilon_c$  с граничным условием

$$\phi = -\mathbf{x} \cdot \mathbf{e}_z E_0 = -zE_0, \quad r = b, \quad (4)$$

и с условиями полного контакта на границе раздела фаз с различными материальными свойствами

$$[\phi] = 0, \quad [\mathbf{n} \cdot \mathbf{D}] = 0, \quad r = a, \quad (5)$$

где  $[\bullet]$  – скачок соответствующей величины ( $\phi$  или  $\mathbf{n} \cdot \mathbf{D}$ ) через границу раздела фаз;  $\mathbf{n}$  – вектор единичной нормали к границе.

Найдя решение задачи (2)–(5), можно вычислить электрическую энергию  $U = (\mathbf{E} \cdot \mathbf{D})/2$ , а также ее осредненное значение

$$\langle U \rangle = \langle U \rangle_m + \langle U \rangle_i, \quad (6)$$

где выделены средние значения по объему  $\Omega_m$ , заполненному матрицей композита, и по объему  $\Omega_i$ , заполненному материалом включения

$$\langle (\bullet) \rangle = \frac{1}{|\Omega|} \int_{\Omega} (\bullet) d\Omega = \frac{3}{2b^3} \int_0^{\pi} \int_0^b (\bullet) r^2 \sin \theta dr d\theta, \quad (7)$$

$$\langle (\bullet) \rangle_m = \frac{1}{|\Omega|} \int_{\Omega_m} (\bullet) d\Omega, \quad \langle (\bullet) \rangle_i = \frac{1}{|\Omega|} \int_{\Omega_i} (\bullet) d\Omega. \quad (8)$$

Примем, что в гомогенной среде сравнения в объеме  $\Omega$  с постоянной диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon_c = \varepsilon$  (рис. б) выполняются уравнения (2)–(4). Величины, относящиеся к этой однородной среде, будем помечать нижним индексом 0. Решение задачи (2)–(4) в однородной среде легко находится и дается формулами:  $\phi_0 = -zE_0 = -r \cos \theta E_0$ ,  $\mathbf{E}_0 = -\nabla\phi_0 = E_0 \mathbf{e}_z$ ,  $\mathbf{D}_0 = \varepsilon \mathbf{E}_0 = \varepsilon E_0 \mathbf{e}_z$ ,  $U_0 = (\mathbf{E}_0 \cdot \mathbf{D}_0)/2 = \varepsilon E_0^2/2$ .

Тогда можно найти эффективную диэлектрическую проницаемость  $\varepsilon$  из условия равенства энергий в композите и в однородной среде сравнения:

$$\langle U \rangle = \langle U_0 \rangle = U_0. \quad (9)$$

Отметим, что для задачи (2)–(5) имеют место следующие важные равенства:

$$\langle \mathbf{E} \rangle = \mathbf{E}_0,$$

$$\langle U \rangle = \langle \mathbf{E} \cdot \mathbf{D} \rangle / 2 = \langle \mathbf{E} \rangle \cdot \langle \mathbf{D} \rangle / 2 = \mathbf{E}_0 \cdot \mathbf{D}_0 / 2 = U_0, \quad (10)$$

причем эти равенства обобщаются и на задачи гомогенизации для композитов более сложной природы, например для пьезоэлектрических композитов [6,

13]. Используя (10), можно получить более простое уравнение для определения эффективной диэлектрической проницаемости

$$\langle \mathbf{D} \rangle = \mathbf{D}_0 = \varepsilon E_0 \mathbf{e}_z, \quad (11)$$

которое приводит к той же формуле для  $\varepsilon$ , что и (9).

Итак, метод эффективных модулей состоит в решении в области  $\Omega$  краевой задачи (2)–(5) с неоднородными материальными коэффициентами и в использовании энергетического соотношения (9) или (11) для определения диэлектрической проницаемости  $\varepsilon$  эквивалентной гомогенной среды. Этот метод можно применять для областей  $\Omega$  различной структуры, используя для решения задачи гомогенизации в сложных представительных объемах численные методы, например метод конечных элементов [3–6, 13, 14]. В случае рассматриваемой здесь шаровой области  $\Omega$  с шаровым включением  $\Omega_i$  решение находится аналитически. Именно общее решение уравнений (2), (3) можно искать в виде

$$\phi = \begin{cases} A_1 r \cos \theta, & r \leq a, \\ \left( B_1 r + B_2 \frac{1}{r^2} \right) \cos \theta, & a \leq r \leq b. \end{cases} \quad (12)$$

Тогда из (2), (12) получаем выражение для вектора электрической индукции  $\mathbf{D}$  в базисе  $\mathbf{e}_r, \mathbf{e}_\theta$ :

$$\mathbf{D} = \begin{cases} -\varepsilon_i A_1 (\cos \theta \mathbf{e}_r - \sin \theta \mathbf{e}_\theta), & r \leq a, \\ -\varepsilon_m \left[ \left( B_1 - B_2 \frac{2}{r^3} \right) \cos \theta \mathbf{e}_r - \left( B_1 + B_2 \frac{1}{r^3} \right) \sin \theta \mathbf{e}_\theta \right], & a \leq r \leq b. \end{cases} \quad (13)$$

С учетом (1) вектор  $\mathbf{D}$  из (13) можно представить также в базисе декартовой системы координат  $\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z$ :

$$\mathbf{D} = \begin{cases} -\varepsilon_i A_1 \mathbf{e}_z, & r \leq a, \\ -\varepsilon_m \left[ \left( B_1 - B_2 \frac{1}{2r^3} (1 + 3 \cos 2\theta) \right) \mathbf{e}_z + \mathbf{D}_{xy} \right], & a \leq r \leq b, \end{cases} \quad (14)$$

где  $\mathbf{D}_{xy} = \frac{3}{2r^3} \varepsilon_m B_2 \sin 2\theta (\cos \psi \mathbf{e}_x + \sin \psi \mathbf{e}_y)$ .

Неизвестные в (12) константы  $A_1, B_1, B_2$  определяются из условий контакта на границе раздела фаз (5) и граничного условия (4), т.е. из соотношений

$$\phi|_{r=a-0} = \phi|_{r=a+0}, \quad D_r|_{r=a-0} = D_r|_{r=a+0},$$

$$\phi|_{r=b} = -E_0 b \cos \theta. \quad (15)$$

Решая систему трех уравнений (15) с тремя неизвестными, получим

$$A_1 = -\frac{3E_0}{\Delta}, \quad B_1 = -\frac{(2 + \tilde{\varepsilon}_i)E_0}{\Delta}, \\ B_2 = -\frac{(1 - \tilde{\varepsilon}_i)pb^3 E_0}{\Delta}, \quad (16)$$

где  $\Delta = 2 + p + \tilde{\varepsilon}_i(1 - p)$ ,  $\tilde{\varepsilon}_i = \varepsilon_i / \varepsilon_m$  – относительное значение диэлектрической проницаемости включения;  $p = a^3 / b^3$  – пространственная доля включения в объеме  $\Omega$ .

Используя полученное решение (12), (16) и (13), (14), найдем по (2), (6), (7)–(9) средние значения напряженности электрического поля, электрической индукции и энергии в отдельных фазах и во всем композите

$$\langle \mathbf{E} \rangle_i = \frac{3pE_0}{\Delta} \mathbf{e}_z, \quad \langle \mathbf{E} \rangle_m = \frac{(2 + \tilde{\varepsilon}_i)(1 - p)E_0}{\Delta} \mathbf{e}_z, \\ \langle \mathbf{D} \rangle_i = \frac{3\tilde{\varepsilon}_i p \varepsilon_m E_0}{\Delta} \mathbf{e}_z, \quad (17)$$

$$\langle \mathbf{D} \rangle_m = \frac{(2 + \tilde{\varepsilon}_i)(1 - p)\varepsilon_m E_0}{\Delta} \mathbf{e}_z, \\ \langle \mathbf{E} \rangle = E_0 \mathbf{e}_z, \\ \langle \mathbf{D} \rangle = \frac{2(1 - p) + \tilde{\varepsilon}_i(1 + 2p)}{1 + p + \tilde{\varepsilon}_i(1 - p)} \varepsilon_m E_0 \mathbf{e}_z, \quad (18)$$

$$\langle U \rangle_i = \frac{9\tilde{\varepsilon}_i p \varepsilon_m E_0^2}{2\Delta^2}, \\ \langle U \rangle_m = \frac{[(2 + \tilde{\varepsilon}_i)^2 + 2p(1 - \tilde{\varepsilon}_i)^2](1 - p)\varepsilon_m E_0^2}{2\Delta^2}, \quad (19)$$

$$\langle U \rangle = \frac{2(1 - p) + \tilde{\varepsilon}_i(1 + 2p)}{2[2 + p + \tilde{\varepsilon}_i(1 - p)]} \varepsilon_m E_0^2. \quad (20)$$

Последняя формула в (18) и (11) или (20) и (9) позволяет получить итоговое значение относительной эффективной диэлектрической проницаемости  $\tilde{\varepsilon} = \varepsilon / \varepsilon_m$  в следующем виде:

$$\tilde{\varepsilon} = \frac{2(1 - p) + \tilde{\varepsilon}_i(1 + 2p)}{2 + p + \tilde{\varepsilon}_i(1 - p)}. \quad (21)$$

Формула (21) для эффективной диэлектрической проницаемости  $\varepsilon$  двухкомпонентного композита известна и совпадает с формулой Максвелла Гарнетта, полученной различными методами [15–17]. Наше исследование отличается только выделением

осредненных электрических полей и энергий для отдельных фаз и анализом решений, получаемых ниже при экстремальных свойствах включения.

### Предельные варианты включений

*Пора.* Если включение является порой, то такой композит можно моделировать как двухфазный с пренебрежимо малым значением диэлектрической проницаемости второй фазы. Решение задачи и другие характеристики решения для пористого композита можно получить из формул (16)–(21) при предельном переходе  $\tilde{\varepsilon}_i \rightarrow 0$  в таком виде:

$$A_1 = -\frac{3E_0}{2+p}, B_1 = -\frac{2E_0}{2+p}, B_2 = -\frac{pb^3E_0}{2+p}, \quad (22)$$

$$\langle \mathbf{E} \rangle_i = \frac{3pE_0}{2+p} \mathbf{e}_z, \quad \langle \mathbf{E} \rangle_m = \frac{2(1-p)E_0}{2+p} \mathbf{e}_z, \\ \langle \mathbf{E} \rangle = E_0 \mathbf{e}_z, \\ \langle \mathbf{D} \rangle_i = 0, \quad \langle \mathbf{D} \rangle_m = \frac{(1-p)\varepsilon_m E_0}{1+p/2} \mathbf{e}_z, \quad (23)$$

$$\langle \mathbf{D} \rangle = \frac{(1-p)\varepsilon_m E_0}{1+p/2} \mathbf{e}_z, \\ \langle U \rangle_i = 0, \quad \langle U \rangle_m = \frac{(1-p)\varepsilon_m E_0^2}{2(1+p/2)},$$

$$\langle U \rangle = \frac{(1-p)\varepsilon_m E_0^2}{2(1+p/2)}, \quad (24)$$

$$\tilde{\varepsilon} = \frac{1-p}{1+p/2}. \quad (25)$$

Как видно из (23), несмотря на отсутствие материала в поре, электрическое поле там отлично от нуля ( $\langle \mathbf{E} \rangle_i \neq 0$ ), но электрическая индукция равна нулю ( $\langle \mathbf{D} \rangle_i = 0$ ). Без учета электрического поля в поре  $\langle \mathbf{E} \rangle_i$  среднее электрическое поле в основном материале  $\langle \mathbf{E} \rangle_m$  не равно  $\mathbf{E}_0$ , т.е. не выполняется первое из равенств (10). Однако с учетом вклада  $\langle \mathbf{E} \rangle_i$  в полное среднее поле  $\langle \mathbf{E} \rangle$  это равенство выполняется.

Поскольку  $\langle \mathbf{D} \rangle_i = 0$ ,  $\langle U \rangle_i = 0$ , то эффективный модуль  $\varepsilon$  определяется только по электрическим полям в основном материале. Кроме того, поскольку для пористого композита  $\langle \mathbf{D} \rangle_m = \langle \mathbf{D} \rangle$ ,  $\langle U \rangle_m = \langle U \rangle$ , то в формулах (9) и (11) для определения эффективной диэлектрической проницаемости можно заме-

нить осредненные значения  $\langle U \rangle$  и  $\langle \mathbf{D} \rangle$  по всей области на интегральные характеристики  $\langle U \rangle_m$  и  $\langle \mathbf{D} \rangle_m$  по области основного материала.

Отметим также, что, как следует из (13), (22), на границе поры  $r = a$ , нормальная компонента вектора электрической индукции  $D_r$  обращается в нуль.

*Проводящее включение.* Если включение является проводящим, например металлическим, то такой композит можно моделировать как двухфазный с очень большим значением диэлектрической проницаемости второй фазы. Решение задачи и другие характеристики решения для композита с абсолютно проводящим включением можно получить из (16)–(21) при предельном переходе  $\tilde{\varepsilon}_i \rightarrow \infty$ . Такой предельный переход дает следующие формулы:

$$A_1 = 0, B_1 = -\frac{E_0}{1-p}, B_2 = \frac{pb^3E_0}{1-p}, \quad (26)$$

$$\langle \mathbf{E} \rangle_i = 0, \quad \langle \mathbf{E} \rangle_m = E_0 \mathbf{e}_z, \quad \langle \mathbf{E} \rangle = E_0 \mathbf{e}_z, \\ \langle \mathbf{D} \rangle_i = \frac{3p\varepsilon_m E_0}{1-p} \mathbf{e}_z, \quad \langle \mathbf{D} \rangle_m = \varepsilon_m E_0 \mathbf{e}_z, \\ \langle \mathbf{D} \rangle = \frac{1+2p}{1-p} \varepsilon_m E_0 \mathbf{e}_z, \quad (27)$$

$$\langle U \rangle_i = 0, \quad \langle U \rangle_m = \frac{(1+2p)}{2(1-p)} \varepsilon_m E_0^2,$$

$$\langle U \rangle = \frac{1+2p}{2(1-p)} \varepsilon_m E_0^2,$$

и хорошо известную формулу Максвелла для композита типа диэлектрик – металл [10, 18, 19].

$$\tilde{\varepsilon} = \frac{1+2p}{1-p}. \quad (28)$$

Из (26)–(28) видно, что хотя в проводящем включении электрический потенциал, напряженность электрического поля и энергия пренебрежимо малы, но электрическая индукция в  $\Omega_i$  оказывается совсем не малой конечной величиной. Теперь  $\langle \mathbf{E} \rangle_m = \langle \mathbf{E} \rangle = \mathbf{E}_0$ ,  $\langle U \rangle_m = \langle U \rangle$ , но  $\langle \mathbf{D} \rangle_m \neq \langle \mathbf{D} \rangle$ . Поэтому в формуле (9) для определения эффективной диэлектрической проницаемости можно заменить осредненное значение  $\langle U \rangle$  по всей области на интегральное значение энергии  $\langle U \rangle_m$  по области основного материала. Однако в формуле (11) при определении эффективной диэлектрической проницаемости нельзя заменить среднюю электрическую индукцию

$\langle \mathbf{D} \rangle$  по всей области на интегральное значение  $\langle \mathbf{D} \rangle_m$  только в области диэлектрической матрицы.

Заметим также, что в данном случае, как следует из (13), (26), на границе поры  $r = a$  электрический потенциал  $\phi$  обращается в нуль, как и во всей области  $\Omega_i$ . Между тем нормальная компонента вектора электрической индукции  $D_r$  не обращается в нуль, но равно нулю интегральное значение  $D_r$  по границе раздела фаз

$$D_r = \frac{3\varepsilon_m E_0}{1-p} \cos\theta, \quad 2\pi \int_0^\pi D_r d\theta = 0, \quad r = a. \quad (29)$$

Наиболее интересным феноменом для данной модели композита является ненулевое значение электрической индукции  $\mathbf{D}$  внутри проводящего включения  $\Omega_i$  при нулевом векторе электрического поля  $\mathbf{E}$ , а также то, что величина  $\langle \mathbf{D} \rangle_i$  необходима для корректного вычисления эффективной диэлектрической проницаемости по (11).

#### Задачи гомогенизации без учета экстремальных материальных модулей включений

В данном разделе рассматриваются те же задачи гомогенизации в шаровой области  $\Omega$ , что и в предыдущем разделе, но без уравнений внутри включения. Таким образом, здесь принимаются математические модели только в области материала матрицы композита  $\Omega_m$ , а учет свойств включения осуществляется лишь на границе раздела фаз  $\Gamma_i = \partial\Omega_i = \{r = a, 0 \leq \theta \leq \pi, 0 \leq \psi \leq 2\pi\}$ .

*Диэлектрический материал с порой.* Рассмотрим пористый материал с диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon_c = \varepsilon_m$ , в котором в шаровом слое  $\Omega_m$ ,  $a \leq r \leq b$ , выполняются уравнения (2), (3). Граничные условия на внешней границе области  $r = b$  примем в виде (4), а на границе пор зададим условие свободной незелектродированной границы

$$\mathbf{n} \cdot \mathbf{D} = D_r = 0, \quad r = a. \quad (30)$$

Поскольку теперь композит, занимающий область  $\Omega_m$ , сравнивается с однородной средой, занимающей область  $\Omega$ , то для определения эффективной диэлектрической проницаемости  $\varepsilon$  вместо (9) надо использовать условие

$$\langle U \rangle_m = U_0, \quad U_0 = \varepsilon E_0^2 / 2. \quad (31)$$

Решение задачи (2)–(4), (30), (31) в области  $\Omega_m$  ищем в виде (11), естественно, только для  $a \leq r \leq b$ . Как легко проверить, результатом решения данной задачи будут формулы (22)–(25), относящиеся только к области  $\Omega_m$ .

Таким образом, решение задачи гомогенизации в  $\Omega$  для пористого диэлектрического материала, полученное в результате предельного перехода при устремлении диэлектрической проницаемости к нулю, совпадает с решением задачи гомогенизации в  $\Omega_m$  для материала матрицы композита. Хотя эти две задачи на первый взгляд имеют различные условия на межфазной границе, при предельном переходе условие (5) дает условие (30), что и объясняет совпадение решений обеих задач. Отметим только, что при вычислении интегральных значений для  $\langle \mathbf{E} \rangle_m$ ,  $\langle \mathbf{D} \rangle_m$ ,  $\langle U \rangle_m$  в задаче гомогенизации в  $\Omega_m$  надо по-прежнему использовать первую формулу (8) с отнесением этих интегральных значений к объему всей области  $\Omega$ , включающей и пору. Это вполне естественно, поскольку свойства пористого материала в матрице композита  $\Omega_m$  мы сравниваем со свойствами эффективной среды, заполняющей всю область  $\Omega$ .

Для определения эффективной диэлектрической проницаемости  $\varepsilon$  здесь можно было использовать и равенство

$$\langle \mathbf{D} \rangle_m = \mathbf{D}_0 = \varepsilon E_0 \mathbf{e}_z, \quad (32)$$

поскольку для пористого композита  $\langle \mathbf{D} \rangle_m = \langle \mathbf{D} \rangle$ .

*Диэлектрический материал с проводящим включением.* В случае абсолютно проводящего включения уравнения квазиэлектростатики внутри материала включения, вообще говоря, использовать нельзя. Поэтому в данном случае уравнения (2), (3) рассматриваются только для шаровой области  $\Omega_m$ ,  $a \leq r \leq b$ ,  $\varepsilon_c = \varepsilon_m$ . Граничные условия на внешней границе  $r = b$  снова примем в виде (4), а на границе проводящего включения зададим условие свободной электродированной границы, которое обычно используется для металлизированных поверхностей пьезоэлектрических сред [20, 21]

$$\phi = \Phi, \quad \int_{\Gamma_i} \mathbf{n} \cdot \mathbf{D} d\Gamma = 0, \quad r = a, \quad (33)$$

где  $\Phi$  – произвольная постоянная, определяющаяся из второго условия (33), которое выражает равенство нулю суммарного заряда на  $\Gamma_i$ .

Разыскивая решение задачи (2)–(4), (33) в области  $\Omega_m$  в виде (12) и определяя эффективную диэлектрическую проницаемость по энергетическому соотношению (31), получаем формулы (26)–(28), относящиеся к области  $\Omega_m$ .

Итак, решение задачи гомогенизации (2)–(5), (9) в  $\Omega$  для композитного диэлектрического материала с включением, полученное в результате предельного перехода при стремлении диэлектрической



проницаемости включения к бесконечности, совпадает с решением задачи гомогенизации (2)–(4), (33), (31) в  $\Omega_m$  для материала матрицы композита.

Отметим, что для такого композита при определении эффективной диэлектрической проницаемости не можем использовать условие (32), поскольку  $\langle \mathbf{D} \rangle_m \neq \langle \mathbf{D} \rangle$ . Корректным и физически оправданным здесь является сравнение композита и эффективной среды по энергетическому соотношению (31).

### Заключение

Итак, проведенное исследование показывает, что для определения эффективных свойств диэлектрических композитов с предельными свойствами можно использовать предельные переходы в решениях задач для обычных двухфазных композитов. Если же при моделировании композитов с порами или с проводящими включениями ограничиваться только областями, занятыми основным материалом, то энергетически оправданные результаты дают задачи со свободными границами пор и с эквипотенциальными границами проводящих включений с нулевыми суммарными зарядами. При этом для вычисления эффективных модулей надо использовать энергетический критерий, а осреднение потоковых величин (электрической индукции) может приводить к некорректным результатам.

Отметим, что рассмотренная задача об определении эффективного модуля диэлектрической проницаемости с точностью до обозначений совпадает с задачей об определении эффективного модуля теплопроводности в силу аналогии между задачами квазиэлектростатики и стационарной теплопроводности. Поэтому все приведенные здесь результаты для диэлектрических композитов будут справедливыми и для аналогичных теплопроводных композитных материалов. Эти результаты также обобщаются на более сложные типы упругих композитов с порами или с жесткими включениями, а также на пьезоэлектрические композиты с экстремальными свойствами модулей второй фазы.

### Литература

1. *Dunn H., Taya M.* Electromechanical properties of porous piezoelectric ceramics // *J. Am. Ceram. Soc.* 1993. Vol. 76. P. 1697–1706. Doi: 10.1111/j.1151-2916.1993.tb06637.x.
2. *Dunn H., Taya M.* Micromechanics predictions of the effective electroelastic moduli of piezoelectric composites // *Int. J. Solids Struct.* 1993. Vol. 30, № 2. P. 161–175. Doi: 10.1016/0020-7683(93)90058-F.
3. *Iyer S., Venkatesh T.A.* Electromechanical response of (3–0, 3–1) particulate, fibrous, and porous piezoelectric

composites with anisotropic constituents: A model based on the homogenization method // *Int. J. Solids Struct.* 2014. Vol. 51. P. 1221–1234. Doi: 10.1016/j.ijsolstr.2013.12.008.

4. *Kudimova A.B., Nadolin D.K., Nasedkin A.V., Nasedkina A.A., Oganesyanyan P.A., Soloviev A.N.* Models of porous piezocomposites with 3-3 connectivity type in ACELAN finite element package // *Mater. Phys. Mech.* 2018. Vol. 37, № 1. P. 16–24. Doi: 10.18720/MPM.3712018\_3.

5. *Martinez-Ayuso G., Friswell M.I., Adhikari S., Khodaparast H.H., Berger H.* Homogenization of porous piezoelectric materials // *Int. J. Solids Struct.* 2017. Vol. 113–114. P. 218–229. Doi: 10.1016/j.ijsolstr.2017.03.003.

6. *Nasedkin A.V., Shevtsova M.S.* Improved finite element approaches for modeling of porous piezocomposite materials with different connectivity // *Ferroelectrics and superconductors: Properties and applications.* Ed. I.A. Parinov. N. Y.: Nova Science Publ., 2011. Ch. 7. P. 231–254.

7. *Rybyanets A.N.* Porous piezoceramics: theory, technology, and properties // *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control.* 2011. Vol. 58. P. 1492–1507. Doi: 10.1109/TUFFC.2011.1968.

8. *Bottero C.J., Idiart M.I.* Influence of second-phase inclusions on the electro-deformation of ferroelectric ceramics // *Int. J. Solids Struct.* 2016. Vol. 80. P. 381–392. Doi: 10.1016/j.ijsolstr.2015.09.009.

9. *Du H., Lin X., Zheng H., Qu B., Huang Y., Chu D.* Colossal permittivity in percolative ceramic/metal dielectric composites // *J. Alloys Compd.* 2016. Vol. 663. P. 848–861. Doi: 10.1016/j.jallcom.2015.12.171.

10. *Li J.-F., Takagi K., Terakubo N., Watanabe R.* Electrical and mechanical properties of piezoelectric ceramic/metal composites in the Pb(Zr,Ti)O<sub>3</sub>/Pt system // *Appl. Phys. Lett.* 2001. Vol. 79, № 15. P. 2441. Doi: 10.1063/1.1403662.

11. *Roscow J.I., Bowen C.R., Almond D.P.* Breakdown in the case for materials with giant permittivity? // *ACS Energy Lett.* 2017. Vol. 2. P. 2264–2269. Doi: 10.1021/acseenergylett.7b00798.

12. *Wang J., Li W.* A new piezoelectric hollow cylindrical transducer with multiple concentric annular metal fillers // *Mater. Res. Express.* 2019. Vol. 6. P. 055701. Doi: 10.1088/2053-1591/ab0318.

13. *Nasedkin A., Nassar M.E.* Effective properties of a porous inhomogeneously polarized by direction piezoceramic material with full metalized pore boundaries: finite element analysis // *J. Adv. Dielectr.* 2020. Vol. 10, № 5. P. 2050018. Doi: 10.1142/S2010135X20500186.

14. *Kudimova A.B., Nasedkin A.V.* Analysis of porosity influence on the effective moduli of ceramic matrix PZT composite using the simplified finite element model // *J. Adv. Dielectr.* 2019. Vol. 9, № 6. P. 1950043. Doi: 10.1142/S2010135X19500437.

15. *Maxwell Garnett J.C.* Colours in metal glasses and in metallic films // *Phil. Trans. R. Soc. Lond. A.* 1904. Vol. 203. P. 385–420. Doi: 10.1098/rspl.1904.0058.

16. *Milton G.W.* The Theory of Composites. Cambridge University Press, 2002. Doi: 10.1017/CBO9780511613357.

17. Tuncer E. Dielectric mixtures-importance and theoretical approaches // *IEEE Electr. Insul. Mag.* 2013. Vol. 29, № 6. P. 49–58. Doi: 10.1109/MEI.2013.6648753.

18. Chylek P., Srivastava V. Effective dielectric constant of a metal-dielectric composite // *Phys. Rev. B.* 1984. Vol. 30. P. 1008. Doi: 10.1103/PhysRevB.30.1008.

19. Sareni B., Krähenbühl L., Beroual A., Brosseau C. Effective dielectric constant of periodic composite materials // *J. Appl. Phys.* 1996. Vol. 80. P. 1688. Doi: 10.1063/1.362969.

20. Наседкин А.В., Наседкина А.А. Моделирование связанных задач: математические постановки и конечно-элементные технологии. Ростов н/Д.; Таганрог: Изд-во ЮФУ, 2019. 176 с.

21. Партон В.З., Кудрявцев Б.А. Электромагнитно-упругость пьезоэлектрических и электропроводных тел. М.: Наука, 1988. 472 с.

### References

1. Dunn H., Taya M. (1993). Electromechanical properties of porous piezoelectric ceramics. *J. Am. Ceram. Soc.*, vol. 76, pp. 1697-1706. Doi: 10.1111/j.1151-2916.1993.tb06637.x.

2. Dunn H., Taya M. (1993). Micromechanics predictions of the effective electroelastic moduli of piezoelectric composites. *Int. J. Solids Struct.*, vol. 30, No. 2, pp. 161-175. Doi: 10.1016/0020-7683(93)90058-F.

3. Iyer S., Venkatesh T.A. (2014). Electromechanical response of (3-0, 3-1) particulate, fibrous, and porous piezoelectric composites with anisotropic constituents: A model based on the homogenization method. *Int. J. Solids Struct.*, vol. 51, pp. 1221-1234. Doi: 10.1016/j.ijsolstr.2013.12.008.

4. Kudimova A.B., Nadolin D.K., Nasedkin A.V., Nasedkina A.A., Oganessian P.A., Soloviev A.N. (2018). Models of porous piezocomposites with 3-3 connectivity type in ACELAN finite element package. *Mater. Phys. Mech.*, vol. 37, No. 1, pp. 16-24. Doi: 10.18720/MPM.3712018\_3.

5. Martinez-Ayuso G., Friswell M.I., Adhikari S., Khodaparast H.H., Berger H. (2017). Homogenization of porous piezoelectric materials. *Int. J. Solids Struct.*, vol. 113-114, pp. 218-229. Doi: 10.1016/j.ijsolstr.2017.03.003.

6. Nasedkin A.V., Shevtsova M.S. (2011). Improved finite element approaches for modeling of porous piezocomposite materials with different connectivity. *Ferroelectrics and superconductors: Properties and applications*. I.A. Parinov (Ed.). New York, Nova Science Publ., ch. 7, pp. 231-254.

7. Rybyanets A.N. (2011). Porous piezoceramics: theory, technology, and properties. *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control*, vol. 58, pp. 1492-1507. Doi: 10.1109/TUFFC.2011.1968.

8. Bottero C.J., Idiart M.I. (2016). Influence of second-phase inclusions on the electro-deformation of ferroelectric ceramics. *Int. J. Solids Struct.*, vol. 80, pp. 381-392. Doi: 10.1016/j.ijsolstr.2015.09.009.

9. Du H., Lin X., Zheng H., Qu B., Huang Y., Chu D. (2016). Colossal permittivity in percolative ceramic/metal dielectric composites. *J. Alloys Compd.*, vol. 663, pp. 848-861. Doi: 10.1016/j.jallcom.2015.12.17.

10. Li J.-F., Takagi K., Terakubo N., Watanabe R. (2001). Electrical and mechanical properties of piezoelectric ceramic/metal composites in the Pb(Zr,Ti)O<sub>3</sub>/Pt system. *Appl. Phys. Lett.*, vol. 79, No. 15, pp. 2441. Doi: 10.1063/1.1403662.

11. Roscow J.I., Bowen C.R., Almond D.P. (2017). Breakdown in the case for materials with giant permittivity? *ACS Energy Lett.*, vol. 2, pp. 2264-2269. Doi: 10.1021/acsenergylett.7b00798

12. Wang J., Li W. (2019). A new piezoelectric hollow cylindrical transducer with multiple concentric annular metal fillers. *Mater. Res. Express*, vol. 6, p. 055701. Doi: 10.1088/2053-1591/ab0318.

13. Nasedkin A., Nassar M.E. (2020). Effective properties of a porous inhomogeneously polarized by direction piezoceramic material with full metalized pore boundaries: finite element analysis. *J. Adv. Dielectr.*, vol. 10, No. 5, p. 2050018. Doi: 10.1142/S2010135X20500186.

14. Kudimova A.B., Nasedkin A.V. (2019). Analysis of porosity influence on the effective moduli of ceramic matrix PZT composite using the simplified finite element model. *J. Adv. Dielectr.*, vol. 9, No. 6, p. 1950043. Doi: 10.1142/S2010135X19500437.

15. Maxwell Garnett J. C. (1904). Colours in metal glasses and in metallic films. *Phil. Trans. R. Soc. Lond. A*, vol. 203, pp. 385-420. Doi: 10.1098/rsp1.1904.0058.

16. Milton G.W. (2002). *The Theory of Composites*. Cambridge University Press. Doi: 10.1017/CBO9780511613357

17. Tuncer E. (2013). Dielectric mixtures-importance and theoretical approaches. *IEEE Electr. Insul. Mag.*, vol. 29, No. 6, pp. 49-58. Doi: 10.1109/MEI.2013.6648753.

18. Chylek P., Srivastava V. (1984). Effective dielectric constant of a metal-dielectric composite. *Phys. Rev. B*, vol. 30, p. 1008. Doi: 10.1103/PhysRevB.30.1008.

19. Sareni B., Krähenbühl L., Beroual A., Brosseau C. (1996). Effective dielectric constant of periodic composite materials. *J. Appl. Phys.*, vol. 80, p. 1688. Doi: 10.1063/1.362969

20. Nasedkin A.V., Nasedkina A.A. (2019). *Modeling of related problems: mathematical statements and finite element technologies*. Rostov-on-Don, Taganrog, Southern Federal University Press, 176 p. (in Russian).

21. Parton V.Z., Kudryavtsev B.A. (1988). *Electromagnetoelasticity of piezoelectric and electrically conductive bodies*. Moscow, Nauka Publ., 472 p.

УДК 517.392

doi 10.18522/1026-2237-2021-1-33-38

## ПРИБЛИЖЕННОЕ РЕШЕНИЕ ГИПЕРСИНГУЛЯРНОГО ИНТЕГРАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ I РОДА, ОГРАНИЧЕННОЕ НА ОБОИХ КОНЦАХ ОТРЕЗКА ИНТЕГРИРОВАНИЯ, С ПРИМЕНЕНИЕМ РЯДОВ ЧЕБЫШЕВА

© 2021 г. Ш.С. Хубежты<sup>1,2</sup><sup>1</sup>Северо-Осетинский государственный университет им. К. Л. Хетагурова, Владикавказ, Россия,<sup>2</sup>Южный математический институт – филиал Владикавказского научного центра РАН, Владикавказ, Россия

## APPROXIMATE SOLUTION OF A HYPERSINGULAR INTEGRAL EQUATION OF THE FIRST KIND BOUNDED AT BOTH ENDS OF THE INTEGRATION SEGMENT USING CHEBYSHEV SERIES

Sh.S. Khubezhty<sup>1,2</sup><sup>1</sup>Hetagurov North Ossetian State University, Vladikavkaz, Russia,<sup>2</sup>Southern Mathematical Institute-Branh of the Vladikavkaz Scientific Center, Russian Academy of Sciences, Vladikavkaz, Russia

Хубежты Шалва Соломонович – доктор физико-математических наук, профессор, кафедра математического анализа, Северо-Осетинский университет им. К. Л. Хетагурова, ул. Ватутина, 46, г. Владикавказ, Республика Северная Осетия–Алания, 362025, Россия; ведущий научный сотрудник, Южный математический институт – филиал Владикавказского научного центра РАН, ул. Маркуса, 22, г. Владикавказ, Республика Северная Осетия–Алания, 362027, Россия, e-mail: shalva57@rambler.ru

Shalva S. Khubezhty - Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Department of Mathematical Analysis, Hetagurov North Ossetian State University, Vatutina St., 46, Vladikavkaz, Republic of North Ossetia-Alania, 362025, Russia; Leading Researcher, Southern Mathematical Institute - Branch of the Vladikavkaz Scientific Center, Russian Academy of Sciences, Markusa St., 22, Vladikavkaz, Republic of North Ossetia-Alania, 362027, Russia, e-mail: shalva57@rambler.ru

Рассматривается гиперсингулярное интегральное уравнение на отрезке интегрирования  $[-1, 1]$ . Гиперсингулярный интеграл понимается в смысле Адамара, т.е. по конечной части. Класс таких уравнений находит широкое применение в задачах математической физики, в технике и, самое главное, в последние годы является одним из основных аппаратов моделирования задач электродинамики.

С применением многочленов Чебышева второго рода в уравнении заменяются неизвестная функция, правая часть и ядро. Коэффициенты разложения указанных функций вычисляются с помощью квадратурных формул наивысшей алгебраической степени точности, т.е. квадратурными формулами Гаусса. Таким образом, происходит дискретизация уравнения. В итоге получается бесконечная система линейных алгебраических уравнений относительно коэффициентов разложения неизвестной функции. Учитывается, что гиперсингулярное интегральное уравнение в рассматриваемом случае имеет единственное решение в классе достаточно гладких функций.

Построенная вычислительная схема обосновывается с использованием общей теории функционального анализа. Оценивается погрешность вычисления при некоторых условиях относительно правой части и ядра уравнения.

Изложенный метод решения гиперсингулярного интегрального уравнения иллюстрируется на тестовых примерах, которые показывают высокую эффективность метода.

**Ключевые слова:** гиперсингулярный интеграл, многочлены Чебышева, погрешность вычисления, квадратурные формулы Гаусса, обоснование вычислительной схемы.

A hypersingular integral equation on the interval of integration  $[-1, 1]$  is considered. The hypersingular integral is understood in the sense of Hadamard, that is, in the finite part. The class of such equations is widely used in problems of mathematical

physics, in technology, and most importantly: in recent years, they are one of the main devices for modeling problems in electrodynamics.

With the use of Chebyshev polynomials of the second kind, the unknown function, the right-hand side and the kernel are replaced in the equation. The expansion coefficients of these functions are calculated using quadrature formulas of the highest algebraic degree of accuracy, i.e., Gauss quadrature formulas. Thus, the equation is discretized. The result is an infinite system of linear algebraic equations for the expansion coefficients of the unknown function. The fact that the hypersingular integral equation in the case under consideration has a unique solution in the class of sufficiently smooth functions is taken into account.

The constructed computational scheme is substantiated using the general theory of functional analysis. The calculation error is estimated under certain conditions relative to the right-hand side and the kernel of the equation.

The described method for solving the hypersingular integral equation is illustrated by test examples that show the high efficiency of the method.

**Keywords:** hypersingular integral, Chebyshev polynomials, computation error, Gauss quadrature formulas, justification of the computational scheme.

## Введение

Сингулярные и гиперсингулярные интегральные уравнения (ГСИУ) появились в математической литературе в начале двадцатого столетия в задачах аэродинамики. Начиная с этого времени методы решения таких уравнений активно развиваются, превратившись в отдельное направление. В работах [1–4], рассматривается гиперсингулярное интегральное уравнение первого рода вида

$$K_2 \psi \equiv \frac{2}{\pi} \int_{-1}^1 \frac{\psi(t)}{(t-x)^2} + \frac{2}{\pi} \int_{-1}^1 K(x,t) \psi(t) dt = f(x), \quad (1)$$

где  $K(x,t)$  и  $f(x)$  – непрерывно дифференцируемые функции;  $\psi(t)$  – неизвестная функция. Интеграл  $H(\psi, x) \equiv \frac{2}{\pi} \int_{-1}^1 \frac{\psi(t)}{(t-x)^2} dt$  понимается в смысле

Адамара, т.е. справедливо равенство

$$\int_{-1}^1 \frac{\psi(t)}{(t-x)^2} dt = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0+} \left( \int_0^{x-\varepsilon} \frac{\psi(t)}{(t-x)^2} dt + \int_{x+\varepsilon}^1 \frac{\psi(t)}{(t-x)^2} dt - \frac{2\psi(x)}{\varepsilon} \right).$$

В работе [5] рассмотрено применение многочленов Чебышева I рода к приближенному решению уравнения (1) в предположении, что неизвестная функция не ограничена на обоих концах отрезка интегрирования, т.е. она имеет вид  $\psi(t) = \frac{1}{\sqrt{1-t^2}} \varphi(t)$ .

В данной работе предложена вычислительная схема приближенного решения уравнения (1) с применением многочленов Чебышева II рода для случая, когда неизвестная функция  $\psi(t)$  обращается в нуль на обоих концах отрезка интегрирования  $[-1, 1]$ , т.е. вида  $\psi(t) = \sqrt{1-t^2} \varphi(t)$ , где  $\varphi(t)$  – дифференцируемая до второго порядка функция, вторая

производная которой удовлетворяет условию Гёльдера  $H(\alpha)$  ( $0 < \alpha \leq 1$ ). Решение  $\varphi(t)$  получается в виде ряда по многочленам Чебышева II рода в любой точке отрезка  $[-1, 1]$ .

## Вычислительная схема

Решение уравнения (1) будем искать в виде

$$\psi(t) = \sqrt{1-t^2} \varphi(t), \text{ т.е. решается уравнение}$$

$$K\varphi \equiv \frac{2}{\pi} \int_{-1}^1 \sqrt{1-t^2} \frac{\varphi(t)}{(t-x)^2} dt +$$

$$+ \frac{2}{\pi} \int_{-1}^1 \sqrt{1-t^2} K(x,t) \varphi(t) dt = f(x).$$

Многочлены Чебышева II рода  $U_n(x) = \frac{\sin(n+1)\arccos x}{\sqrt{1-x^2}}$  ( $n=0,1,2,\dots$ ) ортого-

нальны с весовой функцией  $p(t) = \sqrt{1-t^2}$  на отрезке  $[-1, 1]$ . Справедливы формулы

$$\frac{2}{\pi} \int_{-1}^1 \sqrt{1-t^2} U_m(t) U_n(t) dt = \begin{cases} 0, & m \neq n, \\ 1, & m = n. \end{cases}$$

Разложим функции  $\varphi(t)$ ,  $K(x,t)$  и  $f(x)$  в ряды по многочленам Чебышева II рода [6].

$$\varphi(t) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k U_k(t), \quad K(x,t) =$$

$$= \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{i=0}^{\infty} c_{il} U_i(x) U_l(t), \quad f(x) = \sum_{i=0}^{\infty} d_i U_i(x). \quad (3)$$

Коэффициенты  $a_k$  ( $k=0,1,2,\dots$ ) – неизвестны, так как  $\varphi(t)$  – функция неизвестная. Остальные коэффициенты в разложении (3) вычисляются по формулам

$$c_{il} = \frac{2}{\pi} \int_{-1}^1 \sqrt{1-x^2} \left( \frac{2}{\pi} \int_{-1}^1 \sqrt{1-t^2} K(x,t) U_i(t) dt \right) \times \\ \times U_l(x) dx, l, i = 0, 1, \dots,$$

$$d_i = \frac{2}{\pi} \int_{-1}^1 \sqrt{1-x^2} f(x) U_i(x) dx, \quad i = 0, 1, \dots$$

Подставляя (3) в уравнение (2), получаем

$$\frac{2}{\pi} \int_{-1}^1 \sqrt{1-t^2} \frac{1}{(t-x)^2} \sum_{k=0}^{\infty} a_k U_k(t) dt + \\ + \frac{2}{\pi} \int_{-1}^1 \sqrt{1-t^2} \sum_{l=0}^{\infty} c_{il} U_i(x) U_l(t) \sum_{k=0}^{\infty} a_k U_k(t) dt = \\ = \sum_{i=0}^{\infty} d_i U_i(x). \quad (4)$$

Известно [6, с. 108], что ряды  $\sum_{i=0}^{\infty} d_n^* T_n(t)$ , где

$$d_n^* = \frac{2}{\pi} \int_{-1}^1 \frac{1}{\sqrt{1-t^2}} f(t) T_n(t) dt, \quad T_n(t) = \cos n \arccos t,$$

— многочлен Чебышева I рода, для широкого класса функций равномерно сходятся. Ряды, построенные

для весовой функции  $p(t) = \sqrt{1-t^2}$ , также равномерно сходятся. Действительно, коэффициенты  $d_i$

можно свести к коэффициентам  $d_i^*$  таким образом:

$$d_i = \frac{2}{\pi} \int_{-1}^1 \sqrt{1-t^2} U_i(t) f(t) dt = \frac{2}{\pi} \int_{-1}^1 \frac{1-t^2}{\sqrt{1-t^2}} f(t) U_i(t) dt =$$

$$= \frac{2}{\pi} \int_{-1}^1 \frac{1}{\sqrt{1-t^2}} f(t) (T_i(t) - T_{i+2}(t)) dt = d_i^* - d_{i+2}^*.$$

Здесь использованы формулы

$$U_i(t) = \frac{T_{i+2}(t) - T_i(t)}{2(t^2 - 1)} \quad [6, с. 23].$$

Следовательно, получен ряд, соответствующий равномерно сходящемуся ряду. Отсюда следует, что ряды (3), построенные по многочленам Чебышева II рода, также равномерно сходятся.

Учитывая этот факт, формулу

$$\frac{2}{\pi} \int_{-1}^1 \sqrt{1-t^2} \frac{U_k(t)}{(t-x)^2} dt = -2(k+1) U_k(x)$$

[7] и ортонормированность многочленов Чебышева II рода, после изменения порядка суммирования уравнение (4) можно представить в виде

$$- \sum_{k=0}^{\infty} 2(k+1) a_k U_k(x) + \sum_{k=0}^{\infty} a_k \sum_{i=0}^{\infty} c_{ik} U_i(x) = \\ = \sum_{i=0}^{\infty} d_i U_i(x) \quad (5)$$

или

$$- \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{k=0}^{\infty} 2(i+1) b_{ik} a_i U_i(x) + \sum_{i=0}^{\infty} \left( \sum_{k=0}^{\infty} a_k c_{ik} \right) U_i(x) = \\ = \sum_{i=0}^{\infty} d_i U_i(x),$$

где

$$b_{ik} = \begin{cases} 0, & i \neq k, \\ 1, & i = k. \end{cases}$$

Отсюда следует равенство

$$- \sum_{k=0}^{\infty} 2(i+1) a_i b_{ik} + \sum_{k=0}^{\infty} a_k c_{ik} = d_i, \quad i = 0, 1, \dots$$

Коэффициенты  $b_{ik}$ ,  $c_{ik}$ ,  $d_i$  ( $i = 0, 1, \dots$ ) можно вычислить с наивысшей алгебраической степенью точности по формуле Гаусса [8]. Получена бесконечная система линейных алгебраических уравнений относительно неизвестных  $a_0, a_1, \dots$ . Ее можно решить приближенно после решения системы

$$-2(i+1) a_i + \sum_{k=0}^n a_k c_{ik} = d_i, \quad i = 0, 1, \dots, n. \quad (6)$$

Решая систему (6), получаем приближенное решение уравнения (2) в виде

$$\varphi(t) \approx \varphi_n(t) = \sum_{k=0}^n a_k U_k(t).$$

### Обоснование метода

Отметим, что обоснование метода проходит аналогично статье [4].

Вводятся пространства  $X$  и  $Y$ .  $X$  — пространство функций вида  $\psi(t) = \sqrt{1-t^2} \varphi(t)$ , где  $\varphi(t)$  — непрерывно дифференцируемые функции до второго порядка, вторые производные которых удовлетворяют условию Гёльдера  $H(\alpha)$  ( $0 < \alpha \leq 1$ ), т.е.  $\varphi(t) \in H_2(\alpha)$ .  $Y$  — пространство функций  $y(t) \in H(\alpha)$ . Нетрудно видеть, что оператор  $K$  действует из пространства  $X$  в пространство  $Y$ . Действительно,

$$\Phi(x) = \frac{2}{\pi} \int_{-1}^1 \sqrt{1-t^2} \frac{\varphi(t)}{(t-x)^2} dt = \frac{2}{\pi} \int_{-1}^1 \sqrt{1-t^2} \times \\ \times \frac{\varphi(t) - \varphi(x) - \frac{1}{1!} \varphi'(x)(t-x) - \frac{1}{2!} \varphi''(\xi)(t-x)^2}{(t-x)^2} dt + \\ + \frac{2}{\pi} \int_{-1}^1 \sqrt{1-t^2} \frac{\varphi(x) + \varphi'(x)(t-x) + \frac{1}{2!} \varphi''(\xi)(t-x)^2}{(t-x)^2} dt =$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{2}{\pi} \int_{-1}^1 \sqrt{1-t^2} \times \\
 &\quad \varphi'(x + \vartheta(t-x))(t-x) - \varphi'(x)(t-x) - \frac{1}{2!} \varphi''(\xi)(t-x)^2 \\
 &\quad \times \frac{dt}{(t-x)^2} \times \\
 &\quad \times dt + \frac{2}{\pi} \int_{-1}^1 \sqrt{1-t^2} \left( \frac{\varphi(x)}{(t-x)^2} + \frac{\varphi'(x)}{t-x} + \frac{1}{2} \varphi''(\xi) \right) dt = \\
 &= \varphi''(\eta) - 2\varphi(x) - 2x\varphi'(x) \in H(\alpha), \\
 &-1 < \xi, \eta < 1, 0 < \vartheta < 1.
 \end{aligned}$$

Здесь использованы равенства

$$\begin{aligned}
 \frac{2}{\pi} \int_{-1}^1 \sqrt{1-t^2} dt &= 1, \quad \frac{2}{\pi} \int_{-1}^1 \sqrt{1-t^2} \frac{dt}{t-x} = -2x, \\
 \frac{2}{\pi} \int_{-1}^1 \sqrt{1-t^2} \frac{dt}{(t-x)^2} &= -2, \\
 \frac{2}{\pi} \int_{-1}^1 \sqrt{1-t^2} \frac{U_n(t)}{(t-x)^2} dt &= -(n+1)U_n(x), \\
 \frac{2}{\pi} \int_{-1}^1 \sqrt{1-t^2} \frac{U_n(t)}{t-x} dt &= -2T_{n+1}(x).
 \end{aligned}$$

Очевидно, что

$$\frac{2}{\pi} \int_{-1}^1 \sqrt{1-t^2} K(x,t) \varphi(t) dt \in H(\alpha) \in Y. \quad \text{Следова-}$$

тельно, оператор  $\mathbf{K}$  действует из пространства  $X$  в пространство  $Y$ .

В пространство  $X$  вводится норма

$$\begin{aligned}
 \|\varphi\| &= \max_{-1 \leq t \leq 1} |\varphi(t)| + \max_{-1 \leq t \leq 1} |\varphi'(t)| + \max_{-1 \leq t \leq 1} |\varphi''(t)| + \\
 &+ \sup_{t_1 \neq t_2} \frac{|\varphi''(t_1) - \varphi''(t_2)|}{|t_1 - t_2|^\beta}, \quad 0 < \beta < \alpha.
 \end{aligned}$$

Введем обозначения:  $X_n$  – пространство  $X$ , состоящее из функции полиномов степени  $n$ . Норма пространства  $X_n$  определяется так же, как в пространстве  $X$ .

$Y$  – пространство непрерывных функций  $y(t)$  класса Гельдера, определенных на отрезке  $[-1, 1]$  с нормой

$$\|y\| = \max_{-1 \leq t \leq 1} |y(t)| + \sup_{t_1 \neq t_2} \frac{|y(t_1) - y(t_2)|}{|t_1 - t_2|^\beta}, \quad 0 < \beta < \alpha. \quad (7)$$

$Y_n$  – пространство полиномов вида

$$y_n(t) = \sum_{k=0}^n \alpha_k U_k(t) \text{ с нормой (11).}$$

$P_n$  – проектор, действующий из  $Y$  в  $Y_n$  по формуле  $y_n = P_n[y(t)]$ , а из пространства  $X$  в  $X_n$  – по формуле  $P_n[\varphi(t)] = \sqrt{1-t^2} P_n[\varphi(t)]$ . Здесь  $P_n[y(t)]$  –

оператор проектирования на множество полиномов

степени  $n$  вида  $\sum_{k=0}^n \alpha_k U_k(t)$ .

Известно [9, с. 342; 10, с. 540], что  $\|P_n\|_{C[-1,1]} \leq C \ln n$ , где  $C = const$ .

Отметим [4, с. 346–461], что ГСИУ в случае весовой функции  $p(t) = \sqrt{1-t^2}$  при достаточно гладких функциях ядра и правой части, если разложим их в ряды по полиномам Чебышева второго рода, имеет единственное решение в классе достаточно гладких функций. Следовательно, в этом классе функций оператор  $\mathbf{K}$  непрерывно обратим, и для обоснования численных методов решения ГИУ первого рода может быть использована общая теория приближенных методов [11, гл. XIV].

Приближенное решение ищем в виде функции

$$\varphi_n(t) = \sum_{k=0}^n \alpha_k U_k(t). \text{ Коэффициенты } \alpha_k \text{ (} k=0,1,\dots,n \text{)}$$

определяются из системы линейных алгебраических уравнений (6), которая в операторной форме имеет вид

$$\begin{aligned}
 \mathbf{K}_n \varphi_n = P_n \left[ \frac{2}{\pi} \int_{-1}^1 \sqrt{1-t^2} \frac{\varphi_n(t)}{(t-x)^2} dt + \right. \\
 \left. + \frac{2}{\pi} \int_{-1}^1 \sqrt{1-t^2} K(x,t) \varphi_n(t) dt \right] = P_n[f(x)], \quad (8)
 \end{aligned}$$

Так как интеграл  $\frac{2}{\pi} \int_{-1}^1 \sqrt{1-t^2} \frac{\varphi_n(t)}{(t-x)^2} dt$  является

многочленом степени  $\leq n$ , то

$$P_n \left[ \frac{2}{\pi} \int_{-1}^1 \sqrt{1-t^2} \frac{\varphi_n(t)}{(t-x)^2} dt \right] = \frac{2}{\pi} \int_{-1}^1 \sqrt{1-t^2} \frac{\varphi_n(t)}{(t-x)^2} dt.$$

Воспользовавшись этим тождеством и свойством квадратурных формул Гаусса, уравнение (8) представим в виде

$$\begin{aligned}
 \bar{\mathbf{K}}_n \varphi_n = \frac{2}{\pi} \int_{-1}^1 \sqrt{1-t^2} \frac{\varphi_n(t)}{(t-x)^2} dt + \\
 + P_n \left[ \frac{2}{\pi} \int_{-1}^1 \sqrt{1-t^2} P_n^t[K(x,t)] \varphi_n(t) dt \right] = P_n[f(x)].
 \end{aligned}$$

Оценим норму разности  $\mathbf{K}_n \varphi_n - \bar{\mathbf{K}}_n \varphi_n$ . Имеем

$$\begin{aligned}
 \|\mathbf{K}_n \varphi_n - \bar{\mathbf{K}}_n \varphi_n\|_{C[-1,1]} = \\
 = \left\| P_n \left[ \frac{2}{\pi} \int_{-1}^1 \sqrt{1-t^2} [K(x,t) - K_n^x(x,t)] \varphi_n(t) dt \right] \right\|_{C[-1,1]} \leq \\
 \leq \max |K(x,t) - P_n^x[K(x,t)]| \times
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \times \left\| \frac{2}{\pi} \int_{-1}^1 \sqrt{1-t^2} \varphi_n(t) dt \right\|_{C[-1,1]} \leq \\ & \leq \max |K(x,t) - P_n^x[K(x,t)]| \|\varphi_n(t)\|_{C[-1,1]} \leq \\ & \leq CE_n^x(K(x,t))(1 + \lambda_n) \|\varphi_n(t)\|, \end{aligned}$$

где  $\lambda_n$  – константа Лебега;  $E_n^x(K(x,t))$  – наилучшее приближение функции  $K(x,t)$  многочленами. Так как

$\mathbf{K}_n \varphi_n - \bar{\mathbf{K}}_n \varphi_n$  – многочлен  $n$ -го порядка, то из обратной теоремы Бернштейна [9, с. 165] следует, что

$$\|\mathbf{K}_n \varphi_n - \bar{\mathbf{K}}_n \varphi_n\| \leq CE_n^x(K(x,t))(1 + \lambda_n) n^\beta \|\varphi_n(t)\|,$$

$$\bar{E}_n^x(K(x,t)) = \max_{-1 \leq t \leq 1} E_n^x(K(x,t)).$$

Далее из теоремы Банаха [11, с. 211] следует, что при  $n$  таких, что

$$q = C \|\mathbf{K}^{-1}\| \bar{E}_n^x(K(x,t))(1 + \lambda_n) < 1,$$

оператор  $\bar{\mathbf{K}}_n$  непрерывно обратим и справедлива оценка

$$\|\varphi_n - \bar{\varphi}_n\| \leq C n^\beta \bar{E}_n^x(K(x,t)) \lambda_n,$$

где  $\varphi_n$  – решение уравнения (8).

Аналогично доказывается, что

$$\|\varphi_n - \bar{\varphi}_n\| \leq C \|\mathbf{K}^{-1}\| \bar{E}_n^t(K(x,t)) \lambda_n.$$

Таким образом, доказана

**Теорема.** Пусть  $\mathbf{K}$  непрерывно обратим, функции  $K(x,t), f(x) \in A_r(\alpha)$  ( $r \geq 2$ ), т.е. имеют непрерывно дифференцируемые производные до порядка  $r-1$ , а производные порядка  $r > 1$  удовлетворяют условию Гёльдера. Тогда при  $n$  таких, что

$$C \|\mathbf{K}^{-1}\| n^\beta \left( \bar{E}_n^t(K(x,t)) + \bar{E}_n^x(K(x,t)) \right) \ln n < 1,$$

система (6) однозначно разрешима и справедлива оценка

$$\begin{aligned} \|\varphi - \varphi_n\| & \leq C \|\mathbf{K}^{-1}\| n^\beta \left( \bar{E}_n^t(K(x,t)) + \bar{E}_n^x(K(x,t)) \right) \times \\ & \times \ln n. \end{aligned}$$

**Замечание.** Учитывая неравенство [9, с. 122]

$$E_n(f) \leq O\left(\frac{1}{n^{r+\alpha}}\right), \text{ имеем}$$

$$\|\varphi - \varphi_n\| \leq O\left(\frac{\ln n}{n^{r+\alpha-\beta}}\right),$$

где  $\varphi$  и  $\varphi_n$  – решения уравнений (2) и (8) соответственно.

### Тестовые примеры

Рассмотрим следующие уравнения:

$$\begin{aligned} 1) \quad & \frac{2}{\pi} \int_{-1}^1 \sqrt{1-t^2} \frac{\varphi(t)}{(t-x)^2} dt + \\ & + \frac{2}{\pi} \int_{-1}^1 \sqrt{1-t^2} (x+t)\varphi(t) dt = x - 2. \end{aligned}$$

Точное решение этого уравнения:  $\varphi(t) = 1$ ;

$$\begin{aligned} 2) \quad & \frac{2}{\pi} \int_{-1}^1 \sqrt{1-t^2} \frac{\varphi(t)}{(t-x)^2} dt + \\ & + \frac{2}{\pi} \int_{-1}^1 \sqrt{1-t^2} (x+t)\varphi(t) dt = -4x + \frac{1}{4}. \end{aligned}$$

Точное решение:  $\varphi(t) = t$ ;

$$\begin{aligned} 3) \quad & \frac{2}{\pi} \int_{-1}^1 \sqrt{1-t^2} \frac{\varphi(t)}{(t-x)^2} dt + \\ & + \frac{2}{\pi} \int_{-1}^1 \sqrt{1-t^2} (x+t)\varphi(t) dt = 1 + \frac{x}{4} - 6x^2. \end{aligned}$$

Точное решение:  $\varphi(t) = t^2$ .

После решения систем линейных алгебраических уравнений (6) для каждого примера при  $n = 5$  получены численные результаты (таблица).

### Численные результаты решения уравнения (6) / Numerical results of solving equation (6)

Коэффициенты разложения решения	Уравнение 1. Решение $\varphi(t) = 1$	Уравнение 2. Решение $\varphi(t) = t$	Уравнение 3. Решение $\varphi(t) = t^2$
$a_0$	0,999999	2,980232E-08	0,25
$a_1$	-1,538184E-08	0,5	2,179913E-08
$a_2$	2,909118E-09	-3,342312E-08	0,25
$a_3$	-9,163395E-09	9,83061E-09	-3,025337E-08
$a_4$	-8,65739E-10	-2,264674E-08	8,671888E-09
Приближенное решение уравнения	$\varphi(t) \approx \sum_{k=1}^5 \alpha_{k-1} U_{k-1}(t) \approx 1$	$\varphi(t) \approx \sum_{k=1}^5 \alpha_{k-1} U_{k-1}(t) \approx t$	$\varphi(t) \approx \sum_{k=1}^5 \alpha_{k-1} U_{k-1}(t) \approx t^2$

Полученные результаты показывают высокую эффективность метода.

#### Литература

1. Лифанов И.К. Метод сингулярных интегральных уравнений и численный эксперимент. М.: Янус, 1995. 520 с.
2. Вайникко Г.М., Лифанов И.К., Полтавский Л.Н. Численные методы гиперсингулярных интегральных уравнений и их приложения. М.: Янус-К, 2001. 508 с.
3. Бойков И.В., Бойкова А.И. Приближенное решение гиперсингулярных интегральных уравнений первого рода с особенностями второго порядка // Дифференциальные уравнения и их приложения в математическом моделировании: материалы XIII Междунар. конф. Саранск, 2017. С. 446–461.
4. Бойков И.В., Бойкова А.И., Семов М.А. Приближенное решение гиперсингулярных интегральных уравнений первого рода // Изв. вузов. Приволжский регион. Физ.-мат. науки. Математика. 2015. № 3 (35). С. 11–27.
5. Хубезхты Ш.С. Приближенное решение гиперсингулярных интегральных уравнений с применением рядов Чебышева // Изв. вузов. Сев.-Кавк. регион. Естеств. науки. 2019. № 4. С. 47–52.
6. Паиковский С. Вычислительные применения многочленов и рядов Чебышева. М.: Наука, 1983. 384 с.
7. Плиева Л.И. Квадратурные формулы интерполяционного типа для гиперсингулярных интегралов на отрезке интегрирования // Сиб. журн. вычисл. математики. 2016. Т. 19, № 9. С. 413–422.
8. Хубезхты Ш.С. Квадратурные формулы для сингулярных интегралов и некоторые их применения. Владикавказ: ЮМИ ВНЦ РАН и РСО-А, 2011. 236 с.
9. Натансон И.Н. Конструктивная теория функций. М.; Л.: ГИФМЛ, 1949. 688 с.
10. Сеге Г. Ортогональные многочлены. М.: ГИФМЛ, 1962. 500 с.
11. Канторович Л.В., Акилов Г.П. Функциональный анализ. М.: Наука, 1984. 750 с.

#### References

1. Lifanov I.K. (1995). *The method of singular integral equations and numerical experiment*. Moscow, Yanus Publ., 520 p. (in Russian).
2. Vainikko G.M., Lifanov I.K., Poltavskiy L.N. (2001). *Numerical methods in hypersingular integral equations and applications*. Moscow, Yanus-K Publ., 508 p. (in Russian).
3. Boikov I.V., Boikova A.I. (2017). Approximate solution of hypersingular integral equations of the first kind with second-order singularities. *Differential equations and their applications in mathematical modeling*. Proceedings of the XIII International Conference. Saransk, pp. 446-461. (in Russian).
4. Boikov I.V., Boikova A.I., Semov M.A. (2015). Hypersingular approximate solution of integral equations of the first kind. *Izvestiya vuzov. Privolzhskii region. Fiziko-matematicheskie nauki. Matematika*, No. 3 (35), pp. 11-27. (in Russian).
5. Khubezhty Sh.S. (2019). An approximate solution of hypersingular integral equations using Chebyshev series. *Izvestiya vuzov. Severo-Kavkazskii region. Estestvennye nauki (Bulletin of Higher Educational Institutions. North Caucasus Region. Natural Science)*, No. 4, pp. 47-52. (in Russian).
6. Pashkovskiy S. (1983). *Computational applications Chebyshev polynomials and series*. Moscow, Nauka Publ., 384 p. (in Russian).
7. Plieva L.I. (2016). Interpolation-type quadrature formulas for hypersingular integrals in the interval of integration. *Numerical Analysis and Applications*, vol. 9, No. 4, pp. 326-334.
8. Khubezhty Sh.S. (2011). *Quadrature formulas for singular integrals and some of their applications*. Vladikavkaz, SMI VSC RAS and RNO-A Press, 236 p. (in Russian).
9. Natanson I.N. (1949). *Constructive function theory*. Moscow, Leningrad, GIFML Press, 688 p. (in Russian).
10. Sege G. (1962). *Orthogonal polynomials*. Moscow, Leningrad, GIFML Press, 500 p. (in Russian).
11. Kantorovich L.V., Akilov G. P. (1984). *Functional analysis*. Moscow, Nauka Publ., 750 p. (in Russian).



## НАУКИ О ЗЕМЛЕ

## SCIENCES OF EARTH

УДК 553.41

doi 10.18522/1026-2237-2021-1-39-51

ГЕОХИМИЧЕСКИЕ ОСОБЕННОСТИ  
ТУЛАЛЛАРСКОГО ЗОЛОТОРУДНОГО ПОЛЯ© 2021 г. В.М. Баба-заде<sup>1</sup>, Н.Н. Исмаилова<sup>2</sup>, Н.А. Имамвердиев<sup>1</sup>, Ш.Ф. Абдуллаева<sup>1</sup><sup>1</sup>Бакинский государственный университет, Баку, Азербайджан,<sup>2</sup>ЗАО «AzerGold», Баку, Азербайджан

## GEOCHEMICAL FEATURES OF THE TULALLAR GOLD ORE FIELD

V.M. Baba-zadeh<sup>1</sup>, N.N. Ismayilova<sup>2</sup>, N.A. Imamverdiyev<sup>1</sup>, Sh.F. Abdullaeva<sup>1</sup><sup>1</sup>Baku State University, Baku, Azerbaijan,<sup>2</sup>“AzerGold” CJSC, Baku, Azerbaijan

Баба-заде Васиф Мамад Ага-оглы – академик НАН Азербайджана, заведующий кафедрой полезных ископаемых, геологический факультет, Бакинский государственный университет, ул. З. Халилова, 23, г. Баку, AZ1148, Азербайджан, e-mail: vbabazade1938@mail.ru

Vasif Mamad Aga oglu Baba-zadeh - Academician, NAS Azerbaijan, Head of the Department of Minerals, Geological Faculty, Baku State University, Z. Khalilova St., 23, Baku, AZ1148, Azerbaijan, e-mail: vbabazade1938@mail.ru

Исмаилова Нармина Назим-кызы – ведущий специалист, отдел геологической разведки, ЗАО «AzerGold», ул. М. Мушфига, 2Н, г. Баку, AZ1004, Азербайджан, e-mail: nara-ismayilova@bk.ru

Narmina Nazim kyzy Ismayilova - Leading Specialist, Geological Exploration Department, “Azergold”, CJSC, M. Mushfiga St., 2N, Baku, AZ1004, Azerbaijan, e-mail: nara-ismayilova@bk.ru

Имамвердиев Назим Аждар-оглы – профессор, кафедра полезных ископаемых, геологический факультет, Бакинский государственный университет, ул. З. Халилова, 23; г. Баку, AZ1148, Азербайджан, e-mail: inazim17@yahoo.com

Nazim Ajdar oglu Imamverdiyev - Professor, Department of Minerals, Geological Faculty, Baku State University, Z. Khalilova St., 23, Baku, AZ1148, Azerbaijan, e-mail: inazim17@yahoo.com

Абдуллаева Шахла Фаиг-кызы – доцент, кафедра полезных ископаемых, геологический факультет, Бакинский государственный университет, ул. З. Халилова, 23, г. Баку, AZ1148, Азербайджан, e-mail: shakhla.a@gmail.com

Shakhla Faig kyzy Abdullayeva - Associate Professor, Department of Minerals, Geological Faculty, Baku State University, Z. Khalilova St., 23, Baku, AZ1148, Azerbaijan, e-mail: shakhla.a@gmail.com

Рассматриваются геохимические особенности Тулалларского золоторудного поля Малого Кавказа. Рассмотрено распределение золота и сопутствующих элементов (Ag, As, Hg, Bi, Cu, Zn) в метасоматически измененных породах, отобранных из горных выработок (канавы, штольни и др.) и скважин. Результаты анализов бороздовых проб показали, что содержание Au колеблется от 0,4 до 37,5 г/т, Ag – от 0,5 до 48,4 г/т. В сильноаолинизированных, слаболимонитизированных вторичных кварцитах содержание Au составляло от 0,4 до 1,2 г/т, Ag – от 4,0 до 8,8 г/т. В скважине, пробуренной в центральном блоке, ближе к поверхности в кремнистых брекчиях установлено содержание Au

309–363 г/т, Ag – 132–250 г/т, отмечаются также высокие содержания As, Bi и Hg. Аналогичная картина наблюдается в окварцованных породах скважин западного блока. Определены корреляционные связи между Au, Ag и другими элементами-примесями с помощью программы STAT. Установлена прямая положительная корреляционная связь между Au и Ag, Au и Bi, Au и Hg. Положительная связь выявлена также между Ag и Bi, Ag и Hg. С помощью кластерного анализа установлены две разные минеральные ассоциации: 1) самородные элементы и их соединения – минералы; 2) полисульфидные. Между Ag, Hg и Au наблюдается наиболее тесная связь. Минералогически Ag-Hg-Au-Bi-кластеру, по-видимому, соответствует ранняя рудная ассоциация – электрум, теллуриды висмута, возможно, с включениями тонкодисперсного золота. Второй, полиметаллический кластер характеризуется слабой корреляционной связью As-Cu-Zn, что свидетельствует о том, что полисульфиды отлагались позднее. Наибольшее количество Au отлагалось в составе ранней минеральной ассоциации.

**Ключевые слова:** Тулалларское золоторудное поле, Малый Кавказ, геохимические особенности, распределение золота и сопутствующих элементов, метасоматически измененные породы, корреляционные связи, кластерный анализ, минеральные ассоциации.

*The article discusses the geochemical features of the Tulallar gold field in the Lesser Caucasus. Distributions of gold and accompanying elements (Ag, As, Hg, Bi, Cu, Zn) in metasomatically altered rocks taken from mine workings (ditches, adits, etc.) and wells are considered. The results of analyzes of furrow samples showed that the content of Au ranges from 0.4 ppm to 37.5 ppm, Ag - from 0.5 ppm to 48.4 ppm. In strongly kaolinized, weakly limonitized quartzites, the Au content ranged from 0.4 to 1.2 ppm, Ag - from 4.0 to 8.8 ppm. In the well drilled in the Central Block, closer to the surface, the siliceous breccias contain Au 309-363 ppm, Ag 132-250 ppm, and high As, Bi and Hg contents are also noted. A similar picture is observed in the silicified rocks of the wells of the Western block. Correlations between Au, Ag and other impurity elements were determined using the STAT program. A direct positive correlation has been established between Au and Ag, Au and Bi, Au and Hg. A positive relationship was also found between Ag and Bi, Ag and Hg. Cluster analysis revealed two different mineral associations: 1) native elements and their compounds - minerals and 2) polysulfide. The closest connection is observed between Ag, Hg and Au. Mineralogically, the Ag-Hg-Au-Bi cluster apparently corresponds to an early ore association - electrum, bismuth tellurides, possibly with inclusions of finely dispersed gold. The second, polymetallic cluster is characterized by a weak correlation bond As-Cu-Zn, which indicates that polysulfides were deposited later. The largest amount of Au was deposited in the early mineral association.*

**Keywords:** Tulallar gold ore field, Lesser Caucasus, geochemical features, distribution of gold and associated elements, metasomatically altered rocks, correlations, cluster analysis, mineral associations.

## Введение

В последние десятилетия происходит коренное переосмысление геологии и рудоносности Лок-Карабахской островодужной зоны. Продуктивность среднеюрского вулканизма, с которым увязывается целый ряд колчеданных месторождений, обстоятельно исследована. Верхнеюрские же вулканы, за исключением Дашкесанского рудного района, изучены поверхностно. Между тем, как показывают исследования последних лет, верхнеюрские образования являются первостепенным фактором металлогении, так как ими контролируется размещение целого ряда цветных и благородных металлов (Бузлуг-Башкишлагская группа, Кяпазское, Агехушское и др.), представляющих практический интерес. Одна из таких площадей, Тулалларская, приурочена к верхнеюрским (кимеридж) субвулканическим образованиям среднего состава. Изучение образований цветных и благородных металлов и их связи с эндогенным оруденением является актуальной проблемой, имеющей научное и практическое значение. В связи с этим выявление общих закономерностей размещения аналогичного типа

месторождений и разработка критериев их геолого-экономической оценки являются одной из основных задач геологической службы, особенно в районах действующих горнорудных предприятий. Тулалларская перспективная площадь, находящаяся непосредственно близко от Човдарского горнообогатительного комбината, имеет благоприятные предпосылки для вовлечения ее в промышленное освоение.

## Краткая геологическая характеристика Тулалларского рудного поля

Тулалларское вулканотектоническое сооружение расположено в зоне сопряжения Гекгельского горст-поднятия и Дашкесанского грабенсинклинория (рис. 1). В региональном плане эти геологические структуры приурочены к металлогеническим зонам островодужного пояса СЗ-ЮВ зоны разлома, специализированного на Fe, Cu, Zn, Pb, Au, Co, Mo, Al [1–4].

На территории района широко развиты разнообразные субвулканические, интрузивные и дайковые комплексы пород, интрузирующие стратифицированные отложения юры и мела.

Субвулканические и жерловые образования рассматриваются как возрастные аналоги покровных вулканитов, имеющих аналогичный состав и постепенные переходы. Именно с внедрением субвулканических тел большинство исследователей связы-

вают возникновение золотосульфидной минерализации Тулалларского месторождения, которая часто наложена на витрокластические и агломератовые туфы, туфобрекчии кимериджа, а также на трахиандезиты даек [1, 5].

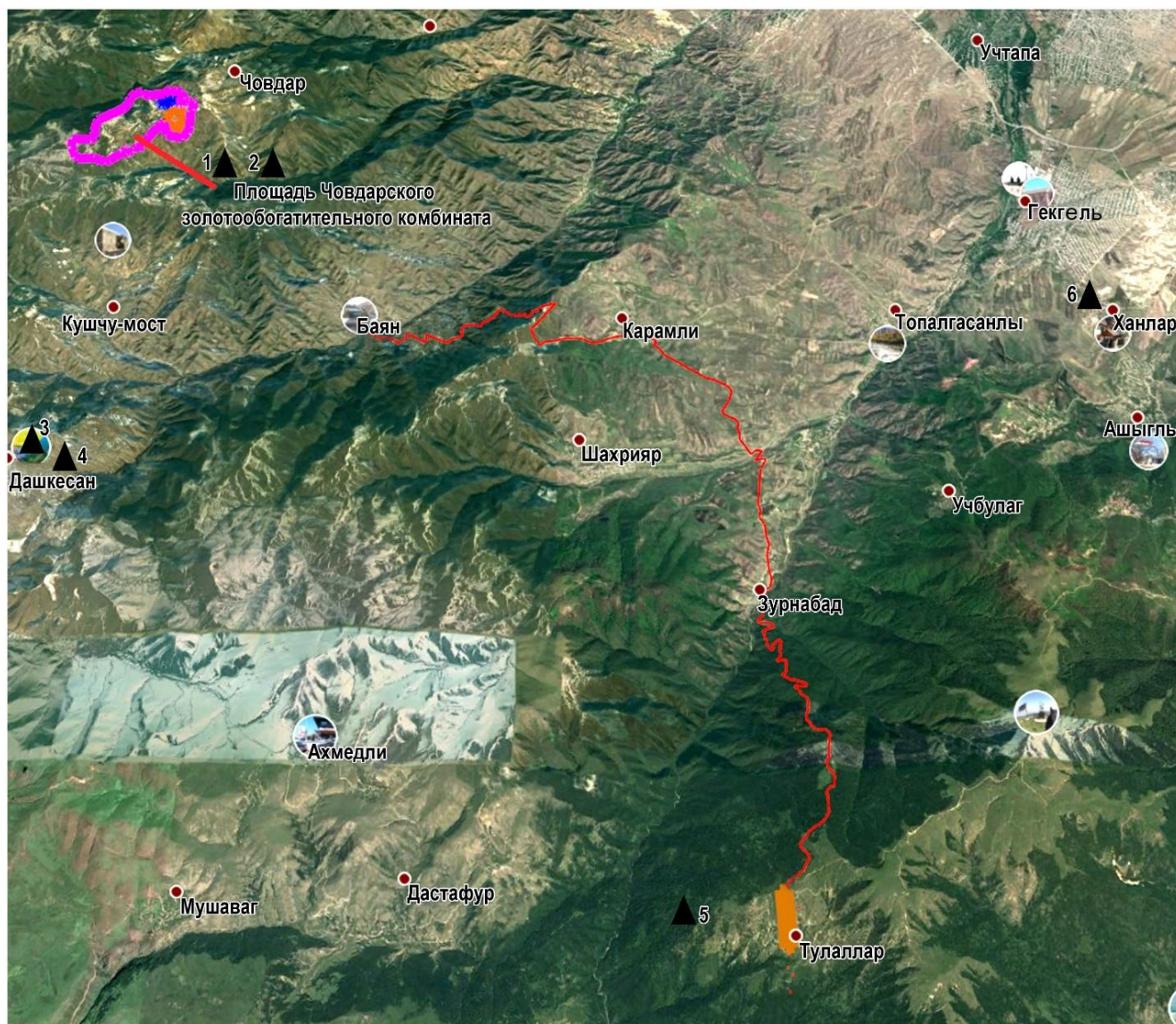


Рис. 1. Схема расположения месторождений на изученной территории: 1 – Човдарское золоторудное; 2 – Човдарское баритовое; 3 – Дашкесан-кобальт; 4 – Дашкесан железорудное; 5 – Тулалларское золоторудное; 6 – Чирагдаринское золото-серно-колчеданное / Fig. 1. Layout of deposits in the studied area: 1 - Chovdar gold ore; 2 - Chovdar barite; 3 - Dashkesan-cobalt; 4 - Dashkesan iron ore; 5 - Tulallar gold ore; 6 - Chiragdara gold-sulfur-pyrite

Тулалларское рудное поле находится около одноименного селения Гекгельского района. Площадь рудного поля размещается в пределах частично эродированной продолговатой вулканотектонической депрессии. В центральной части ядро разбито глубинным Тулаллар-Чирагдара-Тоганалинским разломом с дугообразными фрагментами кольцевой струк-

туры на три блока – восточный, центральный и западный, в пределах которых расположены одноименные участки Тулалларского месторождения. Протяженность рудного поля в северо-западном направлении согласно простиранию структур, является отражением главной рудоконтролирующей структуры – центральной ветви Тулаллар-Чирагдара-Тоганалин-

ского разлома, который контролирует также Чирагдаринский рудный узел рудной концентрации. В целом для месторождения положение как рудоносных жильных зон, так и блоков контролируется разрывами трех систем – северо-западного, северо-восточного и субширотного направления.

Участок сложен средне-верхнеюрскими отложениями, пронизанными дайками дацитов, андезидацитов, трахиандезитов и небольшими штоками малых интрузивов диоритового и кварц-диоритового состава (рис. 2). Жильные породы, как и субинтрузивные тела, в основном сосредоточены в центральном блоке Тулалларской зоны, крайне редко – в восточном и западном блоках месторождения. Средне-верхнеюрские образования смяты в брахиантиклинальные складки с осевыми плоскостями, имеющими северо-восточное и северо-западное направления падения. Доминирующее простирание складок – северо-западное.

Интенсивно развитые разрывные нарушения, вдоль которых породы сильно раздроблены, оквар-

цованы и местами гидротермально изменены. К этим зонам нарушений приурочено золотосульфидное оруденение. Зоны имеют северо-западное и северо-восточное (близмеридиональное) простирание при крутом падении (70–85°) на юго-запад и юго-восток. Мощность зон в среднем составляет 35 м, прослеживаются они на 2,5 км по простиранию и на 500 м по падению. В целом на указанную мощность зоны в среднем содержат 1,56 г/т Au, однако в их пределах выделяются участки, обогащенные благородным металлом, причем такие участки иногда образуют рудные столбы (до 360 г/т Au). Зоны осложнены пострудной тектоникой сбросового характера [4–6].

Золоторудная минерализация локализована в кимериджских вулканитах андезидацит-порфирирового состава и их витролитокластических, агломератовых туфах и туфобрекчиях. Слабая минерализация отмечается в эффузивно-пирокластических образованиях верхнего байоса и крайне редко бата.

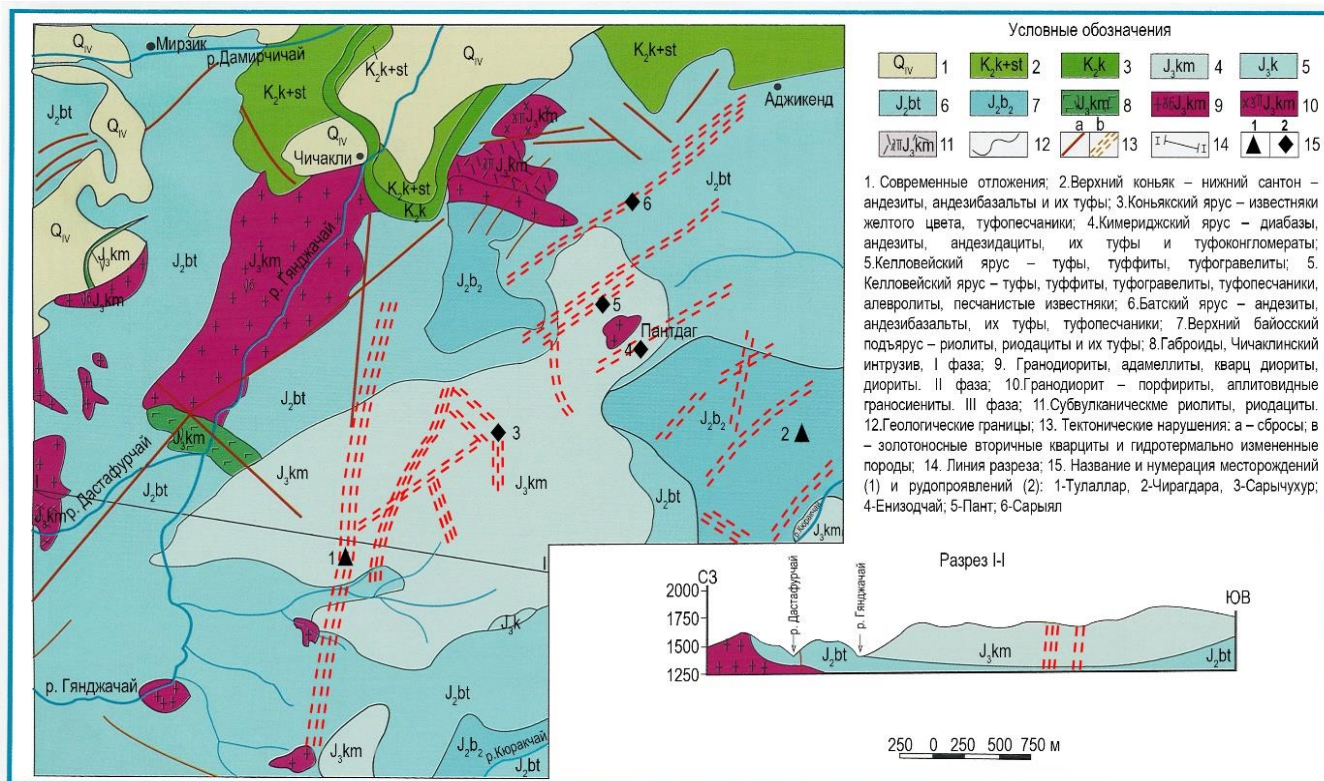


Рис. 2. Геологическая карта Тулалларского золоторудного поля /  
Fig. 2. Geological map of Tulallar gold ore field

Как отмечено выше, Тулалларское рудное поле разрывными нарушениями рассекается на три блока: *западный, центральный и восточный*. Оруденение во вскрытых зонах преимущественно наблю-

дается в центральном, наиболее приподнятом относительно остальных блоках. Рудоносные зоны с кварц-золотосульфидной минерализацией хорошо фиксируются в геофизических полях отрицательной

магнитностью и повышенным удельным кажущимся сопротивлением.

**Центральный блок.** К настоящему времени детальными геолого-разведочными работами охвачен центральный блок, в геологическом строении которого принимают участие покровные вулканы верхней юры, прорванные субвулканическими, интрузивными и дайковыми комплексами пород. В основании разреза залегают вулканогенно-осадочные отложения андезибазальтовой толщи, представлены андезидацитами и андезитами, их туфами, туфобрекчиями, туфопесчаниками, туфоалевролитами.

Для центрального блока характерны разнообразные субвулканические и дайковые тела, секущие отложения юрского комплекса. К началу основного этапа рудоотложения в основных рудовмещающих структурах северо-западного направления был сформирован каркас трещин северо-западной, северо-восточной и субмеридиональной ориентировок, вмещающих жилы и жилозоны кварц-золотосульфидной минерализации. Главным рудным минералом является пирит; он образует включения, вкрапленность и прожилки. В составе руд присутствуют также сфалерит, халькопирит, блеклая руда, самородное золото, теллуриды. В пределах обогащенных участков прослеживаются одиночные кварц-золотосульфидные жилы различной мощности – от 0,03 до 0,25 м, с очень богатым оруденением. Так, по отдельным пробам, отобраным из жил, содержание Au достигает 60 г/т и более. Последние локализованы главным образом в висячем боку зон. По простиранию они выдерживаются всего на 8–10 м. Главным жильным минералом является кварц, в сравнительно небольших количествах присутствуют кальцит, халцедон, барит и др. Окислительные процессы в поверхностной зоне развиты слабо и выражены незначительным развитием гидроокислов железа (гетит, гидрогетит, лимонит), а также вторичными минералами меди, свинца, цинка и др. На Тулалларской перспективной площади выявлено более 10 золотосульфидно-кварцевых жильных зон, приуроченных к зонам дробления субширотного и субмеридионального простирания. Длина жильных зон по простиранию и падению варьирует от нескольких десятков метров до сотен метров. Породы жилозоны ограничены дорудными зонами широтного простирания, круто падающих (70–85°) на юго-запад и юго-восток. В местах сочленения они нередко становятся рудовмещающими. Состав жил, их строение и взаимоотношения свидетельствуют о многократности трещинообразования и рудоотложения. По этой причине рудные зоны по всей мощности прослеживания раздроблены, перемяты,

участками лимонитизированы, по зальбандам в породах зон и во вмещающих породах встречаются многочисленные вкрапленники пирита, точки минерализации гетита, гематита и лимонита. Минералообразование происходило как выполнением открытых полостей, так и замещением. К узлам сопряжения субмеридиональных и субширотных нарушений приурочены практически все золоторудные зоны. Мощность золотоносных зон дробления – от 20 до 70–80 м. Золотое оруденение распространено неравномерно, местами наблюдаются участки с богатым оруденением типа рудных столбов. Кроме оруденелых зон дробления, имеются участки, на которых вторичные кварциты, обычно располагающиеся вдоль разрывных нарушений, обогащены рудной минерализацией. Горными работами установлены жилообразная, участками штокверковая и гнездообразные формы рудных тел, а также минерализованные зоны дробления. Интенсивность золотого оруденения, судя по данным буровых работ, с глубиной не уменьшается [5, 6].

Породы зоны интенсивно раздроблены, окварцованы, ожелезнены, местами отмечаются мелкие пустоты выщелачивания и занорыши, выполненные массивными скоплениями марказита. В северной части центрального блока зона обнажена полностью; здесь мощность зоны с золоторудной минерализацией достигает 90 м (от 12 до 91,8 м в головном стволе шт. № 1), средняя мощность – 38,5 м. Длина рудного блока прослежена канавами. В этой части зоны обнажены интенсивно каолинизированные, лимонитизированные вторичные кварциты. Серовато-белая поверхность метасоматитов содержит изометричные (0,5–2,0 мм) порфиновые вкрапления кварца и обильные пятна каолина, по угловатым контурам которого иногда удается установить полевой шпат. Более крупные пятна каолина, вероятнее всего, развились по фрагментам вулканического стекла дацитового состава.

Как видно, характер вмещающих пород оказывает значительное влияние на концентрацию оруденения в пределах рудного участка. В одном случае вмещающие породы, как, например, дайки андезитов, либо способствуют образованию благоприятных рудовмещающих структур, либо экранируют оруденение. В других определенных фациях вмещающих пород, в частности внутрикластические и другие туфогенные породы кимериджа, оказываются благоприятными для локализации оруденения и в их пределах благородные металлы концентрируются в промышленных масштабах (табл. 1). Бороздовые пробы зоны показали содержание: Au – от 0,4 до 37,5 г/т, Ag – от 0,5 до 48,4 г/т.

Таблица 1

**Среднее содержание Au и Ag в выработках центрального блока Тулалларского рудного поля /  
Average content of Au and Ag in the workings of the central block of the Tulallar ore field**

Наименование выработки и ее номер	Мощность рудного интервала, м	Среднее содержание Au и Ag в выработках, г/т (с)		Метр × грамм (м × с)	
		Au	Ag	Au	Ag
Канавы – 49	33,3	0,8	5,97	26,64	198,8
Канавы – 20	13,3	0,8	4,8	10,64	63,84
Канавы – 18	56,5	1,2	5,95	67,80	336,18
Канавы – 73	30,5	1,94	6,12	59,17	186,66
Канавы – 72	53,5	0,40	2,67	21,40	142,85
Канавы – 69	51,5	0,55	3,08	28,33	158,62
Канавы – 4	90,5	0,8	7,98	72,40	722,19
Канавы – 68	13,0	0,8	4,48	10,40	58,24
Канавы – 41	26,0	1,39	9,15	36,14	237,90
Канавы – 22	24,0	3,05	14,93	73,20	361,08
Канавы – 34	17,5	0,54	0,95	9,45	16,63
Канавы – 1	83,2	2,22	8,66	184,7	719,68
Канавы – 2	24,4	5,42	14,66	132,25	357,70
Канавы – 9	26,1	1,77	7,59	46,20	198,10
Канавы – 15	12,0	1,25	4,8	15,00	57,60
Канавы – 23	13,9	1,61	9,18	22,38	127,60
Штольня – 1, головной ствол	91,8	1,5	5,90	137,70	541,62
Штольня – 1, штрек 1	21,0	2,63	10,06	55,23	211,26
Штольня – 2, головной ствол	81,0	2,24	7,81	181,44	632,61
Штольня – 2, штрек 1–2	43,35	1,30	6,14	56,36	266,17
Штольня – 3, головной ствол	66,0	1,89	6,24	124,74	411,84
Штольня–3, орт 1	27,5	1,55	2,68	42,63	73,7
Штольня–3, орт 2	28,3	1,60	3,57	45,28	101,03
Штольня – 3, на пересечении ортов 1 и 2	34,7	1,60	2,96	55,52	102,71
Скважина – 29	42,0	1,52	5,01	69,84	210,42
Площадка штольни № 3	31,5	1,33	8,08	41,90	254,52
<b>Всего</b>	<b>980,55</b>			<b>1532,83</b>	<b>6474,56</b>
<b>Среднее</b>		<b>1,56</b>	<b>6,70</b>		

**Примечание.** При определении мощности рудоносной части зоны учтены мощность рудных интервалов (с содержанием Au 0,4 г/т и выше) и результаты подземных горных выработок, пересекающих рудную зону.

В западной части рудной зоны все отобранные пробы со скважины № 1 (интервал 22–40 м) показали содержание Au – 1,25–2,5 г/т и Ag – 2,5–16 г/т (в среднем на мощность 18 м: Au – 1,69, Ag – 9,87 г/т). В

третьем сечении (канавы 46) в сильнокаолинизированных, слаболимонитизированных вторичных кварцитах в интервале 100–119 м содержание Au изменялось от 0,4 до 1,2 г/т, Ag – от 4,0 до 8,8 г/т.

Как видно, основным гидротермальным изменением вмещающих золоторудную минерализацию пород является окварцевание, которому подвергались как эффузивно-пирокластические образования кимериджа и нижележащие отложения, так и вулканогены по тем и другим породам. Окварцевание вглубь упомянутых пород затухает, отмечаясь вдоль трещин, затем исчезает полностью. Кроме окварцевания, вмещающие породы интенсивно серицитизированы и каолинизированы по сопряженным с основной рудной зоной тектоническим нарушениям. Среди вторичных кварцитов выделяются монокварцитовые, кварц-серицитовые и кварц-серицит-каолиновые фации.

**Восточный блок** охватывает участок северо-восточнее от высотной отметки 1834,4 м. Участок сложен витролитокластическими туфами андезитов, андезидацитов кимериджа. Эти образования протягиваются полосой в близмеридиональном (5–10°) направлении, прослеживаются по простиранию на 1,9 км и приурочены к апикальным частям мелких антиклинальных складок.

Оруденение представлено пиритом, сфалеритом, халькопиритом, галенитом и золотом. Как было отмечено, на правом склоне р. Гянджачай из-за плохой обнаженности и залесенности проследить зону удалось только на расстоянии 700 м. К северо-востоку от высотной отметки 1834,4 м минерализованный блок вскрыт канавой № 49 и скважиной № 6. Здесь при мощности 31,7 м содержание Au составляет 0,81 г/т, Ag – 6,07 г/т. На этом же сечении скважина, пробуренная с восточного заледанья зоны, в интервале 9–52,0 м вскрыла интенсивно лимонитизированные, а в нижних частях с густыми вкрапленниками пирита – вторичные кварциты, где при мощности 43,0 м содержание Au составляет 0,9 г/т, Ag – 6,2 г/т. К северо-востоку от 49-й канавы зона задернована; пробуренные скважины № 17 и 18, отстоящие друг от друга на 1,4 км к северо-востоку, показали невысокие содержания благородного металла (от «сл.» до 0,4 г/т, редко – 0,8 г/т; на 70-метровый интервал среднее содержание Au – 0,25 г/т, Ag – 4,6 г/т).

В общем, восточный блок хорошо изучен только в сопряжении с центральным блоком. Пройденные горные выработки показывают, что рудная зона протягивается в этом направлении, однако интенсивность минерализации уменьшается. Далее она прослеживается в геофизических полях. Как и в центральном блоке, основными изменениями вмещающих рудную минерализацию пород являются окварцевание, серицитизация и каолинизация эффузивно-пирокластических туфогенных пород кимериджа.

Соответственно, и характер минерализации аналогичен центральному блоку [2, 5].

**Западный блок.** Склоны Мейранчайского ущелья пересекают западный блок, разделяя его на два треугольных сегмента южной, юго-западной направленности. В указанном направлении, судя по геофизическим данным, мощность минерализованного блока постепенно уменьшается и чуть выше уровня ущелья реки, примерно на высоте 1400 м, уходит под батские отложения и выклинивается. На левом склоне реки примерно на этом же гипсометрическом уровне продолжение рудной зоны вновь прослеживается. Вниз по рельефу интенсивность минерализации уменьшается. Сильно перемятые слаболимонитизированные и окварцованные андезитовые туфы представляют блок в 250 м южнее от канавы № 42. Последние секутся разнонаправленными кварцевыми прожилками. Аналогичная картина наблюдается и на левом склоне реки. В этой части зоны содержание Au и Ag во вторичных кварцитах относительно высокое [7, 8]. На правом склоне р. Мейранчай между упомянутыми канавами минерализованный блок изучен посредством скв. № 12, пробуренной на восточном контакте зоны. Скважина на всю глубину (197 м) вскрыла интенсивно перемятые слабопиритизированные, в начале интервала – слабокаолинизированные, в конце – рассеченные кварцевыми прожилками породы. В интервале 35–197 м при мощности 142,0 м содержание Au составило 0,4, Ag – 4,8 г/т, а в интервале 177–197 м при мощности 20 м содержание Au – 0,8, Ag – 6,46 г/т. Продолжение зоны на левом склоне р. Мейранчай изучено в 2 сечениях. В первом в 2 пробах на мощность 4,0 м из интенсивно хлоритизированных, менее лимонитизированных с кварцевыми прожилками туфов содержание Au – 1,4, Ag – 7,2 г/т (канавы № 69), а во втором вскрыта зона мощностью 8,9 м. Здесь при мощности 8,0 м среднее содержание Au – 1,2, Ag – 7,05 г/т (канавы № 70).

Для изучения золотоносности рудоносных участков Тулалларского рудного поля на глубину была проложена штольня № 1 (горизонт 1590,0 м), а затем и № 2, 3 (горизонты 1556,3 и 1526,0 м соответственно), которые подсекали зону на глубине в двух сечениях. Установлено, что в зависимости от степени изменения породы меняется и интенсивность золоторудной минерализации. Так, вдоль головного ствола содержание Au меняется от 0,4 до 9,0 г/т (в одной пробе – 10,17 г/т). Всего при мощности 91,9 м головного ствола шт. № 1 среднее содержание Au составляет 1,5, Ag – 5,9 г/т. По штреку данной штольни при мощности 20,0 м среднее содержание Au – 2,63, Ag – 10,06 г/т. Штольня № 2 протяженно-

стью 81,0 м задана на южном склоне высотной отметки 1646,0 м, косо по простиранию перспективной площади. В головном стволе выработки содержание Au варьирует в интервале 0,4–12,2 г/т. В общем по штольне среднее содержание Au – 2,24, Ag – 7,81 г/т. С глубины 78,0 м головного ствола в пройденных ортах среднее содержание Au – 1,3, Ag – 6,14 г/т.

Наиболее высокое содержание Au получено на северном и южном склонах высотной отметки 1646,0 м. Так, в пробе № 390 при мощности 1,9 м содержание Au составляло 33,5 г/т, а Ag – 48,4 г/т. В дубликате промытой пробы (весом 300–350 г) в концентрате отмечены до 30 мелких зерен золота размером 0,05–0,5 мм. В канаве № 53, пройденной на юго-западном продолжении высотной отметки 1646,0 м, в интервале 4,5–14,5 м при мощности 5,0 м определено Au – 4,7 г/т, Ag – 39,89, а в интервале 24,5–44,0 м при мощности 19,5 м Au – 1,91 г/т, Ag – 7,6 г/т. Штольня № 3 пройдена в центральном блоке рудного поля (горизонт 1526,0 м). Здесь, на глубине 50 м головного ствола, заданы 2 орта, располагающиеся напротив друг друга. В отобранных пробах из головного ствола при мощности 56,0 м со-

держание Au составляло 1,89 г/т, Ag – 6,24; в орте № 1 при мощности 16,5 м Au – 1,55 г/т, Ag – 2,68, а в орте № 2 при мощности 14,2 м Au – 1,6 г/т, Ag – 3,57.

Таким образом, подсчитанная мощность центрального блока Тулалларской площади составляет 38,52 м, а среднее содержание благородных элементов при этой мощности: Au – 1,56, Ag – 6,7 г/т.

Наряду с подземными горными выработками в последние годы (2018–2020 гг.) компанией ЗАО «AzerGold» на площади Тулалларского месторождения пробурен целый ряд скважин, результаты которых однозначно свидетельствуют о высокой перспективности рассматриваемого объекта. В некоторых интервалах скважин наблюдаются высокие содержания не только Au и Ag, но и других элементов-примесей (табл. 2). В скважине 27 L6, пробуренной в центральном блоке, ближе к поверхности (интервал 5–9 м) в кремнистых брекчиях содержание Au составляет 309–363 г/т, Ag – 132–250, отмечаются также высокие содержания As, Bi и Hg. Аналогичная картина наблюдается в окварцованных породах скважин западного блока (глубина 5–9 м).

Таблица 2

Содержание элементов-примесей в представительных породах, вскрытых скважинами в центральном блоке Тулалларского рудного поля, г/т / Content of trace elements in representative rocks, exposed wells in the central block of the Tulallar ore field, ppm

№ скважины	№ пробы	Интервал опробования		Элементы							Название пород
		От	до	Au	Ag	Cu	Zn	As	Bi	Hg	
27L	006	5,00	6,00	117	134	39	11	111	412	97	Окварцованная лава
27L	026	22,00	23,00	0,25	0,9	52	5	199	<2	2	Кремнистая брекчия
54К	049	60,00	61,00	0,18	0,8	6	<2	69	<2	<1	Кремнистый туф
54К	073	81,00	82,00	2,75	2,1	21	<2	163	14	1	Окварцованная лава
27L6	003	7,00	8,00	1,33	7,6	19	4	254	2	19	Кремнистая брекчия
54А	052	78,00	79,00	0,8	1,33	105	20	181	4,8	5	Окварцованная лава
54А	055	81,25	82,00	1,65	3,55	64	16	54	3,5	8,6	Риодацит
92	003	5,60	7,10	0,02	0,13	75	52	44	–	–	Окварцованная лава
98	041	48,90	50,00	0,7	1,33	70	12	102	1,3	0,2	Окварцованная лава
98	045	53,00	54,00	1,16	9,73	404	30	56	1,9	1,6	Кремнистая брекчия
96	109	97,50	98,50	1,18	13	28	24	19	0,1	1	Кремнистый туф



Окончание табл. 2

№ скважины	№ пробы	Интервал опробования		Элементы							Название пород
		От	до	Au	Ag	Cu	Zn	As	Bi	Hg	
88	046	73,50	74,50	0,16	1,12	27	24	61	0,4	0,3	Окварцованная лава
88	057	84,50	85,50	0,11	0,38	104	38	86	–	0,5	Кремнистый туф
64	083	88,50	90,00	0,73	10,9	984	85	2784	0,7	3,1	Кремнистая брекчия
64	085	91,50	93,00	1,65	8,76	301	22	161	0,7	0,7	"–"
64А	064	55,00	56,00	2,71	2,47	755	19	77	1,4	13	"–"
64А	067	58,00	59,00	0,62	1,54	231	11	77	1,7	0,9	"–"
64А	085	79,00	80,00	0,19	1,12	177	6	25	2	0,4	Кремнистый туф
62	034	34,15	35,15	2,77	3,88	104	12	92	1	15	Кремнистая брекчия
62	051	48,15	49,15	1,84	11,3	129	17	57	1,2	1,5	"–"
62	062	56,15	57,15	0,18	1,93	23	7	137	0,7	1,2	"–"
29	002	2,00	3,00	0,11	0,5	6	3	38	0,2	0,1	Окварцованная лава
29	028	32,10	33,23	3,07	6,58	40	2	94	3,8	11	"–"
29	109	105,5	106,5	2,42	82,3	193	13	139	3,4	3,6	"–"
56А	002	1,00	2,00	0,17	0,62	82	24	157	–	–	Кремнистый туф
33А	064	59,00	60,00	2,01	19,7	177	10	79	0,4	2,7	Кремнистая брекчия
68	001	3,83	5,00	0,06	0,2	83	98	39	0,1	–	Кремнистый туф
68	030	34,00	35,00	0,55	11,7	140	12	97	1	4,8	Окварцованная лава
68	051	54,00	57,00	0,85	1,29	228	113	33	2,6	1,5	Андезибазальт
63А	001	0,20	1,25	1,22	7,1	59	11	123	10	10	Окварцованная лава
63А	007	7,00	8,00	0,22	1,07	212	134	109	0,7	0,5	"–"
63А	030	33,00	34,00	0,01	0,08	128	404	14	0,1	–	Кремнистый туф

Для изучения корреляционной связи между Au, Ag и другими элементами-примесями были использованы результаты анализов проб, обработанные с помощью программы STAT. В качестве индикаторных элементов, характеризующих рудный процесс на месторождении, выбраны Au, Ag, Bi, Cu, Zn, As, Hg [9]. Статистической обработке подвергнуты анализы проб из рудных интервалов. Для выделения ассоциаций рудных элементов осуществлена их статистическая обработка, определены среднее содержание, стандартное отклонение, коэффициент вариации и коэффициент корреляции. При оценке средних содержаний элементов-примесей выборки очищались от проб с положительными и отрицательными аномальными значениями. Результаты анали-

зов проб, взятых из всех пробуренных скважин, показали довольно широкие колебания элементов: Au – от 0,01 до 363 г/т, среднее – 20,8 г/т, коэффициент вариации содержаний – 347,76 %; Ag – от 0,0001 до 437 г/т, среднее – 21,37 г/т, коэффициент вариации содержаний – 311,31 %. Такая же закономерность наблюдается и для других элементов-примесей (табл. 3).

Установлена прямая положительная корреляционная связь между Au и Ag (к.к.=0,8539), Au и Bi (к.к.=0,8796), Au и Hg (к.к.=0,8765). Положительная связь выявлена также между Ag и Bi (к.к.=0,7589), Ag и Hg (к.к.=0,9212) (табл. 4). Неравномерное распределение элементов-примесей в породах скважин из разных интервалов наглядно характеризуют построенные гистограммы.

Таблица 3

**Статистическая обработка элементов-примесей в представительных породах, вскрытых скважинами центрального блока Тулалларского рудного поля / Statistical processing of trace elements in representative rocks exposed by wells of the central blocks, Tulallar ore field**

Показатель	Ag	As	Au	Bi	Cu	Hg	Zn
Число анализов	95	95	95	95	95	95	95
Среднее	21,37	141,8	20,82	34,22	132,57	26,78	41,50
Стандартное отклонение	66,54	286,99	72,41	116,53	196,77	97,40	64,36
Коэффициент вариации, %	311,31	202,39	347,76	340,53	148,43	363,73	155,11
Min	0,0001	6	0,01	0,0001	5	0,0001	1,5
Max	437	2784	363	712	1219	611	404
Размах	437	2778	362,99	712	1214	611	402,5
Стандартная асимметрия	17,70	33,74	15,46	15,67	13,39	18,82	12,20
Стандартный эксцесс	42,75	155,97	28,45	31,75	26,72	46,41	23,72

Таблица 4

**Коэффициенты парной корреляционной связи между рудными элементами в представительных породах центрального блока, вскрытых скважинами в Тулалларском рудном поле (n=95) / Coefficients of pair correlation between ore elements in representative rocks of the central block, exposed by wells in the Tulallar ore field (n = 95)**

	Ag	As	Au	Bi	Cu	Hg	Zn
Ag		0,0365	<b>0,8539</b>	<b>0,7589</b>	-0,0613	<b>0,9212</b>	-0,1455
As	0,0365		0,0322	0,0144	0,4416	0,0324	0,0077
Au	<b>0,8539</b>	0,0322		<b>0,8796</b>	-0,1132	<b>0,8765</b>	-0,1622
Bi	<b>0,7589</b>	0,0144	0,8796		-0,117	<b>0,8251</b>	-0,1589
Cu	-0,0613	0,4416	-0,1132	-0,117		-0,0935	0,2751
Hg	<b>0,9212</b>	0,0324	<b>0,8765</b>	<b>0,8251</b>	-0,0935		-0,1517
Zn	-0,1455	0,0077	-0,1622	-0,1589	0,2751	-0,1517	

Как видно из рис. 3, все элементы-примеси подчиняются закону логнормального распределения. Можно допустить, что пробы из разных интервалов скважин с сильной корреляционной связью Au с Ag, Bi и Hg характеризуют, по-видимому, тектонические зоны с интенсивно гидротермально измененными породами, играющими роль глубокого подводящего канала для рудообразующих растворов, которые отлагают полисульфид-

ную ассоциацию с теллуридами Bi, Ag и, возможно, Hg [10–12].

Для наглядного представления корреляционных связей между элементами построены кластерные дендрограммы (STATISTICA 6.0; метод полных связей). Дендрограмма (рис. 4) отражает четкое разделение изученных рудогенных элементов на два главных обособленных кластера. В первый кластер входят Ag, Hg, Au и Bi, во второй – As, Cu и Zn.

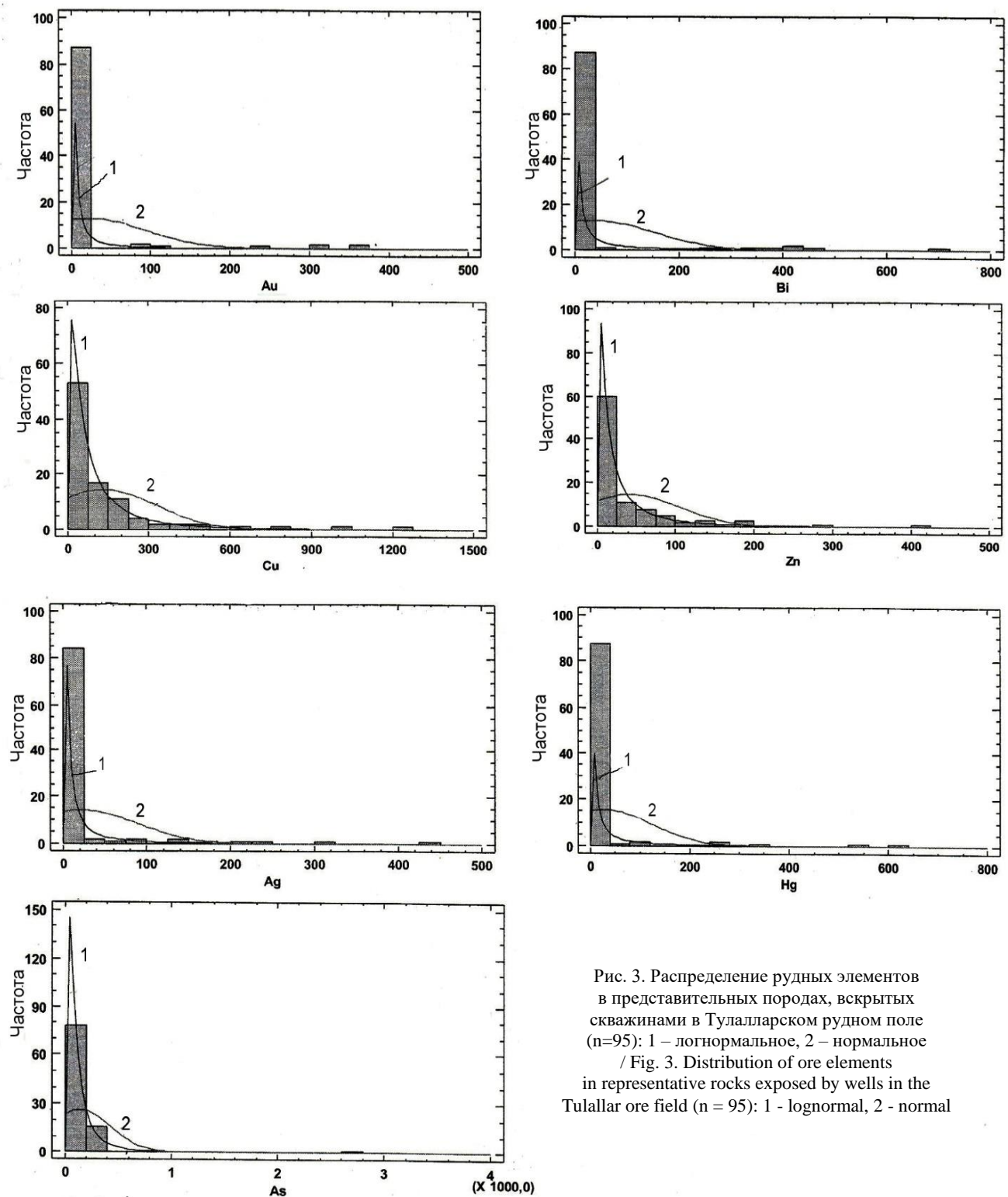


Рис. 3. Распределение рудных элементов в представительных породах, вскрытых скважинами в Тулалларском рудном поле (n=95): 1 – логнормальное, 2 – нормальное / Fig. 3. Distribution of ore elements in representative rocks exposed by wells in the Tulallar ore field (n = 95): 1 - lognormal, 2 - normal

Наличие двух кластеров свидетельствует о двух разных минеральных ассоциациях: 1) самородные элементы и их соединения – минералы; 2) полисульфидные. Между Ag, Hg и Au наблюдается наиболее тесная связь. Минералогически Ag-Hg-

Au-Bi-кластеру, по-видимому, соответствует ранняя рудная ассоциация – электрум, теллуриды висмута, возможно, с включениями тонкодисперсного золота. Второй, полиметаллический кластер характеризуется слабой корреляционной связью As-Cu-

Zn, что свидетельствует о том, что полисульфиды отлагались позднее. Наибольшее количество Au отлагалось в составе ранней минеральной ассоциации.

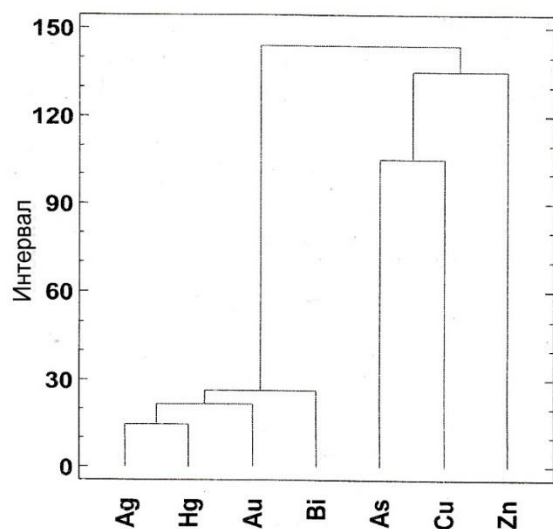


Рис. 4. Дендрограмма корреляционных связей рудных элементов в Тулалларском рудном поле (n = 95) / Fig. 4. Dendrogram of correlations of ore elements in the Tulallur ore field (n = 95)

Такая же закономерность наблюдается на парных графиках, где показана зависимость содержания Au от Ag, Hg, Bi, As, Cu и Zn.

Как видно, кластерный анализ, наряду с корреляционным, позволяет выявить дополнительные черты поведения и отложения самородных элементов в процессе рудообразования в пределах перспективной площади.

### Заключение

Подводя итоги краткой геолого-геохимической характеристики рудных зон Тулалларской перспективной золотоносной площади, необходимо отметить следующее: 1) все проявления приурочены к первично-купольным структурам, рудные зоны крутопадающие, оруденение концентрируется по восстанию залежей; 2) гидротермально метасоматическому изменению подвержены дациты, андезидациты, андезиты и литокластические туфы кимериджа, реже риодациты, риолиты и пирокластиты верхнего байоса, еще реже образования бата; 3) в пределах рудных зон минерализация установлена в окварцованных, серицитизированных обохренных (с буровато-красными налетами гидроокислов железа), местами каолинизированных вторичных кварцитах; рудная минерализация распространена неравномерно. В зоне интенсивного окварцевания содержание Au высокое (от 0,4–

1,0 до 5,0–10,0 г/т, иногда до 363 г/т), отмечаются рудные столбы; 4) обращает на себя внимание высокое содержание Mo в ряде рудных зон – 0,01–0,03 % (на Тулалларском участке в зоне № 8 – в 18 пробах, на Тоганалинском участке в зоне № 3 – в 8 пробах; оба эти участка расположены недалеко друг от друга).

Все это в совокупности свидетельствует о высокой перспективности Тулалларской золотоносной площади и целесообразности проведения в исследуемом районе поисково-оценочных разведочных работ в комплексе с геофизическими и геохимическими исследованиями.

### Литература

1. Абдуллаев Р.Н., Мустафаев Г.В., Мустафаев М.А. [и др.]. Мезозойские магматические формации Малого Кавказа и связанное с ними оруденение. Баку: Элм, 1988. 160 с.
2. Абдуллаева Ш.Ф., Баба-заде В.М., Исмаилова Н.Н. Пространственно-временные и генетические соотношения вулканогенных золотосодержащих сульфидных месторождений островодужных зон // Горный журн. 2020. № 8 (2277). С. 23–32.
3. Баба-заде В.М., Абдуллаева Ш.Ф. Благородно-металльные рудно-магматические системы. Баку: Изд-во Бакинского ун-та, 2012. 276 с.
4. Баба-заде В.М., Кекелия С.А., Абдуллаева Ш.Ф., Кекелия М.А. Основные черты металлогении Кавказа. М.: Недра, 2020. 186 с.
5. Геология Азербайджана. Т. VI: Полезные ископаемые. Баку: Nafta-press, 2003. 577 с.
6. Баба-заде В.М., Кекелия С.А., Абдуллаева Ш.Ф., Кекелия М.А. Золотосодержащие сульфидные месторождения островодужных палеосистем, их металлогенические особенности и условия геодинамического развития. Баку: CBS, 2015. 400 с.
7. Минерально-сырьевые ресурсы Азербайджана / под ред. В.М. Баба-заде. Баку: Озан, 2005. 808 с.
8. Moritz R., Selby D., Pophkadze N., Gugushvili V., Ramazanov V. Metallogeny of Lesser Caucasus: from arc construction to postcollision evolution // Tectonics and metallogeny of the Tethyan orogenic belt: Spec. Publ. № 19. Littleton: Society of Economic Geologist, 2016. P. 157–192.
9. Волков А.В., Мурашов Д.Ю., Сидоров А.А. Геохимические особенности эпitherмального рудообразования в Охотско-Чукотском вулканно-плутоническом поясе (Северо-Восток России) // Докл. АН России. 2017. Т. 474, № 3. С. 351–355.
10. Горячев Н.А. Благороднометалльный рудогенез и мантийно-коровое взаимодействие // Геология и геофизика. 2014. Т. 55, № 2. С. 323–332.
11. Бортников Н.С., Гамянин Г.Н., Викентьева О.В., Прокофьев И.Ю., Алпатов В.А., Бахарев А.Г. Состав и происхождение флюидов в гидротермальной системе

Нежданинского золоторудного месторождения (Саха (Якутия), Россия) // Геология рудных месторождений. 2007. Т. 49, № 2. С. 99–145.

12. Бортников Н.С., Волков А.В., Галямов А.Л., Викентьев И.В., Аристов В.В., Лаломов А.А. Минеральные ресурсы высокотехнологичных металлов в России: состояние и перспективы развития // Геология рудных месторождений. 2016. Т. 58, № 2. С. 97–119.

#### References

1. Abdullaev R.N., Mustafaev G.V., Mustafaev M.A. et al. (1988). *Mesozoic igneous formations of the Lesser Caucasus and associated mineralization*. Baku, Elm Publ., 160 p. (in Russian).

2. Abdullaeva Sh.F., Baba-zade V.M., Ismailova N.N. (2020). Spatio-temporal and genetic relationships of volcanogenic gold-bearing sulfide deposits in island-arc zones. *Gornyi zhurn.*, No. 8 (2277), pp. 23-32. (in Russian).

3. Baba-zade V.M., Abdullaeva Sh.F. (2012). *Noble metal ore-magmatic systems*. Baku, Baku University Press, 276 p. (in Russian).

4. Baba-zade V.M., Kekelia S.A., Abdullaeva Sh.F., Kekelia M.A. (2020). *The main features of the metallogeny of the Caucasus*. Moscow, Nedra Publ., 186 p. (in Russian).

5. *Geology of Azerbaijan. Vol. VI. Minerals*. (2003). Baku, Nafta-press, 577 p. (in Russian).

6. Baba-zade V.M., Kekelia S.A., Abdullaeva Sh.F., Kekelia M.A. (2015). *Gold-bearing sulfide deposits of is-*

*land-arc paleosystems, their metallogenic features and conditions of geodynamic development*. Baku, CBS, 400 p. (in Russian).

7. *Mineral resources of Azerbaijan*. (2005). V.M. Baba-zade (Ed.). Baku, Ozan Publ., 808 p. (in Russian).

8. Moritz R., Selby D., Pophkadze N., Gugushvili V., Ramazanov V. (2016). Metallogeny of Lesser Caucasus: from arc construction to postcollision evolution. *Tectonics and metallogeny of the Tethyan orogenic belt*. Littleton, Society of Economic Geologist, No. 19, pp. 157-192.

9. Volkov A.V., Murashov D.Yu., Sidorov A.A. (2017). Geochemical features of epithermal ore formation in the Okhotsk-Chukotka volcanic-plutonic belt (North-East of Russia). *Dokl. AN of Russia*, vol. 474, No. 3, pp. 351-355. (in Russian).

10. Goryachev N.A. (2014). Noble metal ore genesis and mantle - crustal interaction. *Geologiya i geofizika*, vol. 55, No. 2, pp. 323-332. (in Russian).

11. Bortnikov N.S., Gamyarin G.N., Vikentiev O.V., Prokofiev I.Yu., Alpatov V.A., Bakharev A.G. (2007). Composition and origin of fluids in the hydrothermal system of the Nezhdaninsky gold ore deposit (Sakha (Yakutia), Russia). *Geologiya rudnykh mestorozhdenii*, vol. 49, No. 2, pp. 99-145. (in Russian).

12. Bortnikov N.S., Volkov A.V., Galyamov A.L., Vikentiev I. V., Aristov V. V., Lalomov A. A. (2016). Mineral resources of high-tech metals in Russia: state and development prospects. *Geologiya rudnykh mestorozhdenii*, vol. 58, No. 2, pp. 97-119. (in Russian).

УДК 631.452:634.19:631.87

doi 10.18522/1026-2237-2021-1-52-58

## ВЛИЯНИЕ ГУМИНОВОГО ПРЕПАРАТА «БИО-ДОН» НА СОДЕРЖАНИЕ ЭЛЕМЕНТОВ ПИТАНИЯ В ПОЧВЕ И КАЧЕСТВО ЧЕРЕШНИ\*

© 2021 г. *О.С. Безуглова<sup>1</sup>, А.Е. Попов<sup>1</sup>, М.Н. Дубинина<sup>1, 2</sup>, П.Н. Скрипников<sup>1</sup>*<sup>1</sup>Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону, Россия,<sup>2</sup>Федеральный Ростовский аграрный научный центр, Рассвет, Россия

## EFFECT OF HUMIC PREPARATION “BIO-DON” ON THE CONTENT NUTRIENTS IN THE SOIL AND THE QUALITY OF CHERRIES

*O.S. Bezuglova<sup>1</sup>, A.E. Popov<sup>1</sup>, M.N. Dubinina<sup>1, 2</sup>, P.N. Skripnikov<sup>1</sup>*<sup>1</sup>Southern Federal University, Rostov-on-Don, Russia,<sup>2</sup>The Federal Agrarian Scientific Centre of Rostov, Rassvet, Russia,

Безуглова Ольга Степановна – доктор биологических наук, профессор, кафедра почвоведения и оценки земельных ресурсов, Южный федеральный университет, пр. Стачки, 194/1, г. Ростов-на-Дону, 344090, Россия, e-mail: osbesuglova@sfedu.ru

Olga S. Bezuglova - Doctor of Biological Sciences, Professor, Department of Soil Science and Land Resources Assessment, Southern Federal University, Stachki Ave., 194/1, Rostov-on-Don, 344090, Russia, e-mail: osbesuglova@sfedu.ru

Попов Артем Евгеньевич – аспирант, Южный федеральный университет, пр. Стачки, 194/1, г. Ростов-на-Дону, 344090, Россия, e-mail: artp94@yandex.ru

Artem E. Popov - Postgraduate, Southern Federal University, Stachki Ave., 194/1, Rostov-on-Don, 344090, Russia, e-mail: artp94@yandex.ru

Дубинина Марина Николаевна – аспирант, младший научный сотрудник, Федеральный Ростовский аграрный научный центр, ул. Институтская, 1, пос. Рассвет, Ростовская обл., 346735, Россия, e-mail: dubinina-marina@rambler.ru

Marina N. Dubinina - Postgraduate, Junior Researcher, Federal Agrarian Scientific Centre of Rostov, Institutskaya St., 1, Rassvet, Rostov Region, 346735, Russia, e-mail: dubinina-marina@rambler.ru

Скрипников Павел Николаевич – аспирант, младший научный сотрудник, лаборатория биогеохимии, Южный федеральный университет, пр. Стачки, 194/1, г. Ростов-на-Дону, 344090, Россия, e-mail: pav.sc@yandex.ru

Pavel N. Skripnikov - Postgraduate, Junior Researcher, Laboratory of Biogeochemistry, Southern Federal University, Stachki Avt., 194/1, Rostov-on-Don, 344090, Russia, e-mail: pav.sc@yandex.ru

Представлены исследования влияния гуминового препарата «БИО-Дон» на показатели почвенного плодородия, ферментативную активность чернозема обыкновенного остаточно-дуговатого карбонатного, а также на качество плодовых культур на примере черешни сортов Талисман и Василиса в условиях производственного опыта в открытом грунте на территории ООО «Агрофирма “Красный сад”». Обработка деревьев производилась однократно путем сочетания внесения в почву с оросительной водой и foliarной обработки в дозировке 300 л/га рабочего раствора с концентрацией гуминовых веществ 0,008 г/л по углероду. Отбор образцов почвы произведен до обработки, через две недели и через месяц после применения гуминового препарата, в качестве фонового варианта использован участок без применения препарата «БИО-Дон». Контроль динамики элементов питания приурочен к срокам формирования и созревания плодов, также учитываются погодные условия периода исследования. Внесение гуминового препарата увеличивает активность ферментов каталазы, инвертазы и фосфатазы, особенно в период массового созревания плодов. Соответственно в это же время снижается содержание подвижного фосфора и обменного калия, что обусловлено повышенным выносом этих элементов растениями. Химический анализ плодовой продукции на содержание растворимых сухих веществ и титруемую кислотность выявил статистически достоверное увеличение этих показателей в плодах с участков, обработанных гуминовым препаратом, что проявляется большей вкусовой насыщенностью плодов черешни независимо от сортовой принадлежности.

**Ключевые слова:** гуминовый препарат «БИО-Дон», чернозем обыкновенный остаточно-дуговатый карбонатный, черешня, почвенное плодородие, ферментативная активность, качество плодов.

\* Исследование выполнено при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования РФ в рамках государственного задания в сфере научной деятельности № 0852-2020-0029.

*The work deals with the study of the influence of humic preparation "BIO-Don" on indicators of soil fertility, the enzymatic activity of Calcic Chernozem (Pachic) at the experimental site, as well as on the productivity and quality of fruit crops, for example cherries varieties Talisman and Vasilisa in terms of work experience in the open ground in the territory of «Agrofirm "the Red garden"». Treatment of fruit trees was carried out once by drip irrigation in a dosage of 300 l/ha of working solution with a concentration of gp 0.008 g/l for carbon, soil samples were taken before treatment, two weeks and a month after the application of the humic preparation, a site without the use of "BIO-Don" was used as a control option. The treatment of plants with a humic preparation increases the activity of the enzymes catalase, invertase and phosphatase, especially during the period of mass ripening of fruits. Accordingly, at the same time, the content of mobile phosphorus and exchangeable potassium decreases, which is due to the increased removal of these elements by plants. Chemical analysis of fruit products for the content of soluble solids and titrated acidity revealed a statistically significant increase in these indicators in fruits from areas treated with humic preparation, which is manifested by their greater taste saturation.*

**Keywords:** humic preparation "BIO-Don", Calcic Chernozem, cherry tree, soil fertility, enzymatic activity, fruit quality.

## Введение

Новейшие технологии растениеводства в XXI в. находятся в процессе концентрации вокруг идеи естественного органического земледелия, базирующегося на применении новых условий питания и развития растений при сохранении естественных свойств почв и минимальном вмешательстве в окружающую среду. В связи с этим в настоящее время актуальны разработка, апробация и внедрение в производство способов рационального применения регуляторов роста и развития растений, средств защиты, минеральных комплексов. Благодаря этому был создан широкий диапазон промышленных гуминовых веществ из различных природных источников. Отсюда актуальность исследования эффективности биологически активного препарата, полученного из продукта естественного происхождения – вермикомпоста.

Воздействие гуминовых веществ на физиологическую активность представителей растительного мира многообразно. Установлено, что под их влиянием активизируется процесс корнеобразования, по причине трансформации селективности клеточных мембран увеличивается приток элементов питания и воды, гумусовые соединения позитивно воздействуют на все этапы митотического цикла различных клеток и порождают рост значения митотического индекса в полтора раза [1–6].

Благодаря применению гуминовых регуляторов роста в сельском хозяйстве появилась возможность повышения уровня урожайности зерновых, плодовых и овощных. Воздействие гуминовых веществ в особенности результативно в начальный период развития растительного организма и в период предельного напряжения биохимических процессов в нем, а также когда внешние условия произрастания растений обладают отклонениями от нормы: при заморозках и засухе, избытке азота в почве, в условиях засоления и т. п. [1, 7–9].

Различают гуминовые удобрения и гуминовые препараты. Гуминовые удобрения, представляющие собой активизированные тем или иным способом

каустобиолиты (торф, бурый уголь, сапропель), способны отдавать организмам важные для них элементы питания постепенно, по мере их использования. Гуминовые препараты – выделенные из перечисленных выше органических ископаемых гуминовые вещества – по своей сути являются концентратами. Их сильноразбавленные растворы применяют преимущественно для обработки растений – опрыскивания, замачивания семян и черенков. Стимулируя рост и развитие растений, гуминовые вещества укрепляют их стрессоустойчивость, тем самым регулируют условия питания растительных организмов, используя симбиотическую связь с микроорганизмами ризосферы, путем изменения растворимости почвенных минеральных компонентов [10]. Применение подкормок и регуляторов роста на основе биологического сырья и материалов, к каковым относятся и гуминовые препараты, дает возможность снизить экологические риски применения химических удобрений и средств защиты, а в некоторых случаях и снизить их дозировку в сельском хозяйстве, что весьма перспективно с экономической точки зрения [11, 12].

Цель исследования состояла в изучении воздействия гуминового препарата «ВЮ-Дон» на продуктивность и качество плодовых культур на примере черешни в условиях производственного эксперимента.

## Объекты и методы исследования

Производственный опыт был заложен в Азовском районе Ростовской области на территории ООО «Агрофирма "Красный сад"» в 2016 г. Почва – чернозем обыкновенный остаточно-луговатый карбонатный мощный малогумусный легкоглинистый на древнеаллювиальных легких глинах, местами слабосолонцеватый [13]. Объекты исследований были представлены двумя сортами черешни: Талисман и Василиса. Черешня сорта Талисман представляет собой высокоурожайный и засухоустойчивый сорт среднего срока созревания. Созревшие плоды обычно крупные сердцевидной формы. Мякоть темно-красного цвета,

сочная, полухрящеватая, кисло-сладкого вкуса. Черешня сорта Василиса – высокоурожайный засухоустойчивый сорт среднего срока созревания. Ягоды очень крупные весом до 14 г, тёмно-красные с блеском, довольно хорошего качества и плотности. Плоды имеют очень сладкий вкус и аромат.

Производственные опыты привлекательны тем, что испытания проводятся на большой площади в естественных условиях и с высокой выборкой. Черешневый сад располагался на площади 15,78 га, причем под обработкой гуминовым препаратом было 57 рядов, под контролем – 8 рядов.

Исследуемый гуминовый препарат «ВЮ-Дон» производится методом щелочной экстракции из вермикомпоста. Он имеет щелочную реакцию среды и содержит сравнительно небольшую концентрацию питательных элементов, поэтому не может использоваться как аналог минеральных удобрений. Однако в его составе имеются гуминовые кислоты, сумма которых составляет 2,24 г/л. Представленный препарат разбавляют до оптимальной концентрации 0,001 % и производят фолиарную обработку растений, возможно также прикорневое внесение с поливной водой, при необходимости сочетают оба приема [14]. Именно последний вариант обработки был использован в производственном эксперименте.

Черешневый сад был однократно обработан гуминовым препаратом «ВЮ-Дон» путем внесения в почву с поливной водой (капельный полив) и опрыскивания вегетирующих растений раствором биопрепарата в дозировке 300 л/га рабочего раствора с концентрацией гуминовых веществ 0,008 г/л по углероду. Были отобраны образцы почвы и плодов на участках с применением гуминового препарата «ВЮ-Дон» и контрольных, где обработка не производилась. Образцы отби-

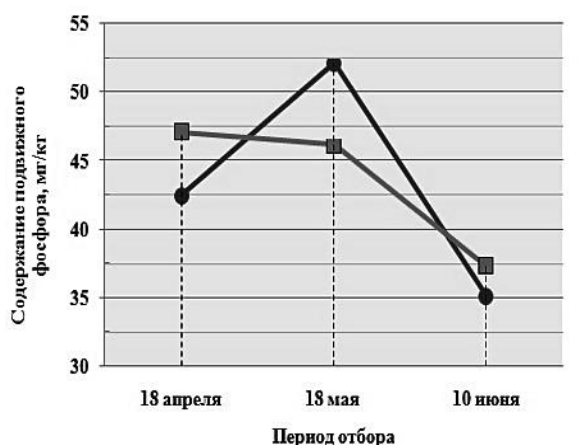
рались перед обработкой деревьев гуминовым препаратом (18 апреля), через две недели после обработки (18 мая) и через месяц (10 июня) для контроля динамики последовательности препарата.

Исследовано влияние гуминового препарата на режим элементов питания в почве (ГОСТ 26951-86, ГОСТ 26489-85, ГОСТ 26205-91), ферментативную активность почвы [15], проанализированы химические свойства образцов плодовой продукции с участков, обработанных гуминовым препаратом «ВЮ-Дон», по сравнению с образцами, отобранными на контрольных участках, не подвергнутых обработке: содержание растворимых сухих веществ (ГОСТ 28561-90) и титруемая кислотность (ГОСТ 2173-2013, ГОСТ 750-2013). Полученные результаты были статистически обработаны [16, 17].

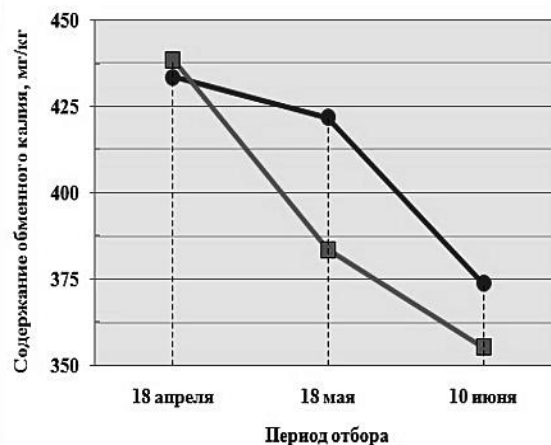
### Результаты исследований и их обсуждение

В период проведения опыта погода была довольно засушливой с минимальным выпадением осадков. Средняя температура в июне была равна 22 °С, в сентябре же температура составляла 16 °С. Среднее количество осадков в июне равнялось 0,83 мм, а в сентябре было равным 1,01 мм [18]. Данные погодные условия в связи с минимальным выпадением осадков обычно вызывают стрессовое состояние у растений и приводят к накоплению растворимых сухих веществ в плодах.

По результатам агрохимического исследования участков опыта подвижные формы азота на вариантах с использованием «ВЮ-Дона» и на контрольных вариантах в данный период различались мало. А вот результаты изучения динамики подвижного фосфора и обменного калия в черноземе обыкновенном остаточно-луговом представили большой интерес (рис. 1).



a/a



б/б

●—Контроль    ■—ВЮ-Дон

Рис. 1. Влияние гуминового препарата на динамику подвижного фосфора (а) и обменного калия (б) в черноземе обыкновенном остаточно-луговом под черешней / Fig. 1. Influence of a humic preparation on the dynamics of mobile phosphorus (a) and exchangeable potassium (b) in Calcic Chernozem (Pachic) under cherries



Содержание подвижного фосфора под черешней существенно снижается в стадии формирования плодов на вариантах с «ВЮ-Доном» по сравнению с контрольным вариантом. Это связано, скорее всего, с тем, что черешня представлена сортами средних сроков созревания. Период формирования плодов для этой культуры довольно короткий, поэтому вынос питательных веществ в этот период максимален. Обработка почвы и растений гуминовым препаратом способствует выносу элементов пи-

тания, причем именно тех, которые участвуют в формировании плодов.

Ферментативная активность является важным показателем биологической активности почвы и помогает объяснить те процессы, в которых участвуют элементы минерального питания. Результаты, представленные на графиках (рис. 2, 3), свидетельствуют, что при обработке посадок черешни гуминовым препаратом наблюдается ряд закономерностей.

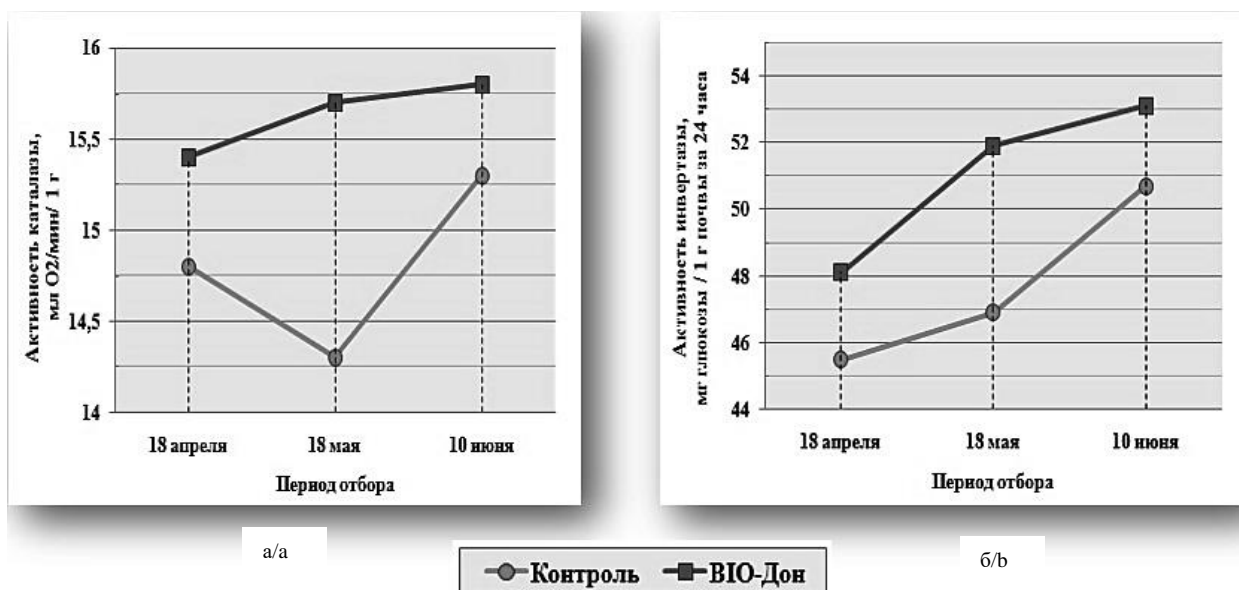


Рис. 2. Влияние гуминового препарата на динамику активности каталазы (а) и инвертазы (б) в черноземе обыкновенном остаточно-луговатом под черешней / Fig. 2. Influence of a humic preparation on the dynamics of the activity of catalase (a) and invertase (b) in Calcic Chernozem (Pachic) under cherries

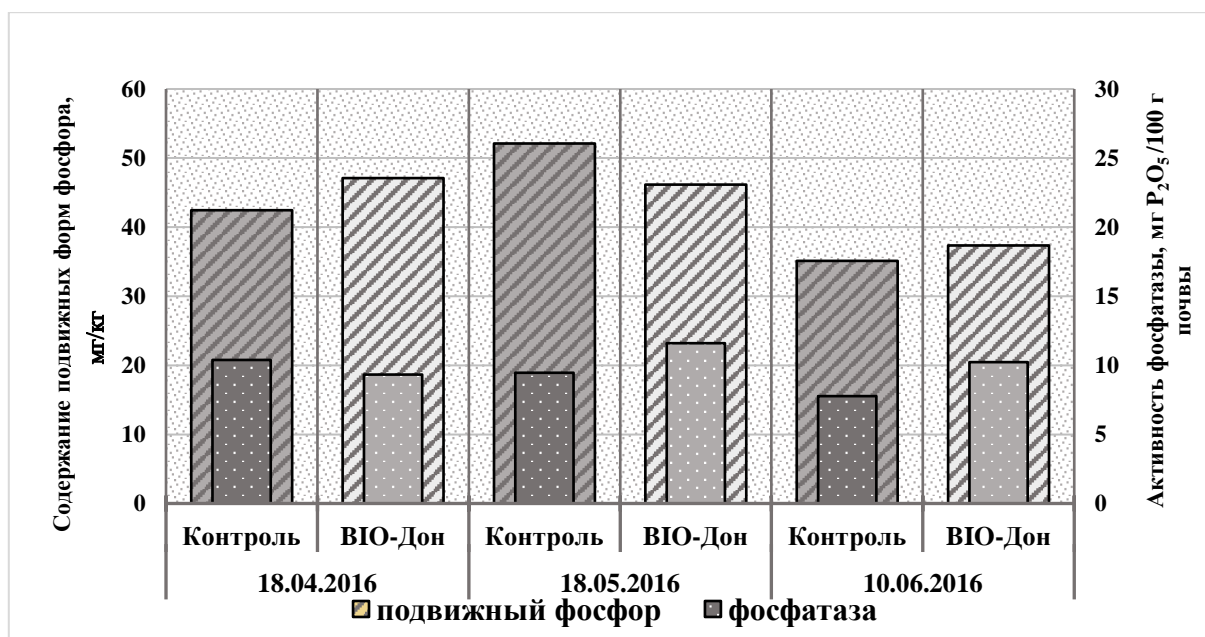


Рис. 3. Влияние гуминового препарата на динамику содержания подвижного фосфора и активность фосфатазы в черноземе обыкновенном остаточно-луговатом под черешней / Fig. 3. Influence of a humic preparation on the dynamics of the content of mobile phosphorus and the activity of phosphatase in Calcic Chernozem (Pachic) under cherries

Активность ферментов каталазы и инвертазы в прикорневом слое почвы под черешней под воздействием препарата «ВЮ-Дон» больше по сравнению с контрольными образцами. Это, в частности, свидетельствует об активном развитии микрофлоры и интенсификации метаболических процессов, что сказывается на качестве плодовой продукции. Причем на варианте с обработкой почвы и растений гуминовым препаратом активность обоих ферментов заметно выше в период активного формирования плодов, когда растение особенно нуждается в элементах питания. Этот факт особенно хорошо прослеживается при сопоставлении содержания подвижного фосфора и величины активности фосфатазы (рис. 3).

Динамика этих показателей в черноземе обыкновенном остаточно-луговатом карбонатном свидетельствует, что на стадии наиболее активного формирования плодов, когда растения особенно нуждаются в фосфоре, количество которого в кар-

бонатных черноземах всегда находится в первом минимуме, активность фосфатазы наиболее высокая.

Внесение в почву гуминового препарата способствует созданию благоприятных условий для развития и роста популяций микроорганизмов, способствующих переводу элементов питания в доступные для растений формы [12, 19].

Повышение качества плодовой продукции и улучшение ее потребительских качеств – основная задача плодородческого производства. Применение гуминового препарата в этом демонстрирует значительное влияние на качество продукции.

Образцы плодов черешни были отобраны по достижении ими товарной спелости и изучены на содержание сухих веществ или влажности, растворимых сухих веществ по сахарозе и титруемую кислотность по яблочной кислоте. Результаты влияния обработки гуминовым препаратом на качество плодовых культур приведены в таблице.

Химические показатели качества плодов черешни / Chemical indicators of cherry fruit quality

Исследуемый показатель	Сорт	Вариант	Результаты	Разница	НСР <sub>0,05</sub>
Сухие вещества, %	Талисман	Контроль	13,89	3,16	1,13
		«ВЮ-Дон»	17,05		
	Василиса	Контроль	18,63	2,04	1,32
		«ВЮ-Дон»	20,67		
Содержание растворимых сухих веществ (по сахарозе), %	Талисман	Контроль	14,22	2,10	0,01
		«ВЮ-Дон»	16,32		
	Василиса	Контроль	18,82	2,01	0,01
		«ВЮ-Дон»	20,83		
Титруемая кислотность (по яблочной кислоте), %	Талисман	Контроль	0,71	0,15	0,03
		«ВЮ-Дон»	0,86		
	Василиса	Контроль	0,64	0,06	0,04
		«ВЮ-Дон»	0,70		
Титруемая кислотность, град. Т	Талисман	Контроль	10,49	2,33	0,42
		«ВЮ-Дон»	12,82		
	Василиса	Контроль	9,52	0,93	0,60
		«ВЮ-Дон»	10,45		

Статистическая обработка полученных данных показала, что эффект от использования гуминового препарата проявляется в довольно значительной степени.

Повышение содержания сухих веществ, причем независимо от сорта черешни, указывает на формирование у плодов более плотной и сочной мякоти, все образцы показали тенденцию к повышению содержания титруемых кислот и растворимых сахаров. Рост их содержания в черешне с деревьев, подвергшихся обработке гуминовым препаратом, приводит к появлению вкусовой наполненности, а следовательно, к совершенствованию потребительских качеств плодовой продукции, что является одним из ожидаемых

эффектов использования гуминового препарата. О похожих результатах говорится в работах Д.Ю. Котлярова [20], где эффектом от обработки растений регуляторами роста было улучшение качеств корнеплодов, определяющих пищевую ценность свеклы, таких как содержание красящего вещества бетанина, аскорбиновой кислоты и снижение содержания нитратов. Наши данные согласуются также и с исследованиями применения препарата «Гумат “Плодородие”, обогащенный микроэлементами», в ходе которых было получено повышение выхода овощной продукции на 35–50 % при увеличении накопления плодами сухого вещества на 30,2–42,7 % по отношению к контрольному варианту [21].

## Выводы

Применение гуминового препарата «ВЮ-Дон» в черешневом саду в условиях производственного опыта проявилось в следующих эффектах:

1. Увеличение выноса питательных веществ из прикорневого слоя в растительную массу из-за усиления метаболических процессов.

2. Усиление ферментативной активности как показателя проявления жизнедеятельности микробиологических сообществ.

3. Повышение содержания титруемых кислот и растворимых сахаров в образцах плодов по отношению к контролю и, как следствие, значительное улучшение вкусовых качеств черешни в стадии товарной спелости.

Подобные эффекты являются показателями целесообразности применения гуминовых препаратов в садоводстве как катализаторов обменных процессов, адаптогенов и стимуляторов развития почвенной микрофлоры и в конечном счете улучшения качества плодовой продукции.

## Литература

1. *Горова А.И., Орлов Д.С., Щербенко О.В.* Гуминовые вещества: строение, функции, механизм действия, протекторные свойства, экологическая роль. Киев: Наукова думка, 1995. 303 с.
2. *Чуков С.Н., Талашкина В.Д., Надпорожская М.А.* Физиологическая активность ростовых стимуляторов и гуминовых кислот почв // Почвоведение. 1995. № 2. С. 169–174.
3. *Ayuso M., Hernandez T., Garcia C., Pascual J.* Stimulation of barley growth and nutrient absorption by humic substances originating from various organic materials // Biores. Technol. 1996. Vol. 57. P. 251–257.
4. *Чуков С.Н., Голубков М.С.* Сравнительное изучение физиологической активности гумусовых кислот почв на культуре водорослей *Chlorella vulgaris* // Вестн. Санкт-Петербургского ун-та. Серия 3. 2005. № 1. С. 103–113.
5. *Clapp C.E., Chen Y., Hayes M.H.B., Cheng H.H.* Plant growth promoting activity of humic substances // Understanding and managing organic matter in soils, sediments, and waters. Madison: Int. Humic Sci. Society, 2001. P. 243–255.
6. *Asik B.B., Turan M.A., Celik H., Katkat A.V.* Effects of Humic Substances on Plant Growth and Mineral Nutrients Uptake of Wheat (*Triticum durum* cv. Salihli) Under Conditions of Salinity // Asian J. of Crop Science. 2009. Vol. 1. P. 87–95. Doi: 10.3923/ajcs.2009.87.95.
7. *Flaig W.* Effect of lignin degradation products on plant growth // Isotopes and radiation in soil plant nutrition studies. Vienna: Int. Atomic Energy Agency, 1965. P. 3–19.
8. *Hassanpanah D., Gurbanov E., Gadimov A., Shahrairi R.* Effect of potassium humate on advanced potato cultivars for water deficit tolerance in Ardabil region, Iran // From Molecular Understanding to Innovative Applications of Humic Substances: Proceedings of the 14th Int. Meeting of the Int. Humic Substances Society, September 14–19, 2008, Moscow, Saint Petersburg, Russia. Moscow, 2008. Vol. II. P. 647–650.
9. *Соловьев А.В., Надежкина Е.В., Лебедева Т.Б.* Агрохимия и биологические удобрения. М.: РГАЗУ, 2011. 168 с.
10. *Безуглова О.С., Полиенко Е.А., Горовцов А.В., Лыхман В.А.* Влияние гуминовых препаратов на почвы и растения. Ростов н/Д.; Таганрог: Изд-во ЮФУ, 2019. 154 с.
11. *Гордеев А.В., Романенко Г.А.* Проблемы деградации и восстановления продуктивности земель сельскохозяйственного назначения в России. М.: Росинформагротех, 2008. 69 с.
12. *Полиенко Е.А., Безуглова О.С., Гринько А.В., Лыхман В.А., Патрикеев Е.С.* Повышение эффективности инсектицидов в посевах нута при использовании гуминовых веществ // Земледелие. 2020. № 8. С. 42–47. Doi: 10.24411/0044-3913-2020-10800.
13. *Безуглова О.С., Хырхырова М.М.* Почвы Ростовской области. Ростов н/Д.: Изд-во ЮФУ, 2008. 352 с.
14. *Безуглова О.С., Полиенко Е.А., Горовцов А.В., Лыхман В.А.* Применение гуминового препарата «ВЮ-Дон» на посевах озимой пшеницы // Достижения науки и техники АПК. 2016. Т. 30, № 2. С. 24–28.
15. *Казеев К.Ш., Колесников С.И.* Биодиагностика почв: методология и методы исследований. Ростов н/Д.: Изд-во ЮФУ, 2012. 260 с.
16. *Дмитриев Е.А.* Математическая статистика в почвоведении. М.: ЛИБРОКОМ, 2009. 328 с.
17. *Доспехов Б.А.* Методика полевого опыта (с основами статистической обработки). М.: Агропромиздат, 1985. 351 с.
18. *Погода и климат Ростова-на-Дону.* URL: <http://www.pogodaiklimat.ru/climate/34730.htm> (дата обращения: 19.01.2021).
19. *Безуглова О.С., Лыхман В.А., Горовцов А.В.* Влияние гуминового удобрения на структуру и микробиологическую активность чернозема южного под различными культурами // Изв. Самарского науч. центра РАН. 2015. Т. 17, № 6. С. 164–168.
20. *Котляров Д.Ю.* Повышение урожайности, качества и лёжкости свёклы столовой при применении минеральных удобрений, биокомпостов и регуляторов роста: автореф. дис. ... канд. с.-х. наук. М., 2009. 165 с.
21. *Судмантас О.В.* Разработка приемов применения удобрения «Гумат “Плодородие”» в технологии выращивания овощных культур в условиях Центрального района Нечерноземной зоны России: дис. ... канд. с.-х. наук. Кострома, 2009. 177 с.

## References

1. Gorovaya A.I., Orlov D.S., Shcherbenko O.V. (1995). *Humic substances: structure, functions, mechanism of action, protective properties, ecological role*. Kiev, Naukova dumka Publ., 303 p. (in Russian).
2. Chukov S.N., Talashkina V.D., Nadporozhskaya M.A. (1995). Physiological activity of growth stimulants and soil humic acids. *Pochvovedenie*, No. 2, pp. 169-174. (in Russian).
3. Ayuso M., Hernandez T., Garcia C., Pascual J. (1996). Stimulation of barley growth and nutrient absorption by humic substances originating from various organic materials. *Biores. Technol.*, vol. 57, pp. 251-257.
4. Chukov S.N., Golubkov M.S. (2005). Comparative study of the physiological activity of humic acids in soils on a culture of *Chlorella vulgaris* algae. *Vestnik Sankt-Peterburg. un-ta*, Ser. 3, No. 1, pp. 103-113. (in Russian).
5. Clapp C.E., Chen Y., Hayes M.H.B., Cheng H.H. (2001). Plant growth promoting activity of humic substances. *Understanding and managing organic matter in soils, sediments, and waters*. R.S. Swift and K.M. Sparks (Eds.). Madison, IHSS, pp. 243-255.
6. Asik B.B., Turan M.A., Celik H., Katkat A.V. (2009). Effects of Humic Substances on Plant Growth and Mineral Nutrients Uptake of Wheat (*Triticum durum* cv. Salihli) Under Conditions of Salinity. *Asian Journal of Crop Science*, vol. 1, pp. 87-95. Doi: 10.3923/ajcs.2009.87.95.
7. Flaig W. (1965). Effect of lignin degradation products on plant growth. *Isotopes and radiation in soil plant nutrition studies*. Vienna, Int. Atomic Energy Agency, pp. 3-19.
8. Hassanpanah D., Gurbanov E., Gadimov A., Shahrairi R. (2008). Effect of potassium humate on advanced potato cultivars for water deficit tolerance in Ardabil region, Iran. *From Molecular Understanding to Innovative Applications of Humic Substances. Proceedings of the 14th International Meeting of the International Humic Substances Society, September 14-19, Moscow - Saint Petersburg, Russia*. I. V. Perminova, N. A. Kulikova (Eds.). Vol. II. Humus Sapiens, Moscow, pp. 647-650.
9. Soloviev A.V., Nadezhkina E.V., Lebedeva T.B. (2011). *Agrochemistry and biological fertilizers*. Moscow, RSAAU Press, 168 p. (in Russian).
10. Bezuglova O.S., Polienko E.A., Gorovtsov A.V., Lykhman V.A. (2019). *Influence of humic preparations on soil and plants*. Rostov-on-Don, Taganrog, Southern Federal University Press, 154 p. (in Russian).
11. Gordeev A.V., Romanenko G.A. (2008). *Problems of degradation and restoration of productivity of agricultural lands in Russia*. Moscow, Rosinformagrotekh Publ., 69 p. (in Russian).
12. Polienko E.A., Bezuglova O.S., Grinko A.V., Lykhman V.A., Patrikeev E.S. (2020). Increasing the effectiveness of insecticides in chickpea crops when using humic substances. *Zemledelie*, No. 8, pp. 42-47. Doi: 10.24411/0044-3913-2020-10800. (in Russian).
13. Bezuglova O.S., Khyrkhyrova M.M. (2008). *Soils of the Rostov region*. Rostov-on-Don, Southern Federal University Press, 352 p. (in Russian).
14. Bezuglova O.S., Polienko E.A., Gorovtsov A.V., Lykhman V.A. (2016). Application of humic preparation "BIO-Don" on winter wheat crops. *Dostizheniya nauki i tekhniki APK*, vol. 30, No. 2, pp. 24-28. (in Russian).
15. Kazeev K.Sh., Kolesnikov S.I. (2012). *Soil biagnostics: methodology and research methods*. Rostov-on-Don, Southern Federal University Press, 260 p. (in Russian).
16. Dmitriev E.A. (2009). *Mathematical statistics in soil science*. Moscow, LIBROKOM Publ., 328 p. (in Russian).
17. Dospekhov B.A. (1985). *Field experiment technique (with the basics of statistical processing)*. Moscow, Agropromizdat Publ., 351 p. (in Russian).
18. *Weather and climate of Rostov-on-Don*. Available at: <http://www.pogodaiklimat.ru/climate/34730.htm> (accessed January 19, 2021). (in Russian).
19. Bezuglova O.S., Lykhman V.A., Gorovtsov A.V. (2015). Influence of humic fertilization on the structure and microbiological activity of the southern chernozem under various crops. *Izv. Samarskogo nauch. sentra RAN*, vol. 17, No. 6, pp. 164-168. Available at: [http://www.ssc.smr.ru/media/journals/izvestia/2015/2015\\_6\\_164\\_168.pdf](http://www.ssc.smr.ru/media/journals/izvestia/2015/2015_6_164_168.pdf) (accessed January 19, 2021). (in Russian).
20. Kotlyarov D.Yu. (2009). *Increasing the yield, quality and keeping quality of table beets when using mineral fertilizers, biocompost and growth regulators*. Dissertation Thesis. Moscow, 165 p. (in Russian).
21. Sudmantas O.V. (2009). *Development of methods for using the fertilizer "Humat Fertility" in the technology of growing vegetable crops in the Central region of the Non-chernozem Zone of Russia*. Dissertation Thesis. Kostrova, 177 p. (in Russian).

УДК 551.508.79

doi 10.18522/1026-2237-2021-1-59-69

## СПОСОБ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ЗОН ОБЛЕДЕНЕНИЯ ВОЗДУШНЫХ СУДОВ НА ОСНОВЕ РАДИОМЕТРИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ ПАРАМЕТРОВ АТМОСФЕРЫ\*

© 2021 г. В.В. Зуев<sup>1</sup>, А.В. Павлинский<sup>1</sup>, Д.П. Мордус<sup>1,2</sup>, О.Е. Нечепуренко<sup>1,3</sup>, Г.Н. Ильин<sup>4</sup>, В.Ю. Быков<sup>4</sup><sup>1</sup>Институт мониторинга климатических и экологических систем СО РАН, Томск, Россия,<sup>2</sup>Западно-Сибирский филиал Авиаметтелеком Росгидромета, Новосибирск, Россия,<sup>3</sup>Национальный исследовательский Томский государственный университет, Томск, Россия,<sup>4</sup>Институт прикладной астрономии РАН, Санкт-Петербург, Россия

### METHOD FOR FORECASTING AIRCRAFT ICING ZONES BASED ON RADIOMETRIC MEASUREMENTS OF ATMOSPHERIC PARAMETERS

V.V. Zuev<sup>1</sup>, A.V. Pavlinsky<sup>1</sup>, D.P. Mordus<sup>1,2</sup>, O.E. Nechepurenko<sup>1,3</sup>, G.N. Ilin<sup>4</sup>, V.Yu. Bykov<sup>4</sup><sup>1</sup>Institute of Monitoring of Climatic and Ecological Systems, SB RAS, Tomsk, Russia,<sup>2</sup>West-Siberian branch, Aviamettelekom Roshydromet, Novosibirsk, Russia,<sup>3</sup>National Research Tomsk State University, Tomsk, Russia,<sup>4</sup>Institute of Applied Astronomy, RAS, Saint Petersburg, Russia

Зуев Владимир Владимирович – доктор физико-математических наук, член-корреспондент РАН, профессор, главный научный сотрудник, Институт мониторинга климатических и экологических систем Сибирского отделения Российской академии наук, пр. Академический, 10/3, г. Томск, 634055, Россия, e-mail: vzuev@list.ru

Vladimir V. Zuev - Doctor of Physics and Mathematics, Chief Researcher, Corresponding Member, Russian Academy of Sciences, Professor, Institute of Monitoring of Climatic and Ecological Systems, Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences, Akademicheskii Ave, 10/3, Tomsk, 634055, Russia, e-mail: vzuev@list.ru

Павлинский Алексей Валерьевич – кандидат физико-математических наук, научный сотрудник, Институт мониторинга климатических и экологических систем Сибирского отделения Российской академии наук, пр. Академический, 10/3, г. Томск, 634055, Россия, e-mail: wf@inbox.ru

Alexey V. Pavlinsky - Candidate of Physics and Mathematics, Researcher, Institute of Monitoring of Climatic and Ecological Systems, Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences, Akademicheskii Ave, 10/3, Tomsk, 634055, Russia, e-mail: wf@inbox.ru

Мордус Дарья Петровна – кандидат физико-математических наук, научный сотрудник, Институт мониторинга климатических и экологических систем Сибирского отделения Российской академии наук, пр. Академический, 10/3, г. Томск, 634055, Россия; синоптик 1-й категории, Западно-Сибирский филиал Авиаметтелекома Росгидромета, ул. Депутатская, 1, г. Новосибирск, 630099, Россия, e-mail: dariymordus@gmail.com

Daria P. Mordus - Candidate of Physics and Mathematics, Researcher, Institute of Monitoring of Climatic and Ecological Systems, Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences, Akademicheskii Ave, 10/3, Tomsk, 634055, Russia; Forecaster of the 1st Category, West-Siberian Branch, Aviamettelecom Roshydromet, Deputatskaya St., 1, Novosibirsk, 630099, Russia, e-mail: dariymordus@gmail.com

Нечепуренко Ольга Евгеньевна – кандидат физико-математических наук, ведущий инженер, Институт мониторинга климатических и экологических систем Сибирского отделения Российской академии наук, пр. Академический, 10/3, г. Томск, 634055, Россия; ассистент, Национальный исследовательский Томский государственный университет, пр. Ленина, 36, г. Томск, 634050, Россия, e-mail: o.e.nechepurenko@gmail.com

Olga E. Nechepurenko - Candidate of Physics and Mathematics, Leading Engineer, Institute of Monitoring of Climatic and Ecological Systems, Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences, Akademicheskii Ave, 10/3, Tomsk, 634055, Russia; Assistant, National Research Tomsk State University, Lenina Ave, 36, Tomsk, 634050, Russia, e-mail: o.e.nechepurenko@gmail.com

\* Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 18-05-80051.

Ильин Геннадий Николаевич – кандидат физико-математических наук, заведующий отделением, Институт прикладной астрономии Российской академии наук, наб. Кутузова, 10, г. Санкт-Петербург, 191187, Россия, e-mail: igen@iaaras.ru

Gennadii N. Ilin - Candidate of Physics and Mathematics, Head of Department, Institute of Applied Astronomy, Russian Academy of Sciences, Kutuzova Emb., 10, Saint Petersburg, 191187, Russia, e-mail: igen@iaaras.ru

Быков Владимир Юрьевич – научный сотрудник, Институт прикладной астрономии Российской академии наук, наб. Кутузова, 10, г. Санкт-Петербург, 191187, Россия, e-mail: bykovvladimir@mail.ru

Vladimir Yu. Bykov - Researcher, Institute of Applied Astronomy, Russian Academy of Sciences, Kutuzova Emb., 10, Saint Petersburg, 191187, Russia, e-mail: bykovvladimir@mail.ru

Обледенение является одним из неблагоприятных метеорологических явлений для авиации. Обледенение воздушного судна (ВС), как правило, возникает в результате образования льда на его поверхности при отрицательной температуре и высокой влажности воздуха в атмосфере. Предложен способ прогнозирования зон обледенения ВС на основе радиометрических измерений параметров атмосферы на базе аппаратно-программного комплекса «Нева». Приведены результаты наукастинга зон обледенения в районе аэродрома Санкт-Петербурга (Пулково), полученные на основе дистанционных измерений в нижнем километровом слое атмосферы. Осуществлена верификация полученных данных с использованием информации о фактическом обледенении самолетов в полете по данным метеослужбы аэродрома, а также данным радиозондирования аэрологической станции Воейково. Оценка качества наукастинга указывает на перспективность использования аппаратно-программного комплекса «Нева» для прогнозирования зон обледенения ВС на основе радиометрических измерений параметров атмосферы. Полученные за период с октября 2018 г. по март 2020 г. в районе аэродрома Пулково прогнозы характеризуются высокой оправдываемостью и предупрежденностью, при этом результаты в значительной степени совпадают с общепринятым методом прогноза зон обледенения ВС (метод Годске).

**Ключевые слова:** обледенение, наукастинг, верификация, радиометрия, профиль температуры, общее влагосодержание, аппаратно-программный комплекс.

Icing is a potentially hazardous weather events for aviation. Aircraft icing, as a rule, occurs as a result of the formation of ice on its surface at negative temperatures and high air humidity. Automated nowcasting system “Neva” implements a method for predicting aircraft icing zones based on radiometric measurements of atmospheric parameters. The results of nowcasting of icing zones in the area of the St. Petersburg airfield (Pulkovo) at heights up to 1 kilometer on the basis of remote measurements are presented. The accuracy of forecasting was verified using information on the actual icing cases according to the data of the aerodrome weather service, as well as the data of radio sounding at the Voeikovo aerological station. The high accuracy of forecasts and the icing warning rate are shown, as well as good agreement of the nowcasting results with the Godske method generally used in operational practice. Evaluation of the quality of nowcasting shows to the prospects of using the automated system “Neva” for predicting aircraft icing zones on the base of radiometric measurements of atmospheric parameters. The forecasts obtained for the period from October 2018 to March 2020 in the Pulkovo airfield area feature high accuracy and warning rate, and the results largely coincide with the generally used method for forecasting aircraft icing zones (Godske method).

**Keywords:** icing, nowcasting, verification, radiometry, temperature profile, total water content, automated nowcasting system.

## Введение

Обеспечение безопасности полётов воздушных судов (ВС) включает в себя необходимость своевременного прогнозирования опасных явлений [1, 2]. Опасные метеорологические явления в районе аэродрома нарушают регулярность полетов и нередко являются причиной авиационных происшествий и катастроф [3]. К числу таких опасных для авиации явлений относят обледенение ВС на этапах взлета и посадки, высокая повторяемость которого чаще всего приходится на зимний и переходный сезоны года [1]. Наиболее негативное влияние обледенение

оказывает на аэродинамику беспилотных летательных аппаратов (БПЛА) и легкой авиации (самолеты с максимальной взлетной массой не более 5700 кг и вертолеты), которые, в частности, имеют полезный ресурс для решения задач в нефтегазовой [4–6] и сельскохозяйственной [7–9] отраслях, картографировании [10], мониторинге пожароопасной обстановки в лесах [11, 12] и в труднодоступных районах Русского Севера [13, 14]. ВС таких типов не оборудованы противообледенительной системой, а их защита от обледенения заключается в проведении обработки перед взлётом для получения аэродинамической чистоты самолета [15].

Наличие фактического обледенения регистрируется экипажем в полете по датчикам системы или визуально [1]. Прогноз обледенения ВС состоит из прогноза метеорологических условий, способствующих обледенению, т.е. его успешность зависит от прогноза температуры и влажности воздуха на высоте полета. Аэрологические и мачтовые средства измерения метеорологических величин, которые применяются по настоящее время, не обеспечивают высокое пространственно-временное разрешение данных в нижнем километровом слое, а в удалении от аэропортов эти данные отсутствуют вовсе. Для качественного прогнозирования зон обледенения ВС целесообразно применять современные методы и средства дистанционного зондирования атмосферы с поверхности Земли [16]. Наиболее предпочтительными для этих целей представляются пассивные средства радиозондирования, принцип действия которых основан на приеме собственного излучения атмосферы на разных длинах волн [17]. Работа таких приборов не оказывает влияния на функционирование аэродромных средств радиотехнического обеспечения полетов. К таким средствам дистанционного зондирования относятся метеорологический температурный профилемер и радиометр водяного пара, измерения которых позволяют прогнозировать зоны обледенения, в том числе в районе аэродрома, в режиме прогноза текущего состояния погоды – наукастинга [18]. Прогноз в формате наукастинга составляется на срок от 0 до 2 ч [19] и подразумевает сохранение особенностей, выявленных при последнем наблюдении, считая, что в течение всего периода действия данного прогноза существенных погодных изменений не ожидается. Независимо от периода составления любой прогноз должен пройти оценку качества – верификацию с учетом того, что при прогнозировании опасных метеорологических явлений значительно увеличивается количество «ложных тревог» [20].

В данной работе рассмотрен новый аппаратно-программный комплекс (АПК) «Нева», позволяющий осуществлять прогнозирование зон обледенения ВС на основе радиометрических измерений параметров атмосферы. Приведены результаты наукастинга зон обледенения в районе аэродрома Санкт-Петербурга (Пулково), полученные на основе дистанционных измерений в нижнем километровом слое атмосферы. Осуществлена верификация предложенного способа и проведен сравнительный анализ результатов наукастинга и прогноза зон обледенения ВС с использованием общепринятого в оперативной практике метода Годске по данным радиозондирования.

### Аппаратно-программный комплекс «Нева»

АПК «Нева» предназначен для определения зон вероятного обледенения на основе радиометрических измерений параметров атмосферы. Исходными данными для прогнозирования являются вертикальный профиль температуры воздуха и общее влагосодержание атмосферного столба в зените. В состав АПК входят метеорологический температурный профилемер МТП-5РЕ [21], радиометр водяного пара RMS-1 [22] и персональный компьютер (ПК) управления и обработки данных (рис. 1). В состав комплекса также может быть включен измеритель высоты нижней границы облачности (ВНГО). В наших измерениях использовались данные измерителя ВНГО CL31, входящего в аэродромную метеослужбу Пулково [23].

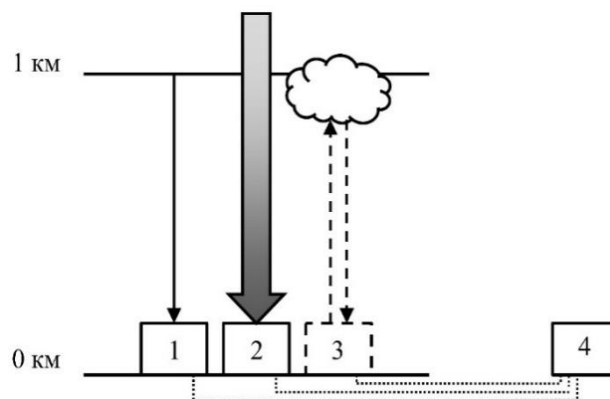


Рис. 1. Блок-схема АПК «Нева»: 1 – МТП-5РЕ; 2 – RMS-1; 3 – CL31; 4 – система управления и обработки данных (ПК)  
 / Fig. 1. Scheme of the automated nowcasting system “Neva”:  
 1 - MTP-5PE; 2 - RMS-1; 3 - CL31; 4 - control and data processing system (PC)

Температурный профилемер обеспечивает измерение вертикальных профилей температуры воздуха на высотах до 1 км (табл. 1). Принцип действия профилемера основан на приеме собственного излучения атмосферы на частоте 56,6 ГГц, интенсивность которого характеризует ее радиояркостную температуру с последующим ее пересчетом в термодинамическую. Формирование профиля температуры обеспечивается пошаговым сканированием в вертикальной плоскости с углом места от  $-3$  до  $90^\circ$ . Радиометр водяного пара (табл. 2) измеряет общее (интегральное) влагосодержание атмосферного столба в зените путем измерения радиояркостной температуры излучения атмосферы на частотах 20,7 и 31,4 ГГц. По результатам изме-

рений рассчитывается интегральное влагосодержание атмосферного столба на луче зрения антенны (в зените). Данные о профиле температуры и об-

щем влагосодержании атмосферы поступают в ПК, где происходит их обработка и формирование прогноза обледенения на текущий период измерения.

Таблица 1

Основные характеристики МТП-5PE / MTP-5PE general characteristics

Параметр	Значение
Диапазон измерений температуры, °С	-80...+45
Диапазон высот измерения, м	0 ...1000
Интервал измерений, мин	От 5
Дискретность представления в слое 0–100 м, м	10
Дискретность представления в слое 100–200 м, м	25
Дискретность представления в слое 200–1000 м, м	50
Предел погрешности результата измерений температуры атмосферы, °С	1,2
Предел погрешности определения высоты измеряемых слоев атмосферы, %	25
Нелинейность градуировочной характеристики, %	± 5
Наличие автоматической калибровки	+
Время установления рабочего режима, ч	1
Питание от сети переменного тока	220 В, 50 Гц
Интерфейс передачи данных	RS232
Рабочий диапазон температур, °С	-80...+60
Рабочий диапазон относительной влажности, %	0...100
Масса, кг	25

Таблица 2

Основные характеристики RMS-1 / RMS-1 general characteristics

Параметр	Значение
Диапазон измерений интегрального влагосодержания, г/см <sup>2</sup>	0,2–4
Точность измерений, г/см <sup>2</sup>	0,1
Наличие автоматической калибровки	+
Относительная нестабильность коэффициента передачи за 18 ч, %	±0,5
Ширина диаграммы направленности антенной системы по уровню 3 дБ, °	3
Чувствительность приемника при постоянной времени 1 с, К	0,1
Время установления рабочего режима, ч	6
Питание от сети переменного тока	220 В, 50 Гц
Интерфейс передачи данных	RS232
Рабочий диапазон температур, °С	-40...+40
Рабочий диапазон относительной влажности, %	0...98
Масса, кг	230

Измерение вертикального профиля температуры воздуха позволяет получить распределение зон возможного обледенения по высотам над точкой измерений. Пространственное разрешение при

определении зон возможного обледенения соответствует вертикальному разрешению температурного профилимера и при использовании профилимера МТП-5PE составляет от 10 до 100 м в зависи-



мости от высоты. Период действия прогноза соответствует интервалу измерений и для используемых приборов составляет 10 мин. При наличии в

составе комплекса измерителя ВНГО CL31 прогноз может быть уточнен. Параметры CL31 приведены в табл. 3.

Таблица 3

Основные характеристики CL31 / CL31 general characteristics

Параметр	Значение
Диапазон измерения высот облаков, м	0...7500
Разрешение отчетов, м	5
Цикл отчетов, с	2...120
Питание от сети переменного тока, В	100/115/230
Интерфейс передачи данных	RS-232/RS-485
Рабочий диапазон температур, °С	-40...+60
Рабочий диапазон относительной влажности, %	0...100
Размеры измерительного блока, мм	620×235×200
Масса, кг	32

### Способ прогноза вертикального распределения зон возможного обледенения ВС

На территории РФ для прогнозирования обледенения ВС на малых высотах (до 3 км) применяется расчетный метод Годске [24]. На основе аэрологической информации за 00:00 и 12:00 UTC для прогноза обледенения в оперативной практике используется соотношение, предложенное Годске и связывающее дефицит точки росы с температурой насыщения надолдом. Обледенение считается возможным, если  $T_{н.л.}$  выше температуры окружающего воздуха:

$$T_{н.л.} = -8D = -8(T - T_d) \geq T,$$

где  $T$  – температура воздуха;  $T_d$  – температура точки росы.

В данной работе предлагается способ прогноза вертикального распределения зон возможного обледенения ВС на основе радиометрических измерений параметров атмосферы. Разработка и верификация способа наукастинга для аэродрома Пулково выполнена на основе данных о профилях температуры воздуха в слое от поверхности земли до 1 км и общего влагосодержания атмосферы, полученных с помощью MTP-5 PE и RMS-1 соответственно. Приборы установлены на площадке Института прикладной астрономии РАН на расстоянии 17 км от аэродрома Пулково, что позволяет рассматривать результаты измерений как полученные в районе аэродрома. Измерения ведутся в непрерывном режиме с октября 2018 г. по настоящее

время, с дискретностью 10 мин. Дополнительно использовались данные о ВНГО до 3 км с шагом 30 м, измеренные CL31 на аэродроме Пулково.

На основе измерений температуры воздуха  $T$  и общего влагосодержания атмосферы  $Q$  в районе аэродрома Пулково и данных о зарегистрированных случаях обледенения за период с октября 2018 г. по март 2020 г. были определены диапазоны рассматриваемых параметров, при которых обледенение ВС наиболее вероятно. Обледенение в рассматриваемой зоне вероятно при выполнении следующих условий:

$$-13 \text{ °C} \leq T \leq 2 \text{ °C},$$

$$0,4 \text{ г/см}^2 \leq Q \leq 3,0 \text{ г/см}^2.$$

В этот период было зарегистрировано всего 1,02 % случаев обледенения за пределами предложенного температурного диапазона и 4,03 % – за пределами диапазона значений общего влагосодержания.

Качество прогноза улучшается при использовании данных о ВНГО над точкой измерений. В этом случае к предложенным критериям прогнозирования добавляется третье ограничительное условие для высоты зоны прогнозирования обледенения  $H_{зпо}$ :

$$H_{зпо} \geq H_{ВНГО}.$$

### Результаты прогноза вертикального распределения зон возможного обледенения ВС

За период с октября 2018 г. по март 2020 г. в районе аэродрома Пулково было зарегистрировано 827 случаев обледенения ВС, из них 609 случаев –

в нижнем километровом слое атмосферы. Все случаи обледенения наблюдались во время взлета или посадки ВС. На рис. 2–4 приведены примеры расчета зон возможного обледенения для района аэродрома Пулково за выбранные дни с наибольшим количеством случаев обледенения ВС. Светло-серая заливка на рис. 2–4 соответствует результатам расчета вертикальных зон возможного обледенения ВС, а белая – областям, где метеорологические условия не способствуют возникновению обледенения. Черными штриховыми линиями обозначены пространственные зоны фактического обледенения, информация о которых поступала с бортов самолетов. На основе измеренных радиозондом температуры воздуха и общего влагосодержания за 00:00 и 12:00 UTC по методу Годске были определены зоны возможного обледенения, на рис. 2–4 обозначения  $\oplus$  и  $\ominus$  соответствуют возможному обледенению и его отсутствию.

Как видно на рис. 2, 18 ноября 2018 г. в районе аэродрома Пулково фактическое обледенение, согласно сводкам бортовой погоды, фиксировалось в слое от 600 до 1000 м с 04:00 до 04:30, с 10:00 до 10:30, с 12:30 до 13:30, с 15:00 до 15:30 и с 22:30 до 23:00 UTC. Прогноз по измерениям температуры воздуха и общего влагосодержания показал вероятность обледенения с 10:00 до 21:00 UTC на высотах от 275 до 1000 м. Прогноз с учетом ВНГО показал вероятность обледенения с 10:30 до 21:30 UTC на высотах от 325 до 1000 м. Расчеты по методу Годске за 00:00 UTC показали возможное обледенение на высотах 620 и 760 м, а за 12:00 UTC –

на высотах 270, 700 и 880 м. Наибольшая согласованность прогностических полей и фактически наблюдавшегося обледенения отмечается в промежуток времени с 10:00 до 15:30 UTC. Как видно на рис. 3, 10 декабря 2019 г. в районе аэродрома Пулково были зарегистрированы случаи обледенения в период с 12:30 до 14:00 и с 16:00 до 16:30 UTC в слое высот от 0 до 1000 м. Прогноз по измерениям температуры воздуха и общего влагосодержания показал вероятность обледенения с 00:00 до 02:00 и с 12:00 до 18:00 UTC на высотах от 0 до 1000 м. При учете ВНГО высота прогностической зоны обледенения увеличивается до высоты фактического обледенения. По данным радиозондирования за 00:00 UTC обледенение по методу Годске прогнозируется на высотах 620 и 760 м, а на 12:00 UTC – на высотах 265, 700 и 875 м. Как видно на рис. 4, 24 февраля 2020 г. обледенение регистрировалось с 04:30 до 05:00, с 07:00 до 07:30, с 11:00 до 11:30 и с 16:00 до 16:30 UTC в слое от 275 до 1000 м. По радиометрическим данным обледенение прогнозировалось в течение всего дня на высотах от 100 м. Прогноз с учетом ВНГО показал вероятность обледенения с 00:00 до 19:30 UTC на высотах от 275 до 1000 м. По данным радиозондирования за 00:00 UTC по методу Годске обледенение прогнозировалось на высотах 620 и 760 м, а на 12:00 UTC – на высотах 265, 700 и 880 м. Таким образом, представленные результаты на рис. 2–4 показывают, что прогноз с учетом ВНГО, как правило, более близок к фактическим данным об обледенении.

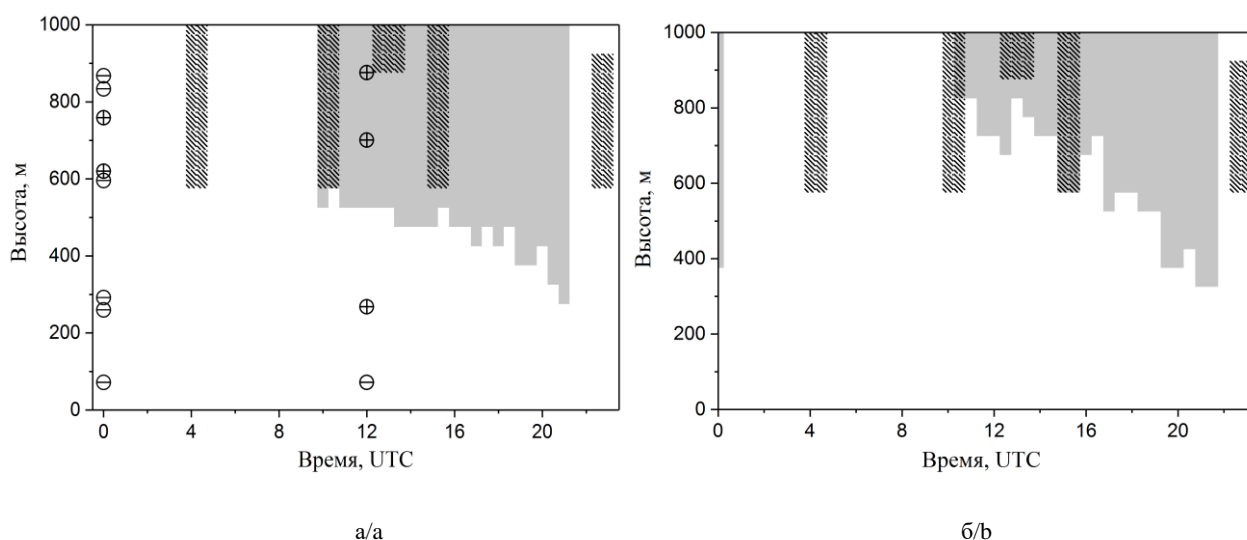


Рис. 2. Результаты расчета прогностических и фактических зон обледенения ВС для аэродрома Пулково на 18 ноября 2018 г. без учета ВНГО (а) и с учетом ВНГО (б) / Fig. 2. Predicted and actual aircraft icing zones for Pulkovo airfield, November 18, 2018, excluding (a) and using (b) the ceiling height data

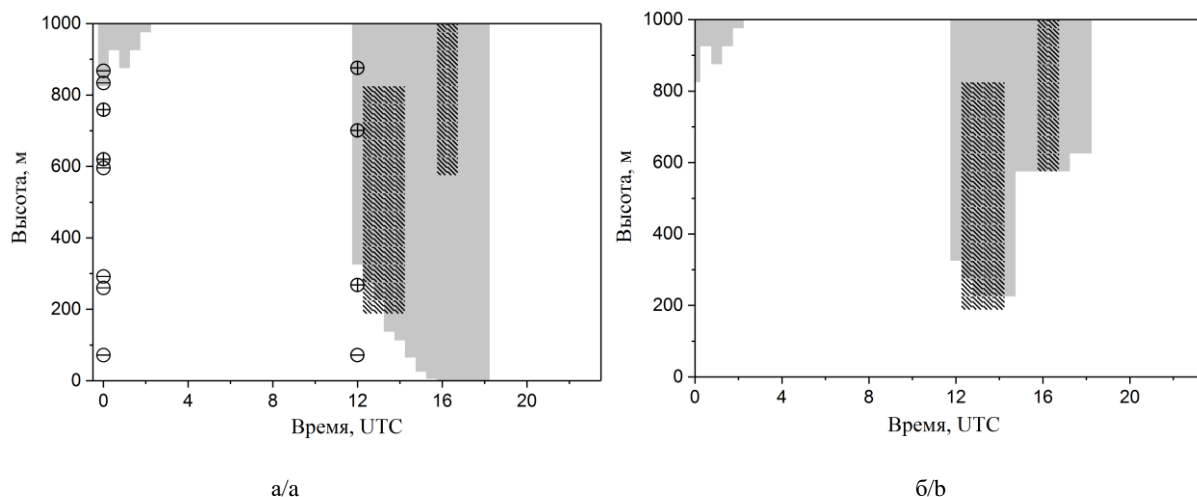


Рис. 3. Результаты расчета прогностических и фактических зон обледенения ВС для аэродрома Пулково на 10 декабря 2019 г. без учета ВНГО (а) и с учетом ВНГО (б) / Fig. 3. Predicted and actual aircraft icing zones for Pulkovo airfield, December 10, 2019, excluding (a) and using (b) the ceiling height data

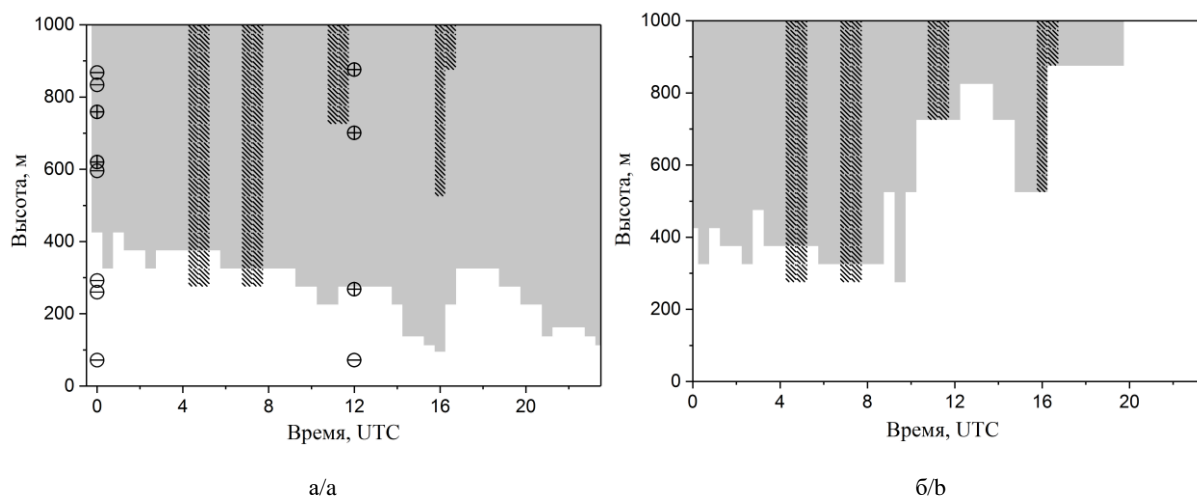


Рис. 4. Результаты расчета прогностических и фактических зон обледенения ВС для аэродрома Пулково на 24 февраля 2020 г. без учета ВНГО (а) и с учетом ВНГО (б) / Fig. 4. Predicted and actual aircraft icing zones for Pulkovo airfield, February 24, 2020, excluding (a) and using (b) the ceiling height data

### Верификация способа прогнозирования зон обледенения ВС

Наукастинг обледенения ВС относится к альтернативному фазовому прогнозу [25], т.е. прогноз имеет одно из двух взаимоисключающих содержания, например метеорологическое явление с фазами «наличие» либо «отсутствии». Оценка успешности прогноза зон обледенения ВС определяется путем сопоставления прогнозируемых за каждый 10-минутный интервал зон с фактически наблюдавшимися зонами обледенения ВС в районе аэродрома до высоты 1 км на основании расчета определенных статистиче-

ских показателей. Прогноз зон обледенения ВС считается оправдавшимся, если прогнозируемая зона соответствует фактически наблюдаемой по времени и высоте (в пределах нижнего километрового слоя атмосферы). Верификация предложенного способа проводилась с октября 2018 г. по март 2020 г. с использованием данных дневника фактической погоды АВ-6, который включает сводки о случаях обледенения ВС в районе аэродрома по сообщениям экипажей (бортовая погода). За рассматриваемый период получено 741 985 прогнозов с интервалом 10 мин. Оправдываемость обледенения ВС без учета и с учетом ВНГО приведена в табл. 4.

Таблица 4

**Оправдываемость прогноза обледенения без учета ВНГО / с учетом ВНГО /  
Accuracy of icing nowcasting excluding and using the ceiling height data**

Показатель	Явление прогнозировалось	Явление не прогнозировалось	Всего случаев
Явление наблюдалось	4386 / 4249	1337 / 1474	5723 / 5723
Явления не наблюдалось	184440 / 67075	551822 / 669187	736262 / 736262
Всего случаев	188826 / 71324	553159 / 670661	741985

В соответствии с РД 52.27.284-91 [26] на основе данных табл. 3 были получены показатели качества прогноза, общая оправдываемость  $U$ , оправдываемость прогноза наличия явления  $U_{я}$ , оправдываемость прогноза отсутствия явления  $U_{б.я}$ , предупредительность факта наличия явления  $П_{я}$ , предупредительность факта отсутствия явления  $П_{б.я}$ , критерий Пирси – Обухова  $K$ :

$$U = \frac{n_{11} + n_{22}}{N} \cdot 100, \quad U_{я} = \frac{n_{11}}{n_{01}} \cdot 100, \quad U_{б.я} = \frac{n_{22}}{n_{02}} \cdot 100,$$

$$П_{я} = \frac{n_{11}}{n_{10}} \cdot 100, \quad П_{б.я} = \frac{n_{22}}{n_{20}} \cdot 100,$$

$$K = \frac{n_{11}}{n_{01}} - \frac{n_{12}}{n_{02}} \equiv \frac{n_{22}}{n_{02}} - \frac{n_{21}}{n_{01}},$$

где  $n_{10}$  – число случаев наличия явления;  $n_{20}$  – число случаев отсутствия явления;  $n_{01}$  – число слу-

чаев прогнозов наличия явления;  $n_{02}$  – число случаев прогнозов отсутствия явления;  $n_{11}$  – число случаев оправдавшихся прогнозов наличия явления;  $n_{22}$  – число случаев оправдавшихся прогнозов отсутствия явления;  $n_{21}$  – число случаев неоправдавшихся прогнозов наличия явления;  $n_{12}$  – число случаев неоправдавшихся прогнозов отсутствия явления;  $N$  – общее число прогнозов. Все показатели оправдываемости являются объективными критериями и широко используются в научных исследованиях и в оперативной практике [27]. Отметим, что единого критерия, пригодного для оценки успешности любых прогнозов, не существует. Полученные критерии качества прогноза зон возможного обледенения ВС для всего исследуемого периода приведены в табл. 5.

Таблица 5

**Результаты оценки качества прогноза обледенения ВС / Evaluation of the quality of aircraft icing forecast**

Показатель	Без учета ВНГО	С учетом ВНГО
Общая оправдываемость, %	53,33	83,47
Оправдываемость прогноза наличия явления, %	1,80	4,78
Оправдываемость прогноза отсутствия явления, %	99,84	99,86
Предупредительность факта наличия явления, %	90,99	87,62
Предупредительность факта отсутствия явления, %	52,98	83,43
Критерий Пирси – Обухова	0,44	0,71

Полученные значения критериев успешности прогнозов указывают на удовлетворительную степень верификации предложенного способа. Общая оправдываемость прогноза зон обледенения ВС без учета ВНГО составила 53,3 %, а с учетом ВНГО – 83,5 %. Согласно Федеральным авиационным правилам № 60 (ФАП-60) [28], оправдываемость прогноза опасных явлений погоды должна составлять не менее 80 %. Оправдываемость наличия явления составила 1,8 % без учета ВНГО и 4,8 % с учетом ВНГО. Занижающим фактором является значительное количество «ложных тревог», когда обледенение прогнозировалось с высокой частотой, а регистрировалось существенно реже. При этом прогноз

отсутствия обледенения соответствовал фактической погоде в 99,9 % случаях.

Наиболее точно успешность прогнозов опасных явлений, в том числе и обледенения ВС, отражает предупредительность. Как видно из табл. 5, предупредительность наличия явления превышает 85 %, что свидетельствует о большом количестве соответствий спрогнозированного обледенения фактически наблюдаемым. Предупредительность факта отсутствия явления на высотах до 1 км составляет 53,0 % без учета ВНГО и 83,4 % с учетом ВНГО. Положительные значения критерия Пирси – Обухова свидетельствуют о том, что предупредительность явления превышает отношение ошибочных прогнозов к фак-

тическому числу дней без явления и стремится к идеальному прогнозу [26].

Верификация, проводимая на основе сравнения результатов наукастинга и сообщений экипажей об обледенении ВС, является важной в отношении качественной оценки прогнозов, однако информация о фактическом обледенении ВС, получаемая из сообщений экипажей, может быть неполной. Для сопоставления с результатами прогнозов зон обледенения по предложенному способу для района аэродрома Пулково были рассчитаны зоны возможного обледенения по методу Годске с использованием данных [29] аэрологической станции Воейково ( $59,95^\circ$  с.ш.,  $30,70^\circ$  в.д.). В прогнозе за основу брались полученные метеорологические условия, способствующие возникновению обледенения за 00:00 и 12:00 UTC, с сохранением их в течение последующих двенадцати часов. Значение общей оправдываемости составило 77,0 %, что говорит о том, что результаты прогнозов по предложенному способу и методу Годске достаточно близки.

### Заключение

В данной работе показаны возможности прогнозирования зон обледенения ВС с помощью нового АПК «Нева». Исходными данными для прогнозирования являются вертикальные профили температуры воздуха, общее влагосодержание атмосферы, а также данные о ВНГО, полученные с использованием метеорологического температурного профилимера МТР-5РЕ, радиометра водяного пара RMS-1 и измерителя ВНГО CL31. Согласно предложенному способу обледенение в рассматриваемой зоне считается наиболее вероятным при температуре воздуха от  $-13$  до  $2^\circ\text{C}$  и общем влагосодержании от 0,4 до  $3,0\text{ г/см}^2$ . При наличии данных о ВНГО качество прогноза улучшается (обледенение ВС в большинстве случаев наблюдается выше ВНГО). Оправдываемость прогнозов, полученных с использованием предложенного способа с учетом ВНГО, превышает установленный ФАП-60 минимальный порог (80 %) для этой величины. Предупрежденность факта наличия явления, описывающая успешность прогнозов, достигает 87,6 и 91,0 % с учетом и без учета ВНГО соответственно. Сравнение полученных за исследуемый период прогнозов по предложенному способу и методу Годске показало совпадение в 77,0 % случаях. Таким образом, полученные оценки качества наукастинга указывают на перспективность использования АПК «Нева» для прогнозирования зон обледенения ВС на основе радиометрических измерений параметров атмосферы. Полученные с октября 2018 г. по март 2020 г. в районе аэродрома Пулково прогнозы характеризуются высокой оправдываемостью и предупреденностью, при этом результаты в значительной

степени совпадают с общепринятым методом прогноза зон обледенения ВС (метод Годске). Предложенный способ рекомендуется для использования квалифицированным авиационным синоптиком для задач наукастинга в целях обеспечения безопасности полетов ВС в нижнем километровом слое.

### Литература

1. Шакина Н.П., Иванова А.Р. Прогнозирование метеорологических условий для авиации. М.: Триада ЛТД, 2016. 312 с.
2. Рыбалкина А.Л., Спиринов А.С. Определение уровня безопасности полетов на основе синтеза метеоинформации // Надежность и качество сложных систем. 2015. Т. 11, № 3. С. 39–44.
3. Шакина Н.П., Скриптунова Е.Н., Иванова А.Р. Условия выпадения замерзающих осадков в некоторых аэропортах России и СНГ. I. Аэропорты Московского аэроузла // Метеорология и гидрология. 2003. № 6. С. 40–58.
4. Зоев И.В., Марков Н.Г., Рыжова С.Е. Интеллектуальная система компьютерного зрения беспилотных летательных аппаратов для мониторинга технологических объектов предприятий нефтегазовой отрасли // Инжиниринг георесурсов. 2019. Т. 330, № 11. С. 34–49.
5. Гордеев С.Л., Асадуллин И.М., Баширов В.Ф., Мамаев М.Ф. Мониторинг капитального ремонта протяженных участков магистральных газопроводов ООО «Газпром Трансгаз Уфа» с применением беспилотных летательных аппаратов // Газовая промышленность. 2020. Т. 797, № 1. С. 44–47.
6. Гольдзон И.А., Завьялов А.П., Лопатин А.С. О перспективах использования систем автоматизированного контроля технического состояния оборудования объектов ТЭК с использованием беспилотных технологий // Автоматизация, телемеханизация и связь в нефтяной промышленности. 2019. Т. 551, № 6. С. 25–30.
7. Митрацук В.В., Баранова М.П. Конструкция беспилотного летательного аппарата для применения в сельском хозяйстве // АПК России. 2020. Т. 27, № 2. С. 333–338.
8. Музалевский К.В. Дистанционное измерение профилей влажности в пахотном слое почвы на основе поляриметрических наблюдений коэффициента отражения в Р- и С-диапазонах частот. Эксперимент // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. 2020. Т. 17, № 3. С. 145–148.
9. Магдин А.Г., Припадчев А.Д., Горбунов А.А. Улучшение качества работы сельскохозяйственного беспилотного летательного аппарата // Автоматизация в промышленности. 2020. № 2. С. 16–18.
10. Мажитова Г.З., Паиков С.В., Крыцкий С.В. Совершенствование методики крупномасштабного агроландшафтного картографирования на основе применения беспилотных летательных аппаратов // Региональные геосистемы. 2020. Т. 44, № 1. С. 64–74.

11. Кузьмин О.В., Лавлинский М.В. Создание модели беспилотного летательного аппарата для помощи в решении проблемы пожаров в Иркутской области // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. 2020. Т. 66, № 2. С. 136–143.

12. Анойкин Р.К. Применение и анализ возможностей беспилотных летательных аппаратов по обнаружению очагов лесных пожаров // Проблемы безопасности и чрезвычайных ситуаций. 2019. № 4. С. 72–77.

13. Попова Л.Н. Применение беспилотных летательных аппаратов в условиях Крайнего Севера // Молодой ученый. 2016. № 24. С. 105–108.

14. Кабалдин Ю.Г., Шатагин Д.А., Киселев А.В., Желонкин М.В., Головин А.А. Концепция интеллектуального построения маршрута беспилотных транспортных средств с использованием облачных технологий и дополненной реальности в условиях Арктики и Крайнего Севера // Вестн. машиностроения. 2018. № 7. С. 55–58.

15. Письмо Федерального агентства воздушного транспорта от 5 февраля 2013 г. № 03.10-7 «Рекомендации по противообледенительной обработке воздушных судов». URL: [https://files.stroyinf.ru/In-dex2/1/\(4293768/4293768739.htm](https://files.stroyinf.ru/In-dex2/1/(4293768/4293768739.htm) (дата обращения: 10.11.2020).

16. Nechepurenko O.E., Kuzhevskaya I.V., Volkova M.A., Barashkova N.K., Kizhner L.I. Aircraft icing detection with satellite data in southwestern Siberia // IOP Conference Series: Earth and Environmental Science. 2018. Vol. 211. P. 012058.

17. Иванов В.Э., Фридзон М.Б., Ессяк С.П. Радиозондирование атмосферы. Технические и метрологические аспекты разработки и применения радиозондовых измерительных средств. Екатеринбург: Изд-во УрО РАН, 2004. 596 с.

18. Зуев В.В., Павлинский А.В., Мордус Д.П., Ильин Г.Н., Быков В.Ю., Нечепуренко О.Е. Результаты радиометрических измерений параметров атмосферы в районе аэропорта Пулково (Санкт-Петербург) // Труды ИПА РАН. 2020. Вып. 52. С. 3–8.

19. ВМО-№ 485. Наставление по глобальной обработке данных и прогнозированию. Т. 1: Глобальные аспекты (Дополнение к IV Техническому регламенту ВМО). Женева: ВМО, 2010. 204 с.

20. Методические рекомендации по использованию в прогнозностической практике продукции численных краткосрочных прогнозов опасных конвективных явлений погоды в летний период года. М., 2018. URL: [http://method.meteorf.ru/norma/document/short\\_s.pdf](http://method.meteorf.ru/norma/document/short_s.pdf) (дата обращения: 10.11.2020).

21. Кадыгров Е.Н., Ганьшин Е.В., Миллер Е.А., Точилкина Т.А. Наземные микроволновые температурные профиломеры: потенциал и реальность // Оптика атмосферы и океана. 2015. Т. 28, № 6. С. 521–528.

22. Институт прикладной астрономии РАН. URL: <http://iaaras.ru/quasar/wvt/> (дата обращения: 10.11.2020).

23. Vaisala Corporation. URL: <https://www.vaisala.com/en/products/instruments-sensors-and-other-measurement-de->

vices/weather-stations-and-sensors/cl31/ (дата обращения: 10.11.2020).

24. Godske C.L., Bergeron T., Bjerknes J., Bungeard R.C. Dynamic Meteorology and Weather Forecasting. Boston: Amer. Meteor. Soc., 1957. 800 p.

25. Хандожко Л.А. Экономическая метеорология. СПб.: Гидрометеоздат, 2005. 491 с.

26. РД 52.27.284-91. Методические указания. Проведение производственных (оперативных) испытаний новых и усовершенствованных методов гидрометеорологических и гелиогеофизических прогнозов. М.: Госкомгидромет СССР, 1991. URL: <http://docs.cntd.ru/document/1200068360> (дата обращения: 10.11.2020).

27. Токарев В.М., Здерова М.Я., Хлучина Н.А., Воробьева Л.П., Бабошина Н.А. Оперативная технология прогноза гроз в Сибири и результаты ее испытаний // Гидрометеорологические исследования и прогнозы. 2018. Т. 368, № 2. С. 27–43.

28. Федеральные авиационные правила № 60. Правила предоставления метеорологической информации для аэронавигационного обслуживания полетов воздушных судов. URL: <http://www.ato.ru/content/fap-pravila-predostavleniya-meteorologicheskoy-informacii-dlya-aeronavigacionnogo> (дата обращения: 10.11.2020).

29. Upper-air sounding, Department of Atmospheric Science, University of Wyoming. URL: <http://weather.uwyo.edu/upperair/sounding.html> (дата обращения: 10.11.2020).

## References

1. Shakina N.P., Ivanova A.R. (2016). *Forecasting of meteorological conditions for aviation*. Moscow, Triada LTD Publ., 312 p. (in Russian).

2. Rybalkina A.L., Spirin A.S. (2015). Determination of the level of flight safety based on the synthesis of meteorological information. *Nadezhnost' i kachestvo slozhnykh sistem*, vol. 11, No. 3, pp. 39-44. (in Russian).

3. Shakina N.P., Skriptunova E.N., Ivanova A.R. (2003). Conditions of freezing precipitation at some airports in Russia and the CIS. I. Airports of the Moscow air hub. *Meteorologiya i gidrologiya*, No. 6, pp. 40-58. (in Russian).

4. Zoev I.V., Markov N.G., Ryzhova S.E. (2019). Intelligent computer vision system of unmanned aerial vehicles for monitoring technological objects of oil and gas enterprises. *Inzhiniring georesursov*, vol. 330, No. 11, pp. 34-49. (in Russian).

5. Gordeev S.L., Asadullin I.M., Bashirov V.F., Mamaev M.F. (2020). Monitoring of the overhaul of long sections of the main gas pipelines of Gazprom Transgaz Ufa using unmanned aerial vehicles. *Gazovaya promyshlennost'*, vol. 797, No. 1, pp. 44-47. (in Russian).

6. Goldzon I.A., Zavyalov A.P., Lopatin A.S. (2019). On the prospects of using automated systems for control of the technical condition of equipment in the fuel and energy complex using unmanned technologies. *Avtomatizatsiya, telemekhanizatsiya i svyaz' v neftyanoi promyshlennosti*, vol. 551, No. 6, pp. 25-30. (in Russian).

7. Mitraschuk V.V., Baranova M.P. (2020). The design of an unmanned aerial vehicle for use in agriculture. *APK Rossii*, vol. 27, No. 2, pp. 333-338. (in Russian).
8. Muzalevsky K.V. (2020). Remote measurement of moisture profiles in the topsoil based on polarimetric observations of the reflection coefficient in the P- and C-frequency ranges. The experiment. *Sovremennye problemy distantsionnogo zondirovaniya Zemli iz kosmosa*, vol. 17, No. 3, pp. 145-148. (in Russian).
9. Magdin A.G., Pripadchev A.D., Gorbunov A.A. (2020). Improving the quality of the agricultural unmanned aerial vehicle. *Avtomatizatsiya v promyshlennosti*, No. 2, pp. 16-18. (in Russian).
10. Mazhitova G.Z., Pashkov S.N., Krytskiy S.V. (2020). Improving the technique of large-scale agrolandscape mapping based on the use of unmanned aerial vehicles. *Regional'nye geosistemy*, vol. 44, No. 1, pp. 64-74. (in Russian).
11. Kuzmin O.V., Lavlinsky M.V. (2020). Creation of a model of an unmanned aerial vehicle to help solve the problem of fires in the Irkutsk region. *Sovremennye tehnologii. Sistemyi analiz. Modelirovanie*, vol. 66, No. 2, pp. 136-143. (in Russian).
12. Anokin R.K. (2019). Application and analysis of the capabilities of unmanned aerial vehicles for detecting hotspots of forest fires. *Problemy bezopasnosti i chrezvychaynykh situatsii*, No. 4, pp. 72-77. (in Russian).
13. Popova L.N. (2016). Usage of unmanned aerial vehicles in the Far North. *Molodoi uchenyi*, No. 24, pp. 105-108. (in Russian).
14. Kabaldin Yu.G., Shatagin D.A., Kiselev A.V., Zhe-lonkin M.V., Golovin A.A. (2018). The concept of intelligent route planning for unmanned vehicles using cloud technology and augmented reality in the Arctic and the Far North. *Vestnik mashinostroeniya*, No. 7, pp. 55-58. (in Russian).
15. *Recommendations for aircraft de-icing and anti-icing*: Letter of the Federal Air Transport Agency No. 03.10-7 at February 5, 2013. (2013). Moscow. Available at: <https://files.stroyinf.ru/Index2/1/4293768/4293768739.htm> (accessed November 10, 2020). (in Russian).
16. Nechepurenko O.E., Kuzhevskaya I.V., Volkova M.A., Barashkova N.K., Kizhner L.I. (2018). Aircraft icing detection with satellite data in southwestern Siberia. *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*, vol. 211, p. 012058.
17. Ivanov V.E., Fridzon M.B., Essyak S.P. (2004). *Radio sounding of the atmosphere. Technical and metrological aspects of the development and application of radio-sonde measuring instruments*. Yekaterinburg, UB RAS Press, 596 p. (in Russian).
18. Zuev V.V., Pavlinsky A.V., Mordus D.P., Ilyin G.N., Bykov V.Yu., Nechepurenko O.E. (2020). Results of radiometric measurements of atmospheric parameters in the area of Pulkovo airport (St. Petersburg). *Trudy IPA RAN*, No. 52, pp. 3-8. (in Russian).
19. *WMO-No. 485. Manual on Global Data Processing and Forecasting. Vol. 1. Global aspects* (2010). (Supplement to IV WMO Technical Regulations). Geneva, WMO, 204 p. (in Russian).
20. *Methodical recommendations for the use in forecasting practice of the products of numerical short-term forecasts of dangerous convective weather phenomena in the summer period*. (2018). Moscow. Available at: [http://method.meteor.ru/norma/document/short\\_s.pdf](http://method.meteor.ru/norma/document/short_s.pdf) (accessed November 10, 2020). (in Russian).
21. Kadyrov E.N., Ganshin E.V., Miller E.A., Tochilkina T.A. (2015). Ground-based microwave temperature profilers: potential and reality. *Optika atmosfery i okeana*, vol. 28, No. 6, pp. 521-528. (in Russian).
22. *Institute of Applied Astronomy of the Russian Academy of Sciences*. Available at: <http://iaaras.ru/quasar/wvr/> (accessed November 10, 2020). (in Russian).
23. *Vaisala Corporation*. Available at: <https://www.vaisala.com/en/products/instruments-sensors-and-other-measurement-devices/weather-stations-and-sensors/cl31/> (accessed November 10, 2020).
24. Godske C.L., Bergeron T., Bjerknes J., Bungaard R.C. (1957). *Dynamic Meteorology and Weather Forecasting*. Boston, Amer. Meteor. Soc., 800 p.
25. Khandozhko L.A. (2005). *Economic meteorology*. Textbook. Saint Petersburg, Gidrometeoizdat Publ., 491 p. (in Russian).
26. *RD 52.27.284-91. Methodical instructions. Conducting production (operational) tests of new and improved methods of hydrometeorological and heliogeophysical forecasts*. (1991). Goskomgidromet Press. Moscow, Available at: <http://docs.cntd.ru/document/1200068360> (accessed November 10, 2020). (in Russian).
27. Tokarev V.M., Zdereva M.Ya., Khlyuchina N.A., Vorobieva L.P., Baboshina N.A. (2018). Operational technology for forecasting thunderstorms in Siberia and the results of its tests. *Gidrometeorologicheskie issledovaniya i prognozy*, vol. 368, No. 2, pp. 27-43. (in Russian).
28. *Federal Aviation Regulations No. 60. Rules for the provision of meteorological information for air navigation services for aircraft flights*. (2014). Available at: <http://www.ato.ru/content/fap-pravila-predostavleniya-meteorologicheskoy-informacii-dlya-aeronavigacionnogo> (accessed November 10, 2020). (in Russian).
29. *Upper-air sounding, Department of Atmospheric Science, University of Wyoming*. Available at: <http://weather.uwyo.edu/upperair/sounding.html> (accessed November 10, 2020).

УДК 631.416

doi 10.18522/1026-2237-2021-1-70-80

## УДЕЛЬНАЯ АКТИВНОСТЬ РАДИОНУКЛИДОВ И ИХ ВЗАИМОСВЯЗЬ С ВАЛОВЫМ ХИМИЧЕСКИМ СОСТАВОМ ПОЧВ\*

© 2021 г. Д.А. Козырев<sup>1</sup>, С.Н. Горбов<sup>1</sup>, О.С. Безуглова<sup>1</sup>, Е.А. Буряева<sup>1</sup>, С.С. Тагивердиев<sup>1</sup>,  
Г.А. Плахов<sup>1</sup>, Н.В. Сальник<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону, Россия

## ACTIVITY CONCENTRATION OF RADIONUCLIDES AND THEIR CORRELATION WITH THE TOTAL CHEMICAL CONTENT OF SOILS

D.A. Kozyrev<sup>1</sup>, S.N. Gorbov<sup>1</sup>, O.S. Bezuglova<sup>1</sup>, E.A. Buraeva<sup>1</sup>, S.S. Tagiverdiev<sup>1</sup>, G.A. Plakhov<sup>1</sup>, N.V. Salnik<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Southern Federal University, Rostov-on-Don, Russia

Козырев Денис Андреевич – аспирант, младший научный сотрудник, научно-испытательная лаборатория биогеохимии, Южный федеральный университет, пр. Стачки, 194/1, г. Ростов-на-Дону, 344090, Россия, e-mail: kozyrev@sfedu.ru

Denis A. Kozyrev - Postgraduate, Junior Researcher, Scientific Testing Laboratory of Biogeochemistry, Southern Federal University, Stachki Ave., 194/1, Rostov-on-Don, 344090, Russia, e-mail: kozyrev@sfedu.ru

Горбов Сергей Николаевич – доктор биологических наук, заведующий научно-испытательной лабораторией биогеохимии, профессор, кафедра ботаники, Южный федеральный университет, пр. Стачки, 194/1, г. Ростов-на-Дону, 344090, Россия, e-mail: sngorbov@sfedu.ru

Sergey N. Gorbov - Doctor of Biological Sciences, Professor, Head of the Scientific Testing Laboratory of Biogeochemistry, Department of Botany, Southern Federal University, Stachki Ave., 194/1, Rostov-on-Don, 344090, Russia, e-mail: sngorbov@sfedu.ru

Безуглова Ольга Степановна – доктор биологических наук, профессор, кафедра почвоведения и оценки земельных ресурсов, Южный федеральный университет, пр. Стачки, 194/1, г. Ростов-на-Дону, 344090, Россия, e-mail: osbesuglova@sfedu.ru

Olga S. Bezuglova - Doctor of Biological Sciences, Professor, Department of Soil Science and Land Resources Assessment, Southern Federal University, Stachki Ave., 194/1, Rostov-on-Don, 344090, Russia, e-mail: osbesuglova@sfedu.ru

Буряева Елена Анатольевна – кандидат химических наук, доцент, ведущий научный сотрудник, Научно-исследовательский институт физики, Южный федеральный университет, пр. Стачки, 194/1, г. Ростов-на-Дону, 344090, Россия, e-mail: buraeva\_elena@mail.ru

Elena A. Buraeva - Candidate of Chemistry al Sciences, Associate Professor, Leading Researcher, Scientific Institute of Physics, Southern Federal University, Stachki Ave., 194/1, Rostov-on-Don, 344090, Russia, e-mail: buraeva\_elena@mail.ru

Тагивердиев Сулейман Самидинович – научный сотрудник, научно-испытательная лаборатория биогеохимии, Южный федеральный университет, пр. Стачки, 194/1, г. Ростов-на-Дону, 344090, Россия, e-mail: stagiverdiev@sfedu.ru

Suleiman S. Tagiverdiev - Researcher, Scientific Testing Laboratory of Biogeochemistry, Southern Federal University, Stachki Ave., 194/1, Rostov-on-Don, 344090, Russia, e-mail: stagiverdiev@sfedu.ru

Плахов Герман Анатольевич – аспирант, Южный федеральный университет, пр. Стачки, 194/1, г. Ростов-на-Дону, 344090, Россия, e-mail: germanned9@gmail.com

German A. Plakhov - Postgraduate, Southern Federal University, Stachki Ave., 194/1, Rostov-on-Don, 344090, Russia, e-mail: germanned9@gmail.com

Сальник Надежда Владимировна – аспирант, Южный федеральный университет, пр. Стачки, 194/1, г. Ростов-на-Дону, 344090, Россия, e-mail: n.salnik.w@yandex.ru

Nadezhda V. Salnik - Postgraduate, Southern Federal University, Stachki Ave., 194/1, Rostov-on-Don, 344090, Russia, e-mail: n.salnik.w@yandex.ru

\* Исследование выполнено при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования РФ в рамках государственного задания в сфере научной деятельности № 0852-2020-0029.



*Изучены валовой химический состав и активность естественных радионуклидов в нативных и антропогенно-преобразованных почвах Ростовской агломерации (Юг России). Удельная активность естественных радионуклидов в целом близка к показателям, характерным для черноземов Ростовской области. В профиле изученных почв наблюдается повышение активности  $^{40}\text{K}$ ,  $^{232}\text{Th}$  в верхних горизонтах, что обусловлено природой самих радионуклидов и внесением удобрений в агрогенный период почв, до того как указанные территории были включены в состав города. Корреляционный анализ между активностью радионуклидов и содержанием доминирующих в черноземах макро- и микроэлементов проводился с помощью ранговой корреляции Спирмена. В ходе исследования не было выявлено существенной корреляции между активностью тория, радия с валовым химическим составом почв. Однако группа погребенных горизонтов антропогенно-преобразованных почв показала наличие достоверных корреляций с радионуклидом  $^{40}\text{K}$  в отличие от гумусово-аккумулятивных горизонтов черноземов. Наиболее значимая корреляция наблюдалась для группы горизонтов ВСА.*

**Ключевые слова:** почвенный покров города, городские почвы, радионуклиды, тяжелые металлы,  $^{40}\text{K}$ ,  $^{232}\text{Th}$ ,  $^{226}\text{Ra}$ .

*The total heavy metal content and activity concentration of natural radionuclides were obtained in native and anthropogenically transformed soil of the Rostov agglomeration (south of the Russia). The specific activity of natural radionuclides in soils of the has been comparable with indicators typical for chernozems of the Rostov region. Increased activity of  $^{40}\text{K}$ ,  $^{232}\text{Th}$  is observed in the upper horizons, which is due to the origin of the radionuclides themselves and fertilization in the agrogenic period of soils, before the specified areas were included in the urban area. The correlation between activity concentration of radionuclide and total content of heavy metals were derived by Spearman's Rank-Order Correlation. The study was revealed that the activity concentration of thorium and radium doesn't provide significant correlation with the total content of heavy metals. The group of buried horizons have shown a positive correlation with naturally occurring  $^{40}\text{K}$  in contrast with humus horizon (AU). The carbonates-accumulating group of horizons (BCA, [BCA]) have random correlation sign by each of metals. The most significant correlation was observed for the B horizons group.*

**Keywords:** city soil cover, urban soils, radionuclide, heavy metals,  $^{40}\text{K}$ ,  $^{232}\text{Th}$ ,  $^{226}\text{Ra}$ .

## Введение

Развитие технологий, увеличение доли городского населения и рост антропогенного воздействия на окружающую среду определяют необходимость выделения основных индикаторов антропогенного воздействия на почвенный покров и постоянный экологический мониторинг почв [1]. Одним из таких показателей является удельная активность радионуклидов.

Определение радиоактивности почв населенных пунктов и природных территорий необходимо для выявления районов с повышенным уровнем загрязнения, так как подобные элементы способны попадать в растения и грунтовые воды, представляя тем самым опасность и для человека [2, 3].

В работах многих авторов рассматривается проблема вертикальной и горизонтальной миграции естественных радионуклидов в различных почвах [4, 5]. Основное внимание уделяется формированию дозы излучения на поверхности вследствие влияния на нее природных радионуклидов [6, 7], а также вопросам оценки радионуклидных взаимосвязей с целью определения нарушения радиологического равновесия в районах с высоким естественным фоном [8]. Отдельные работы посвящены использованию некоторых естественных радионуклидов (например,  $^{210}\text{Pb}$ ) в качестве одного из маркеров для индикации процессов эрозии, соотношения процессов выноса и накопления [9] и для оценки радоновой опасности территорий и объектов [10].

В настоящий момент накоплен значительный массив информации о валовом химическом составе как почв, функционирующих в непосредственной близости от промышленных предприятий юга европейской части России [11, 12], так и городских почв Ростовской агломерации [13]. Содержание элементов в почвах Ростовской области варьирует в широком диапазоне и определяется двумя основными факторами. Первым из них является естественный фон, контролируемый геохимическими аспектами. Вторым фактором – антропогенное загрязнение почв тяжелыми металлами из различных источников [13]. В начале XXI в. в Ростовской области было выделено 12 зон загрязнения почв. По данным В.В. Приваленко [14], в Ростове-на-Дону были обнаружены почвенные аномалии цинка, свинца, меди, ванадия, кадмия, ртути и некоторых других металлов, наиболее высокие концентрации которых выявлены для хрома, меди, свинца и цинка.

Целью данной работы является изучение радиоактивности нативных и антропогенно-преобразованных почв Ростовской агломерации, а также связей между активностью естественных радионуклидов и валовым химическим составом исследованных городских почв.

Изучение процессов поступления загрязняющих веществ в почву, выявление закономерностей их накопления и перемещения в почвенном профиле способствуют пониманию механизмов трансформации и закрепления поллютантов и разработке технологий снижения их вредного воздействия на урбоэкосистемы в целом [15, 16].

### Объекты и методы

Объектами исследования были выбраны антропогенно-преобразованные почвы – урбостратоземы (Urbic Technosols) города Ростова-на-Дону и его пригородов, а также нативные почвы – чернозем миграционно-сегрегационный (Calcic Chernozems)



a/a



б/б

Рис. 1. Чернозем миграционно-сегрегационный (Calcic Chernozems) (а) и антропогенно-преобразованная почва (Urbic Technosol) (б) / Fig. 1. Migration-segregation chernozem (Calcic Chernozems) (a) and Anthropogenically transformed soil (Urbic Technosol) (b)

В выборки входили почвы, сформировавшиеся на лессовидных суглинках водоразделов, склоны и пойма были сознательно исключены для снижения вариабельности [18–20]. Горизонты по своим свойствам были распределены на несколько групп. В естественных почвах были выделены следующие горизонты: AU<sub>Ur</sub> – гумусово-аккумулятивные горизонты (дерновые) с развитой ризосферой за счет травянистой растительности в верхнем слое 15–20 см; AU – гумусово-аккумулятивные горизонты; BSA – иллювиальные карбонатно-аккумулятивные (кальциевые) горизонты; C – почвообразующие породы. Также были исследованы их аналоги, погребенные под толщей антропогенных горизонтов (урбик, UR): [AU], [BSA] и [C], в классификации FAO A, B, C и Ab, Bb, Cb соответственно [21].

Для изучения активности естественных радионуклидов (<sup>226</sup>Ra, <sup>232</sup>Th, <sup>40</sup>K) пробы были отобраны со всех генетических горизонтов на глубину до 120 см. Поверхностные пробы отбирали методом конверта, который предусматривал выбор выровненного квадратного участка на площадке мониторинга и отбор проб по углам участка и в его центре [22]. Все пробы

водораздельных участков рекреационных зон агломерации (рис. 1) [17]. Для объективного анализа полученных результатов почвы были разделены на четыре группы: под травянистыми и древесными фитоценозами (естественные почвы), а также экранированные и неэкранированные варианты городских почв (антропогенно-преобразованные почвы).

почвы высушивались при температуре 100 °С, измельчались до размера частиц не более 1,0 мм и запечатывались в сосуды Маринелли емкостью 1 л и 0,5 л или чашки Петри.

Удельную активность радионуклидов в почвах определяли гамма-спектрометрическим методом радионуклидного анализа. Использовали низкофоновую спектрометрическую установку [23] на основе полупроводникового коаксиального детектора из особо чистого германия (GeHP) с эффективностью 25 % в диапазоне 13÷1500 кэВ, отношением пик/комpton 51,7:1 (модель 7229N-7500sl-2520, Canberra Corporate Headquarters, Франция).

Уровень активности <sup>226</sup>Ra определяли по продуктам распада <sup>222</sup>Rn: <sup>214</sup>Pb (по фотопикам 295,2 (18,9 %) и 352,6 кэВ (36,3 %)) и <sup>214</sup>Bi (по фотопику 609,3 кэВ (45,5 %)) в условиях их радиоактивного равновесия с <sup>222</sup>Rn. Для определения <sup>226</sup>Ra результаты по трем фотопикам усредняются. Активность <sup>232</sup>Th в естественных объектах в основном находится в радиоактивном равновесии с радионуклидами его семейства <sup>228</sup>Ac, <sup>211</sup>Pb и <sup>208</sup>Tl. Радионуклид <sup>228</sup>Ac определяется по трем его фотопикам: 338,3 (11,4 %), 911,2

(27,7 %) и 969,6 кэВ (17,3 %),  $^{211}\text{Pb}$  – по фотопику 238,6 кэВ (44,6 %),  $^{208}\text{Tl}$  – по фотопику 583,2 кэВ (84,6 %),  $^{40}\text{K}$  – по фотопику 1460,8 кэВ (10,4 %).

Валовой химический состав почв определяли методом рентгеновской флуоресцентной спектрометрии на оборудовании «Спектроскан МАКС-GV» с использованием сертифицированного метода, который рекомендован Российской Федерацией как метод, пригодный для государственного экологического и производственного контроля. Некоторые исследователи подтверждают также возможность использования этого метода для анализа содержания тяжелых металлов в грунтах, в том числе в городской местности [24–26]. Для обеспечения высокого качества полученных результатов был использован стандартный эталонный материал (SRM) для проверки точности и достоверности метода [27]. Степень загрязнения оценивалась по интегральному индексу ( $Z_c$ ), который рассчитывается как сумма коэффициентов концентрации химических загрязняющих элементов [28]:

$$Z_c = (\sum K_c) - (n - 1).$$

Коэффициент корреляции Спирмена использовался для оценки корреляции между активностью радионуклидов и валовым химическим составом почв. Этот метод математической статистики имеет ряд преимуществ по сравнению с корреляцией Пирсона. Корреляция Спирмена относится к группе непараметрических методов, что позволяет использовать ее без предварительной верификации образцов для нормального распределения. Низкая чувствительность к (засоренным) выборкам также важна, т.е. к тем, в которых несколько значений сильно выбиваются, что довольно часто встречается в исследуемых нами объектах.

### Результаты и обсуждение

При изучении особенностей активности естественных радионуклидов почвы Ростовской агломерации были разделены на две группы: естественные

и антропогенно-преобразованные. В группу естественных почв были также отнесены черноземы миграционно-сегрегационные особо охраняемых природных территорий (ООПТ) – заповедника «Персиановская степь», а также участка заповедной целины экспозиции «Приазовская степь» Ботанического сада ЮФУ, которые использовались при обсуждении полученных результатов в качестве фоновых территорий. На рис. 2 представлены диаграммы распределения удельной активности радионуклидов в исследуемых почвах.

*Удельная активность радионуклидов в почвах Ростовской агломерации.* Особенности распределения удельной активности в антропогенно-преобразованных и естественных почвах Ростовской агломерации и их статистический анализ представлены в табл. 1.

Как видно из рис. 2 и табл. 1, распределение естественных радионуклидов в городских почвах Ростовской агломерации в основном стремится к нормальному, с небольшим сдвигом вправо: коэффициенты асимметрии отрицательны. В целом средняя удельная активность радионуклидов в антропогенно-преобразованных (Urbic Technosol) и естественных (Calcic Chernozems) почвах совпадает в пределах погрешности определения (7–10 %). Средняя удельная активность  $^{226}\text{Ra}$ ,  $^{232}\text{Th}$  и  $^{40}\text{K}$  в фоновых почвах ООПТ составляет 24,3, 28,5 и 430,8 Бк/кг соответственно. Следует отметить, что модальные удельные активности  $^{226}\text{Ra}$  в городских (Urbic Technosol) почвах вдвое выше модальных значений этого радионуклида в черноземах (ООПТ) (14,7 и 30,2 Бк/кг соответственно). Аналогичное содержание радионуклидов в естественных (нативных) почвах Ростовской агломерации сопоставимо с литературными данными о радионуклидном составе почв других регионов [29–33] и является характерным для исследуемой территории [34, 35].

Таблица 1

Результаты статистического анализа удельной активности радионуклидов в антропогенно-преобразованных и нативных почвах Ростовской агломерации, Бк/кг / Results of statistical analysis of specific activity of radionuclides in urban soils of Rostov region, Bq/kg

Параметр	Антропогенно-преобразованные почвы			Нативные почвы		
	$^{226}\text{Ra}$	$^{232}\text{Th}$	$^{40}\text{K}$	$^{226}\text{Ra}$	$^{232}\text{Th}$	$^{40}\text{K}$
Минимум	4,1	5,2	110,0	6,2	2,5	81,7
Максимум	34,3	45,1	811,0	37,9	49,9	744,0
Среднее арифметическое	21,5	30,3	473,2	24,3	28,5	430,8
Медиана	22,1	31,0	458,0	25,6	29,8	438,2
Мода	14,7	32,8	777,0	30,2	31,9	564,0
Стандартная ошибка	0,7	0,8	13,7	0,6	0,8	11,2
Эксцесс	-0,1	2,1	0,6	1,1	0,6	0,6
Асимметричность	-0,5	-1,1	-0,03	-1,0	-0,7	-0,4
Количество проб	98			133		

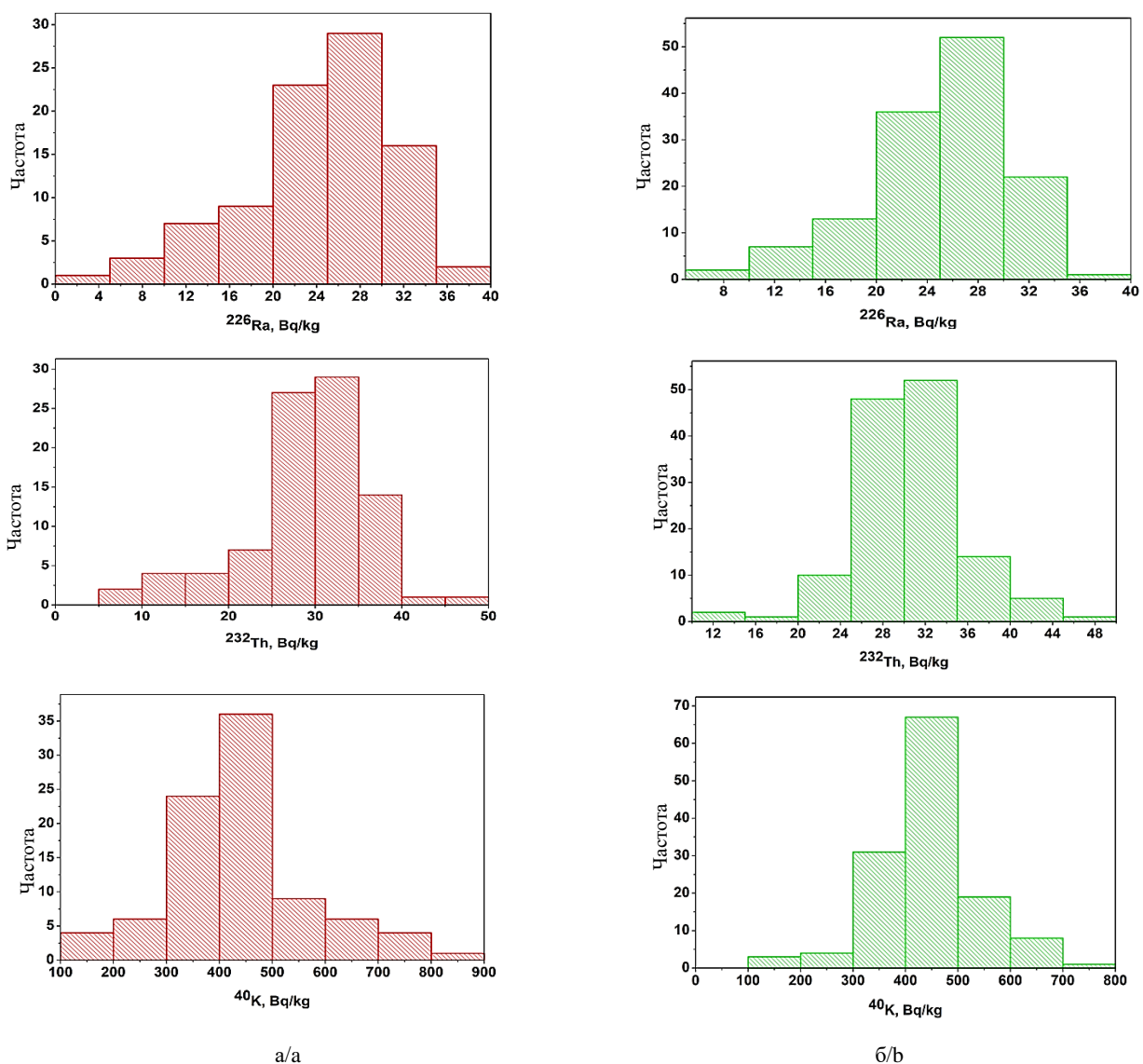


Рис. 2. Распределение естественных радионуклидов в антропогенно-преобразованных почвах – Urbic Technosol (а) и нативных почвах – Calcic Chernozems (б) Ростовской агломерации / Fig. 2. Distribution of natural radionuclides in anthropogenically transformed soils - Urbic Technosol (a) and native soils - Calcic Chernozems (b) in Rostov agglomeration

Если сравнивать средние значения активности естественных радионуклидов для верхних и нижних почвенных горизонтов черноземов миграционно-сегрегационных, а именно поверхностные гумусово-аккумулятивные горизонты (AU<sub>rz</sub>) и почвообразующую породу (С), то полученные значения находятся приблизительно на одном и том же уровне независимо от типа фитоценозов (табл. 2).

При этом распределение таких естественных радионуклидов, как  $^{232}\text{Th}$  и  $^{40}\text{K}$ , в профиле имеет общие черты: среди максимумов наивысшая активность радионуклидов характерна для верхних дерновых гумусово-аккумулятивных горизонтов, вниз

по профилю наблюдается снижение активности. Не исключено поступление естественных радионуклидов вследствие внесения удобрений в некогда пахотные почвы до их включения в границы агломерации. Стоит отметить, что в отдельных почвах средние значения активности  $^{226}\text{Ra}$  выше в почвообразующей породе (без статистически достоверных отличий), чем в дневных горизонтах. Это может быть обусловлено как естественной радиоактивностью региональных материнских пород (преобладают разноцветные глины, лессовидные суглинки), так и особенностями водного режима в верхних почвенных горизонтах (вымывание радионуклидов осадками).

Таблица 2

**Удельная активность радионуклидов в естественных почвах /  
Activity concentration of radionuclides in Calcic Chernozems**

Радионуклид	Горизонт	Удельная активность ± погрешность, Бк/кг		
		Минимум	Максимум	Среднее
Почвы под травянистой растительностью				
<sup>226</sup> Ra	AUrz	14,7±1,5	38,9±3,9	23,5±2,4
	C	20,5±2,0	28,1±2,8	25,2±2,5
<sup>232</sup> Th	AUrz	30,5±3,0	33,3±3,3	32,4±3,2
	C	21,3±2,1	34,6±3,5	30,6±3,1
<sup>40</sup> K	AUrz	427,0±42,7	628,0±62,8	490,5±49,1
	C	326,0±32,6	571,0±57,1	425,4±42,5
Почвы под древесной растительностью				
<sup>226</sup> Ra	AUrz	14,7±1,5	28,3±2,8	23,0±2,3
	C	13,3±1,3	30,9±3,1	25,7±2,6
<sup>232</sup> Th	AUrz	23,6±2,4	41,6±4,2	32,1±3,2
	C	26,2±2,6	33,6±3,4	29,5±3,0
<sup>40</sup> K	AUrz	399,0±39,9	643,0±64,3	473,0±47,3
	C	360,0±36,0	562,0±56,2	423,4±42,3

Сравнение полученных значений удельной активности изучаемых радионуклидов между почвами под травянистой и древесной растительными ассоциациями показало, что разница минимальна. Это указывает на то, что уровень накопления радионуклидов в первую очередь определяется их происхождением и способами поступления в биосферу. Однако нельзя исключать свойства твердой фазы почв, имеющие первостепенное значение при формировании почвенного поглощающего комплекса (ППК) для черноземов, сформированных на суглинистых породах. Многие авторы указывают на высокую поглощательную способность почв и глинистых минералов по отношению к таким радионуклидам, как <sup>90</sup>Sr [36, 37]. Но так как смена растительных ассоциаций в условиях агломерации существенно не затрагивает ППК нативных почв, то это находит отражение в отсутствии разницы средних значений активности естественных радионуклидов.

Значения активности радионуклидов в антропогенно-преобразованных почвах также отличаются только на величину погрешности (табл. 3).

В отдельных диагностических горизонтах урбик (UR) наблюдаются резкие изменения значений удельной активности, что, прежде всего, связано с гранулометрическим и минералогическим составом материалов, его формирующих, изменением содержания органического вещества в почве, а также с изменением реакции среды от нейтральной

к слабокислой. Генезис городских почв носит хаотичный характер, как следствие, при формировании горизонтов урбик могут быть задействованы все горизонты почвенного профиля черноземов, с включениями бытового и строительного мусора. Дальнейшие процессы урбопедогенеза приводят к некой гомогенизации отдельных поверхностных горизонтов урбостратоземов, но пестрота химических и физических свойств находит отражение и в высокой динамике активности радионуклидов. Как следствие, возникающие зависимости не подлежат точным интерпретациям, однако нижележащие погребенные горизонты черноземов, сохранившие свое нативное сложение, в целом повторяют тенденции, характерные для естественных почв Ростовской агломерации. При этом четко прослеживается зависимость содержания радионуклидов от гранулометрического состава частиц. С увеличением содержания физического песка активность радионуклидов уменьшается.

*Тяжелые металлы в почвах Ростовской агломерации.* Накопленные с 2012 г. данные показывают, что концентрации тяжелых металлов в материнской породе Ростова-на-Дону превышают фоновые значения [13]. Для некоторых элементов они даже превышают ОДК: Zn – 72,7±5,1; Cu – 56,3±3,0; Co – 19,3±2,0; Pb – 29,7±6,4; Ni – 52,0±4,3; V – 96,3±7,8; Cr – 104,0±6,5. Это является одной из причин повышенного содержания этих элементов в профиле

почв. Другая причина – вклад антропогенных источников, о чем свидетельствует накопление в поверхностных горизонтах таких элементов, как хром, никель и цинк. Коэффициенты загрязнения (Zc) варьируют от 1,55–1,31 для свинца до 1,01–1,14 для хрома. Сегрегация насыпных горизонтов и погребенных черноземных почв по всем изученным параметрам наблюдается в профилях экранированных

урбопочв (Urbic Technosol Ekranic). Уровень загрязнения оценивается как допустимый по всему профилю. Профильные распределения тяжелых металлов неоднородны. Изученные почвы характеризуются следующими типами распределения тяжелых металлов: с биогенным и антропогенным поверхностным накоплением, с максимумом в карбонатном горизонте и с максимумом в материнской породе.

Таблица 3

Удельная активность радионуклидов в антропогенно-преобразованных почвах /  
Activity concentration of radionuclides in Technosols

Радионуклид	Горизонт	Удельная активность ± погрешность, Бк/кг		
		Минимум	Максимум	Среднее
Почвы городских территорий				
<sup>226</sup> Ra	UR	7,9±0,8	31,7±3,2	20,0±2,0
	[AU]	7,1±0,7	29,4±2,9	18,1±1,8
	[C]	13,4±1,3	33,6±3,4	24,8±2,5
<sup>232</sup> Th	UR	11,2±1,1	38,6±3,9	27,7±2,8
	[AU]	32,9±3,3	45,0±4,5	38,2±3,8
	[C]	29,6±3,0	34,9±3,5	32,1±3,2
<sup>40</sup> K	UR	257,0±25,7	707,0±70,7	436,8±43,7
	[AU]	440,0±44,0	525,0±52,5	487,7±48,8
	[C]	379,0±37,9	448,0±44,8	417,4±41,7
Экранированные почвы городских территорий				
<sup>226</sup> Ra	UR	4,1±0,4	30,4±3,0	20,3±2,0
	[AU]	15,6±1,6	33,2±3,3	24,5±2,5
	[C]	7,2±0,7	28,3 ± 2,8	21,8±2,2
<sup>232</sup> Th	UR	0,0±0,0	40,1±4,0	26,3±2,6
	[AU]	15,0±1,5	39,5±4,0	29,6±3,0
	[C]	9,2±0,9	45,1±4,5	31,4±3,1
<sup>40</sup> K	UR	110,0±11,0	644,0±64,4	412,3±41,2
	[AU]	208,0±20,8	811,0±81,1	455,2±45,5
	[C]	123,8±12,4	777,0±77,7	515,5±51,6

В свою очередь, исследование показало, что величина активности тория и радия не обеспечивает надежной корреляции с валовым химическим составом. В отличие от <sup>40</sup>K, который среди погребенных горизонтов показывает самое большое количество достоверных корреляций в горизонте [AU]. Наибольшее число достоверных корреляций среди естественных почв наблюдалось в группе карбонатно-иллювиальных горизонтов ВСА (табл. 4). Скорее всего, такой результат связан с промачива-

нием почвы атмосферными осадками, так как максимальное число корреляций наблюдается на нижней границе промачивания.

Интересным фактом является то, что все корреляции соответствуют законам обменной сорбции катионов в почве, согласно которым элементы с более высокими степенями окисления в первую очередь заменяют элементы с наименьшими степенями окисления. В случае <sup>40</sup>K элементы со степенью окисления +3 сначала заменяют элементы со степенью окисления +2.

Это можно объяснить тем, что данный элемент является более тяжелым изотопом. Количество достоверных корреляций резко уменьшается в погребенных горизон-

тах [BCA], что может быть сопряжено с изменениями окислительно-восстановительных условий, вызванных сложным газообменом в погребенном состоянии.

Таблица 4

**Корреляция между валовым составом городских почв и удельной активностью  $^{40}\text{K}$**   
 (\* – достоверные значения,  $P < 0,05$ ) / **Spearman correlation of total content of heavy metal**  
**and activity concentration of  $^{40}\text{K}$  (\* – marked a significant values,  $P < 0.05$ )**

Компонент химического состава	AU, n=41	[AU], n=20	BCA, n=27	[BCA], n=18	C, n=13	[C], n=14
	Коэффициент корреляции					
V	0,06	0,55*	0,25	0,42	-0,09	0,14
Ni	0,16	0,59*	0,52*	0,47*	0,44	0,19
Sr	-0,1	-0,05	-0,53*	-0,47*	-0,52	-0,19
MnO	0,35*	0,47*	0,5*	0,51*	-0,15	0,16
SiO <sub>2</sub>	0,25	-0,09	0,5*	0,21	-0,39	0,3
Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	0,15	0,51*	0,43*	0,42	-0,03	0,16
TiO <sub>2</sub>	0,22	0,4	0,52*	0,44	-0,38	0,01
Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	0,24	0,57*	0,57*	0,43	0,03	0,21
CaO	-0,33*	-0,12	-0,66*	-0,34	0,12	-0,37
P <sub>2</sub> O <sub>5</sub>	-0,32*	0,05	-0,12	-0,22	-0,45	-0,51
MgO	-0,2	0,09	-0,63*	-0,39	-0,06	-0,27
K <sub>2</sub> O	0,07	0,48*	0,52*	0,46	-0,33	0,44

## Выводы

Удельная активность радионуклидов в почвах Ростовской агломерации сопоставима по величине с показателями, характерными для черноземов Ростовской области. Радионуклиды в нативных почвах (Calcic Chernozems) равномерно распределены по профилю. В поверхностных горизонтах наблюдается некоторое увеличение удельной активности  $^{232}\text{Th}$  и  $^{40}\text{K}$ , что связано с особенностями самих радионуклидов и внесением удобрений в агрогенный период функционирования почв, до того как указанные территории были включены в состав города.

Радий и торий не показали существенных корреляций между удельной активностью радионуклидов и валовым химическим составом почв. Активность  $^{40}\text{K}$ , напротив, имеет значимые корреляции с валовым химическим составом почв. Следует отметить, что все корреляции в целом соответствуют законам обменной сорбции катионов в почве. Наибольшее количество корреляций наблюдается в гумусово-аккумулятивных горизонтах [AU] погребенных профилей и карбонатно-иллювиальных горизонтах ВСА естественных почв. Достоверных корреляций

не обнаружено в почвообразующей породе как естественных, так и антропогенно-преобразованных почв (С и [С]). Таким образом, распределение  $^{40}\text{K}$  и тяжелых металлов в почвенном профиле зависит от промачивания почвы атмосферными осадками, а сильная корреляция достигается на глубине, совпадающей с нижней границей промачивания, которая определяет глубину залегания карбонатных новообразований, т.е. на карбонатном барьере.

## Литература

1. Tagiverdiev S.S., Gorbov S.N., Bezuglova O.S., Skripnikov P.N. The content and distribution of various forms of carbon in urban soils of southern Russia on the example of Rostov agglomeration // Geoderma Regional. 2020. Vol. 21. P. E00266. Doi: 10.1016/j.geodrs. 2020.e00266.
2. Методика радиометрического определения активности естественных и искусственных радионуклидов в объектах экосферы, продуктах и отходах производства. Ростов н/Д., 1993. 12 с.
3. МИ 2143-91. Государственная система обеспечения единства измерений. Активность радионуклидов в объемных образцах. Методика выполнения измерений на гамма-спектрометре. М., 1991. 24 с.

4. Рачкова Н.Г., Шуктомова И.И., Таскаев А.И. Состояние в почвах естественных радионуклидов урана, радия и тория (обзор) // Почвоведение. 2010. № 6. С. 698–705.
5. Strok M., Smodis B. Fractionation of natural radionuclides in soils from the vicinity of a former uranium mine Zirovski vrh, Slovenia // J. Environ. Radioactivity. 2010. Vol. 101, No. 1. P. 22–28.
6. Alatise O.O., Babalola I.A., Olowofela J.A. Distribution of some natural gamma-emitting radionuclides in the soils of the coastal areas of Nigeria // J. Environ. Radioactivity. 2008. Vol. 99, No. 11. P. 1746–1749.
7. Quindos L.S., Fernandez P.L., Rodenas C., Gomez-Arozamena J., Arteché J. Conversion factors for external gamma dose derived from natural radionuclides in soils // J. Environ. Radioactivity. 2004. Vol. 71 (2). P. 139–145.
8. Dowdall M., O'Dea J.  $^{226}\text{Ra}/^{238}\text{U}$  disequilibrium in an upland organic soil exhibiting elevated natural radioactivity // J. Environ. Radioactivity. 2002. Vol. 59 (1). P. 91–104.
9. Геннадиев А.Н., Голосов В.Н., Чернянский С.С., Маркелов М.В., Ковач Р.Г., Беляев В.Р., Иванова Н.Н. Сравнительная оценка содержания в почвах магнитных сферул,  $^{137}\text{Cs}$  и  $^{210}\text{Pb}$  для целей индикации эрозивно-аккумулятивных процессов // Почвоведение. 2006. № 10. С. 1218–1234.
10. Doering C., Akber R., Heijnis H. Vertical distributions of  $^{210}\text{Pb}$  excess,  $^7\text{Be}$  and  $^{137}\text{Cs}$  in selected grass covered soil in Southeast Queensland, Australia // J. Environ. Radioactivity. 2006. Vol. 87 (2). P. 135–147.
11. Linnik V.G., Minkina T.M., Bauer T.V., Saveliev A.A., Mandzhieva S.S. Geochemical assessment and spatial analysis of heavy metals pollution around coal-fired power station // Environmental Geochemistry and Health. 2020. Vol. 42 (12). P. 4087–4100. Doi: 10.1007/s10653-019-00361-z.
12. Minkina T., Konstantinova E., Bauer T., Mandzhieva S., Sushkova S., Chaplygin V., Burachevskaya M., Nazarenko O., Kizilkaya R., Gülser C., Maksimov A. Environmental and human health risk assessment of potentially toxic elements in soils around the largest coal-fired power station in Southern Russia // Environmental Geochemistry and Health. 2020. Doi: 10.1007/s10653-020-00666-4.
13. Горбов С.Н. Генезис, классификация и экологическая роль городских почв европейской части Юга России (на примере Ростовской агломерации): дис. ... д-ра биол. наук. М., 2018. 488 с.
14. Приваленко В.В. Геохимическая оценка экологической ситуации в г. Ростове-на-Дону. Ростов н/Д.: Геоинформ, 1993. 167 с.
15. Горбов С.Н., Безуглова О.С., Абросимов К.Н., Скворцова Е.Б., Тагивердиев С.С., Морозов И.В. Физические свойства почв Ростовской агломерации // Почвоведение. 2016. № 8. С. 964–974.
16. Тагивердиев С.С., Горбов С.Н., Безуглова О.С., Котик М.В. Деградация физических свойств почв черноземной зоны в условиях города // Изв. Самарского науч. центра РАН. 2016. Т. 18, № 2. С. 226–229.
17. IUSS Working Group WRB. World Reference Base for Soil Resources 2014. International soil classification system for naming soils and creating legends for soil maps // World Soil Resources Reports. FAO, Rome, 2014. No. 106.
18. Безуглова О.С., Хырхырова М.М. Почвы Ростовской области. Ростов н/Д., 2007. 352 с.
19. Bezuglova O.S., Yudina N.V. Interrelationship between the physical properties and the humus content of chernozems in the South of European Russia // Eurasian Soil Science. 2006. Vol. 39 (2). P. 187–194.
20. Bezuglova O.S., Zviagintseva Z.V., Goryainova N.V. Humus Losses in Soils of the Rostov Province // Eurasian Soil Sci. 1996. Vol. 28 (4). P. 40–53.
21. IUSS FAO. Guidelines for soil description. Roma, 2006.
22. ГОСТ Р 53091-2008. Качество почвы. Отбор проб. Ч. 3: Руководство по безопасности. М.: Стандартинформ, 2009. 20 с.
23. Buraeva E.A., Davydov M.G., Zorina L.V., Stasov V.V. Components of the Background of ge(Li) and Ge detectors in passive shielding // Atomic Energy. 2007. Vol. 103 (5). P. 895–900.
24. Bodrov I.V., Buraeva E.A., Davydov M.G., Mareskin S.A. Instrumental determination of uranium and thorium in natural objects // Atomic Energy. 2004. Vol. 96 (4). P. 246–249. Doi: 10.1023/B: ATEN.0000035994.57721.26.
25. Dos Anjos M.J., Lopes R.T., de Jesus EFO, Assis J.T., Cesareo R., Barradas C.A.A. Quantitative analysis of metals in soil using X-ray fluorescence // Spectrochim Acta B. 2000. Vol. 55. P. 1189–1194.
26. Guagliardi I., Buttafuoco G., Cicchella D., De Rosa R.A. A multivariate approach for anomaly separation of potentially toxic trace elements in urban and peri-urban soils: An application in a southern Italy area // J. Soils Sediments. 2013. Vol. 13 (1). P. 117–128.
27. Poukhovski A.V. X-ray fluorescence analysis in the Russian State Agrochemical Service: an overview // X-Ray Spectrom. 2002. Vol. 31 (3). P. 225–234.
28. Bezuglova O.S., Gorbov S.N., Tischenko S.A., Aleksikova A.S., Tagiverdiev S.S., Sherstnev A.K., Dubinina M.N. Accumulation and migration of heavy metals in soils of the Rostov region, south of Russia // J. of Soils and Sediments. 2016. Vol. 16(4). P. 1203–1213. Doi: 10.1007/s11368-015-1165-8.
29. Сает Ю.Е., Ревич Б.А., Янин Е.П., Смирнова Р.С., Баиаркевич И.А., Онищенко Т.А., Павлова Л.Н., Трефилова Н.Я., Ачкасов А.И., Саркисян С.Ш. Геохимия окружающей среды. М.: Мир, 1990. 319 с.
30. Al-Hamarnah I.F., Awadallah M.I. Soil radioactivity levels and radiation hazard assessment in the highlands of northern Jordan // Radiation Measurements. 2009. Vol. 44 (1). P. 102–110.
31. Blanco P., Vera Tome F., Lozano J.C. Fractionation of natural radionuclides in soils from a uranium mineralized area in the south-west of Spain // J. Environ. Radioactivity. 2005. Vol. 79 (3). P. 315–330.



32. Laubenstein M., Magaldi D. Natural radioactivity of some red Mediterranean soils // *Catena*. 2008. Vol. 76 (1). P. 22–26.

33. Ladonin D.V. Heavy metal compounds in soils: problems and methods of study // *Eurasian Soil Sci.* 2002. Vol. 35 (6). P. 605–614.

34. Кобцева М.А., Бураева Е.А., Давыдов М.Г., Крыщенко В.С., Стасов В.В., Янкова Н.С. Динамика радиоэкологических показателей почвенных профилей тридцатикилометровой зоны // *Изв. вузов. Сев.-Кавк. регион. Техн. науки. Спец. выпуск*. 2010. № 2а. С. 171–175.

35. Бураева Е.А., Мальшевский В.С., Шиманская Е.И., Вардуни Т.В., Триболина А.Н., Гончаренко А.А., Гончарова Л.Ю., Тоцкая В.С., Нефедов В.С. Содержание и распределение естественных радионуклидов в различных типах почвы Ростовской области // *Современные проблемы науки и образования*. 2013. № 4. С. 37.

36. Манахов Д.В., Емельянов А.М., Карпунин М.М., Липатов Д.Н., Агапкина Г.И., Мамихин С.В. Методы изучения форм нахождения радионуклидов в почвах // *Радиационная биология. Радиоэкология*. 2019. Т. 59, № 4. С. 410–418.

37. Санжарова Н.И., Фесенко С.В., Шубина О.А., Исамов Н.Н., Санжаров А.И. Пересмотр параметров миграции радионуклидов в агроэкосистемах // *Радиационная биология. Радиоэкология*. 2009. Т. 49, № 3. С. 268–276.

#### References

1. Tagiverdiev S.S., Gorbov S.N., Bezuglova O.S., Skripnikov P.N. (2020). The content and distribution of various forms of carbon in urban soils of southern Russia on the example of Rostov agglomeration. *Geoderma Regional*, vol. 21, p. E00266. Doi: 10.1016/j.geodrs. 2020.e00266.

2. *Radiometric method for determining the activity of natural and artificial radionuclides in the objects of the ecosphere, products, and waste production*. (1993). Rostov-on-Don, 12 p. (in Russian).

3. MI 2143-91. *State system for ensuring the uniformity of measurements. Activity of radionuclides in bulk samples. Method of performing measurements on a gamma-ray spectrometer*. (1991). Moscow, 24 p. (in Russian).

4. Rachkova N.G., Shuktomova I.I., Taskaev A.I. (2010). The state of natural radionuclides of uranium, radium and thorium in soils (review). *Pochvovedenie*, No. 6, pp. 698-705. (in Russian).

5. Strok M., Smodis B. (2010). Fractionation of natural radionuclides in soils from the vicinity of a former uranium mine Zirovski vrh, Slovenia. *J. Environ. Radioactivity*, vol. 101, No. 1, pp. 22-28.

6. Alatise O.O., Babalola I.A., Olowofela J.A. (2008). Distribution of some natural gamma-emitting radionuclides in the soils of the coastal areas of Nigeria. *J. Environ. Radioactivity*, vol. 99, No. 11, pp. 1746-1749.

7. Quindos L.S., Fernandez P.L., Rodenas C., Gomez-Arozamena J., Arteché J. (2004). Conversion factors for external gamma dose derived from natural radionuclides in soils. *J. Environ. Radioactivity*, vol. 71 (2), pp. 139-145.

8. Dowdall M., O’Dea J. (2002).  $^{226}\text{Ra}/^{238}\text{U}$  disequilibrium in an upland organic soil exhibiting elevated natural radioactivity. *J. Environ. Radioactivity*, vol. 59 (1), pp. 91-104.

9. Gennadiev A.N., Golosov V.N., Chernyanskiy S.S., Markelov M.V., Kovach R.G., Belyaev V.R., Ivanova N.N. (2006). Comparative evaluation of the content in the soils of magnetic spherules,  $^{137}\text{Cs}$  and  $^{210}\text{Pb}$  for display purposes erosion accumulation processes. *Pochvovedenie*, No. 10, pp. 1218-1234. (in Russian).

10. Doering C., Akber R., Heijnis H. (2006). Vertical distributions of  $^{210}\text{Pb}$  excess,  $^7\text{Be}$  and  $^{137}\text{Cs}$  in selected grass covered soil in Southeast Queensland, Australia. *J. Environ. Radioactivity*, vol. 87 (2), pp. 135-147.

11. Linnik V.G., Minkina T.M., Bauer T.V., Saveliev A.A., Mandzhieva S.S. (2020). Geochemical assessment and spatial analysis of heavy metals pollution around coal-fired power station. *Environmental Geochemistry and Health*, vol. 42 (12), pp. 4087-4100. Doi: 10.1007/s10653-019-00361-z.

12. Minkina T., Konstantinova E., Bauer T., Mandzhieva S., Sushkova S., Chaplygin V., Burachevskaya M., Nazarenko O., Kizilkaya R., Gülser C., Maksimov A. (2020). Environmental and human health risk assessment of potentially toxic elements in soils around the largest coal-fired power station in Southern Russia. *Environmental Geochemistry and Health*. Doi: 10.1007/s10653-020-00666-4.

13. Gorbov S.N. (2018). *Genesis, classification and ecological role of urban soils of the European part of the South of Russia (on the example of the Rostov agglomeration)*. Dissertation Thesis. Moscow, 488 p. (in Russian).

14. Privalenko V.V. (1993). *Geochemical assessment of the ecological situation in Rostov-on-Don*. Rostov-on-Don, Geoinform Publ., 167 p. (in Russian).

15. Gorbov S.N., Bezuglova O.S., Abrosimov K.N., Skvortsova E.B., Tagiverdiev S.S., Morozov I.V. (2016). Physical properties of soils of the Rostov agglomeration. *Pochvovedenie*, No. 8, pp. 964-974. (in Russian).

16. Tagiverdiev S.S., Gorbov S.N., Bezuglova O.S., Kotik M.V. (2016). Degradation of physical properties of soils of the chernozem zone in the conditions of the city. *Izv. Samarskogo nauch. tsentra RAN*, vol. 18, No. 2, pp. 226-229. (in Russian).

17. IUSS Working Group WRB. World Reference Base for Soil Resources 2014. International soil classification system for naming soils and creating legends for soil maps. (2014). *World Soil Resources Reports*. FAO, Rome, No. 106.

18. Bezuglova O.S., Khyrkhyrova M.M. (2007). *Soils of the Rostov region*. Rostov-on-Don, 352 p. (in Russian).

19. Bezuglova O.S., Yudina N.V. (2006). Interrelationship between the physical properties and the humus content

of chernozems in the South of European Russia. *Eurasian Soil Science*, vol. 39 (2), pp. 187-194.

20. Bezuglova O.S., Zviagintseva Z.V., Goryainova N.V. (1996). Humus Losses in Soils of the Rostov Province. *Eurasian Soil Sci.*, vol. 28 (4), pp. 40-53.

21. *IUSS FAO. Guidelines for soil description*. (2006). Roma.

22. *GOST R 53091-2008. Soil quality. Sampling. Part 3: Safety manual*. (2009). Moscow, Standartinform Publ., 20 p. (in Russian).

23. Buraeva E.A., Davydov M.G., Zorina L.V., Stasov V.V. (2007). Components of the Background of ge(Li) and Ge detectors in passive shielding. *Atomic Energy*, vol. 103 (5), pp. 895-900.

24. Bodrov I.V., Buraeva E.A., Davydov M.G., Mareskin S.A. (2004). Instrumentational determination of uranium and thorium in natural objects. *Atomic Energy*, vol. 96 (4), pp. 246-249. Doi: 10.1023/B: ATEN.0000035994.57721.26.

25. Dos Anjos M.J., Lopes R.T., de Jesus EFO, Assis J.T., Cesareo R., Barradas C.A.A. (2000). Quantitative analysis of metals in soil using X-ray fluorescence. *Spectrochim Acta B*, vol. 55, pp. 1189-1194.

26. Guagliardi I., Buttafuoco G., Cicchella D., De Rosa R.A. (2013). A multivariate approach for anomaly separation of potentially toxic trace elements in urban and peri-urban soils: An application in a southern Italy area. *J. Soils Sediments*, vol. 13 (1), pp. 117-128.

27. Poukhovski A.V. (2002). X-ray fluorescence analysis in the Russian State Agrochemical Service: an overview. *X-Ray Spectrom*, vol. 31 (3), pp. 225-234.

28. Bezuglova O.S., Gorbov S.N., Tischenko S.A., Aleksikova A.S., Tagiverdiev S.S., Sherstnev A.K., Dubinina M.N. (2016). Accumulation and migration of heavy metals in soils of the Rostov region, south of Russia. *J. of Soils and Sediments*, vol. 16(4), pp. 1203-1213. Doi: 10.1007/s11368-015-1165-8.

29. Saet Yu.E., Revich B.A., Yanin E.P., Smirnova R.S., Basharkevich I. A., Onishchenko T. A., Pavlova L. N., Tre-

filova N.I., Achkasov A.I., Sarkisyan S.S. (1990). *Geochemistry of the environment*. Moscow, Mir Publ., 319 p. (in Russian).

30. Al-Hamarneh I.F., Awadallah M.I. (2009). Soil radioactivity levels and radiation hazard assessment in the highlands of northern Jordan. *Radiation Measurements*, vol. 44 (1), pp. 102-110.

31. Blanco P., Vera Tome F., Lozano J.C. (2005). Fractionation of natural radionuclides in soils from a uranium mineralized area in the south-west of Spain. *J. Environ. Radioactivity*, vol. 79 (3), pp. 315-330.

32. Laubenstein M., Magaldi D. (2008). Natural radioactivity of some red Mediterranean soils. *Catena*, vol. 76 (1), pp. 22-26.

33. Ladonin D.V. (2002). Heavy metal compounds in soils: problems and methods of study. *Eurasian Soil Sci.*, vol. 35 (6), pp. 605-614.

34. Kobtseva M.A., Buraeva E.A., Davydov M.G., Kryschenko V.S., Stasov V.V., Yankova N.S. (2010). The dynamics of radio-ecological indicators of soil profiles thirty-kilometer zone. *Izv. vuzov. Sev.-Kavk. region. Tekhn. nauki*, Special issue, No. 2a, pp. 171-175. (in Russian).

35. Buraeva E.A., Malyshevsky V.S., Shimanskaya E.I., Varduni T.V., Tribolina A.N., Goncharenko A.A., Goncharova L.Yu., Totskaya V.S., Nefedov V.S. (2013). Content and distribution of natural radionuclides in various types of soil in the Rostov region. *Sovremennye problemy nauki i obrazovaniya*, No. 4, p. 37. (in Russian).

36. Manakhov D.V., Emelyanov A.M., Karpukhin M.M., Lipatov D.N., Agapkina G.I., Mamikhin S.V. (2019). Methods of studying the forms of finding radionuclides in soils. *Radiatsionnaya biologiya. Radioekologiya*, vol. 59, No. 4, pp. 410-418. (in Russian).

37. Sanzharova N.I., Fesenko S.V., Shubina O.A., Isamov N.N., Sanzharov A.I. (2009). Revision of the parameters of radionuclide migration in agroecosystems. *Radiatsionnaya biologiya. Radioekologiya*, vol. 49, No. 3, pp. 268-276. (in Russian)

УДК 627.8

doi 10.18522/1026-2237-2021-1-81-88

## ОЦЕНКА ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ И ВЕРТИКАЛЬНОЙ ЭРОЗИОННОЙ РАСЧЛЕНЕННОСТИ ВОДООХРАННОЙ ЗОНЫ ЦИМЛЯНСКОГО ВОДОХРАНИЛИЩА (НА ПРИМЕРЕ ДУБОВСКОГО РАЙОНА)

© 2021 г. А.Е. Косолапов<sup>1</sup>, Г.И. Скрипка<sup>1</sup>, Л.А. Беспалова<sup>1,2</sup>, В.В. Глинка<sup>1,2</sup>, О.В. Ивлиева<sup>1,2</sup>, В.В. Сапрыгин<sup>1</sup><sup>1</sup>Российский информационно-аналитический и научно-исследовательский водохозяйственный центр, Ростов-на-Дону, Россия,<sup>2</sup>Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону, Россия

## EVALUATION OF HORIZONTAL AND VERTICAL EROSION OF THE WATER PROTECTION ZONE OF THE TSIMLYANSK RESERVOIR (A CASE OF DUBOVSKY DISTRICT)

A.E. Kosolapov<sup>1</sup>, G.I. Skripka<sup>1</sup>, L.A. Bepalova<sup>1,2</sup>, V.V. Glinka<sup>1,2</sup>, O.V. Ivlieva<sup>1,2</sup>, V.V. Saprygin<sup>1</sup><sup>1</sup>Russian Information-Analytical and Research Water Management Center, Rostov-on-Don, Russia,<sup>2</sup>Southern Federal University, Rostov-on-Don, Russia,

Косолапов Алексей Евгеньевич – доктор технических наук, профессор, директор Российского информационно-аналитического и научно-исследовательского водохозяйственного центра, ул. Филимоновская, 174, г. Ростов-на-Дону, 344000, Россия, e-mail: akosol@mail.ru

Alexey E. Kosolapov - Doctor of Technical Sciences, Professor, Director of the Russian Information-Analytical and Research Water Management Center, Filimonovskaya St., 174, Rostov-on-Don, 344000, Russia, e-mail: akosol@mail.ru

Скрипка Григорий Иванович – кандидат геолого-минералогических наук, доцент, заведующий отделом НИИР и ОКР по восстановлению и охране водных объектов, Российский информационно-аналитический и научно-исследовательский водохозяйственный центр, ул. Филимоновская, 174, г. Ростов-на-Дону, 344000, Россия, e-mail: skripka.grisha@yandex.ru

Grigory I. Skripka - Candidate of Geography and Mineralogy, Associate Professor, Head of Research and Development Department for Restoration and Protection of Water Bodies, Russian Information-Analytical and Research Water Management Center, Filimonovskaya St., 174, Rostov-on-Don, 344000, Russia, e-mail: skripka.grisha@yandex.ru

Беспалова Людмила Александровна – доктор географических наук, доцент, профессор, Южный федеральный университет, ул. Зорге, 40, г. Ростов-на-Дону, 344090, Россия; главный научный сотрудник, Российский информационно-аналитический и научно-исследовательский водохозяйственный центр, ул. Филимоновская, 174, г. Ростов-на-Дону, 344000, Россия, e-mail: beshpalowaliudmila@yandex.ru

Lyudmila A. Bepalova - Doctor of Geography, Associate Professor, Professor, Southern Federal University, Zorge St., 40, Rostov-on-Don, 344090, Russia; Main researcher, Russian Information-Analytical and Research Water Management Center, Filimonovskaya St., 174, Rostov-on-Don, 344000, Russia; e-mail: beshpalowaliudmila@yandex.ru

Глинка Вадим Васильевич – ведущий инженер, Российский информационно-аналитический и научно-исследовательский водохозяйственный центр, ул. Филимоновская, 174, г. Ростов-на-Дону, 344000, Россия; аспирант, Южный федеральный университет, ул. Зорге, 40, г. Ростов-на-Дону, 344090, Россия, e-mail: arhangel-vadim@mail.ru

Vadim V. Glinka - Leading Engineer, Russian Information-Analytical and Research Water Management Center, Filimonovskaya St., 174, Rostov-on-Don, 344000, Russia; Postgraduate, Southern Federal University, Zorge St., 40, Rostov-on-Don, 344090, Russia, e-mail: arhangel-vadim@mail.ru

Ивлиева Ольга Васильевна – доктор географических наук, доцент, профессор, Южный федеральный университет, ул. Зорге, 40, г. Ростов-на-Дону, 344103, Россия; главный научный сотрудник, Российский информационно-аналитический и научно-исследовательский водохозяйственный центр, ул. Филимоновская, 174, г. Ростов-на-Дону, 344000, Россия, e-mail: ivlieva.o@mail.ru

Olga V. Ivlieva - Doctor of Geography, Associate Professor, Professor, Southern Federal University, Zorge St., 40, Rostov-on-Don, 344090, Russia; Main researcher, Russian Information-Analytical and Research Water Management Center, Filimonovskaya St., 174, Rostov-on-Don, 344000, Russia, e-mail: ivlieva.o@mail.ru

Сапрыгин Владислав Валерьевич – кандидат географических наук, ведущий научный сотрудник, Российский информационно-аналитический и научно-исследовательский водохозяйственный центр, ул. Филимоновская, 174, г. Ростов-на-Дону, 344000, Россия, e-mail: vv.saprygin@gmail.com

Vladislav V. Saprygin - Candidate of Geography, Leading Researcher, Russian Information-Analytical and Research Water Management Center, Filimonovskaya St., 174, Rostov-on-Don, 344000, Russia, e-mail: vv.saprygin@gmail.com

*Характер и интенсивность эрозионных процессов являются важным параметром мониторинга водоохраных зон (ВЗ) водных объектов. На основании полевых и камеральных исследований, которые проводились с применением беспилотных летательных аппаратов (БЛА) (Phantom 4 Pro и Phantom 4 Advanced) была отработана методика и выполнена оценка интенсивности проявления эрозионных процессов, происходящих в водоохранной зоне Цимлянского водохранилища (на примере Дубовского района). Использовался сравнительно-географический метод, который позволяет очень точно оконтуривать на местности эрозионные объекты, определять их морфологические и морфометрические характеристики.*

*В ходе камеральной обработки материалов, полученных при помощи БЛА, использовались инструментари программы Agisoft Metashape Professional, а также инструменты программы ArcGIS. Данные программы позволяют без проведения трудоемких инструментальных полевых исследований составлять планы оврагов и определять их площади, крутизну склонов, длину и ширину склонов, глубину оврагов, составлять продольный и поперечный профиль оврагов, измерять объем оврага и ряд других параметров. На основе полученных морфометрических характеристик рассчитан комплекс коэффициентов, позволяющих определять как горизонтальную, так и вертикальную степень расчлененности территории. Данный метод дает полное представление об овражно-балочной сети ВЗ. Кроме того, сравнение материалов съемок за разный период позволяет выявить тенденции развития как отдельных эрозионных форм, так и всей овражно-балочной сети ВЗ в целом.*

**Ключевые слова:** Цимлянское водохранилище, водоохранная зона, овражно-балочная сеть, горизонтальная и вертикальная эрозионная расчлененность, морфологические характеристики оврагов, морфометрические характеристики оврагов, беспилотный летательный аппарат.

*The nature and intensity of erosion processes are an important parameter for monitoring water protection area of water body. A technique, based on field and office studies, which were carried out with the use of unmanned aerial vehicles (UAVs) (Phantom 4 Pro and Phantom 4 Advanced), was worked out and the intensity of the manifestation of erosion processes in the water protection area of the Tsimlyansk reservoir was assessed (on the example of Dubovsky district). In our research, the comparative-geographic method was used. That allowed us very accurately to identify erosional objects on the ground, and to determine their morphological and morphometric characteristics.*

*Cameral works processed the data obtained by using UAVs. The tools of the Agisoft Metashape Professional program and the tools of the ArcGIS program were used during the work. These programs make it possible, without labor-intensive instrumental field research, to draw up orthophotoplans for gullies and determine their areas, steepness of slopes, length and width of slopes, depth of gullies, make longitudinal and transverse profiles of gullies, measure the volume of gullies and a number of other parameters. This method gives us a complete picture of the gully network within the water protection area. In addition, a comparison of survey materials for different periods makes it possible to identify trends in the development of individual erosional forms, as well as the entire gully network within the water protection area as a whole.*

**Keywords:** Tsimlyansk reservoir, water protection area, gully network, horizontal and vertical erosion dissection, morphological characteristics of gully, morphometric characteristics of gully, unmanned aerial vehicle.

Оценка развития эрозионных процессов в водоохранной зоне (ВЗ) Цимлянского водохранилища с использованием показателей горизонтальной и вертикальной расчлененности проводилась на основе съемок с беспилотных летательных аппаратов (БЛА) (Phantom 4 Pro и Phantom 4 Advanced). Использовались инструментари программы Agisoft Metashape Professional, а также инструменты программы ArcGIS [1]. При этом по полученным ортофотопланам определялся ряд оценочных показателей, применяемых в классической геоморфологии [2–5]. В качестве полигона выбрана территория ВЗ Дубовского района Ростовской области, характеризующаяся развитой овражно-балочной сетью.

Степень вертикального расчленения территории характеризуется глубиной расчленения рельефа, которую можно оценить на основе морфологических и морфометрических показателей оврагов.

Отработка методики оценки вертикального расчленения территории проведена на примере оврага берегового типа в районе х. Алдабульского. В пределах ВЗ Дубовского района было обследовано более 500 оврагов и выбран овраг с явными активными эрозионными процессами.

Изменение геометрии оврага с течением времени исследовалось путем наложения и сравнения трех ортофотопланов за разные периоды съемок с БЛА (2017–2019 гг.). В результате визуализации полу-

ченных данных установлена активизация эрозионных процессов в верховье. Произошло удлинение тальвега на 3,3 м и увеличение площади на 14,2 м<sup>2</sup>. Однако за счет абразионных процессов, связанных с

волновой переработкой берегов водохранилища, в целом площадь оврага сократилась на 35,6 м<sup>2</sup>, а длина тальвега уменьшилась на 6,2 м в его устьевой части (рис. 1, таблица).

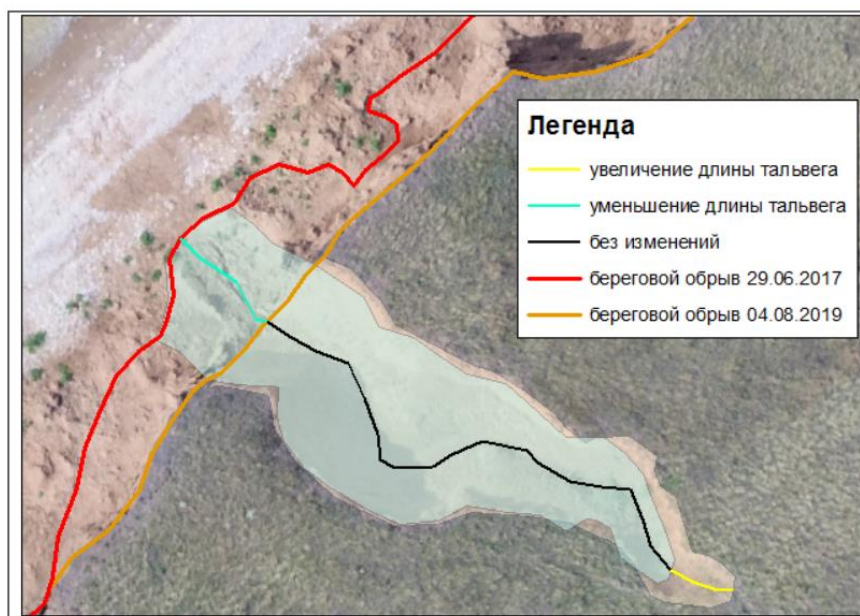


Рис. 1. Визуализация изменения геометрии оврага № 1, розовым выделен овраг 130 (29.06.2017), наложенный на ортофото-план 1606–1659 (01–04.08.2019), выделенный голубым цветом / Fig. 1. Visualization of changes in the geometry of gully No. 1, gully 130 (June 29, 2017) is highlighted in blue, superimposed on the orthomosaic 1606-1659 (01-04.08.2019), highlighted in pink

**Изменения морфометрических характеристик отдельного оврага в районе х. Алдабульского / Changes in the morphometric characteristics of a separate gully in the area of the Aldabulsky farm**

Морфометрия оврага № 1	Полет № 130 (29.06.2017)	Полет № 1151–1186 (30.07–03.08.2018)	Полет № 1606–1659 (01–04.08.2019)
Периметр, м	70,749	68,976	68,441
Площадь, м <sup>2</sup>	177,945	168,432	166,554
Объем, м <sup>3</sup>	–308,248	–204,295	–250,998
Длина основного тальвега, м	33,161	30,437	29,270
Уклон основного тальвега, град.	13,3	12,41	18,26
Верховье: крутизна, правый борт, град.	50,19	12,99	30,96
Верховье: крутизна, левый борт, град.	21,8	26,57	25,02
Глубина оврага в верховье, м	0,6	0,5	0,7
Ширина днища в верховье, м	1	0,5	0,5
Отношение ширины к глубине (К), верховье	1,6	1	0,7
Устье: крутизна склона, правый борт, град.	61,82	52,43	50,77
Устье: крутизна склона, левый борт, град.	60,49	51,89	59,04
Глубина оврага в устье, м	6	5,3	5
Ширина днища в устье, м	1,5	2	2
Отношение ширины к глубине (К), устье	0,25	0,4	0,4

В образовании оврагов главная роль принадлежит *глубинной эрозии*. При переходе к стадии балки углубление днища сочетается с его расширением, так как начинает сказываться боковая эрозия. Учитывая эти соотношения, А.А. Величко предложил для ха-

рактеристики эрозионных форм использовать коэффициент К [6]:  $K = L / H$ , где L – ширина днища; H – глубина формы рельефа.

Если коэффициент К меньше 1, то эрозионные процессы активны, и наоборот, если ширина днища

больше глубины,  $K$  больше 1, овраг переходит в стадию балки.

Коэффициент вертикальной расчлененности  $K$  за период с 2017 по 2019 г. уменьшился с 1,6 до 0,7 в верховье оврага, т.е. наблюдается активизация эрозионных процессов, что характерно и для устья, где  $K$  меньше единицы во все периоды съемок (таблица).

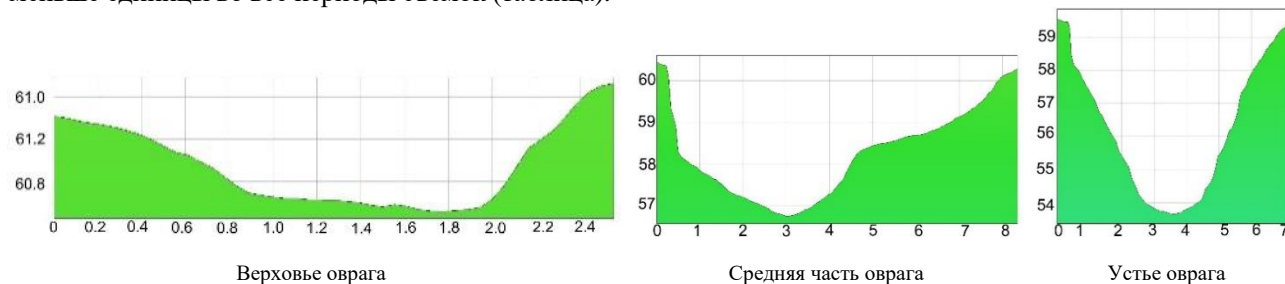


Рис. 2. Морфологические особенности склонов оврага (данные по морфометрии представлены в таблице) / Fig. 2. Morphological features of gully slopes (data on morphometry are presented in table)

Об активных эрозионных процессах свидетельствует также крутизна склонов оврага, которая изменяется от 50 до 62°, т.е. относится к типу обрывистых [7].

Оценка горизонтальной расчлененности территории выполнялась путем расчета комплекса коэффициентов: 1) коэффициент расчлененности территории ( $I$ ); 2) среднее расстояние между соседними

Определение крутизны склонов оврагов и их морфологических и морфометрических характеристик выполнялось с использованием инструментария программы Agisoft Metashape Professional, путем построения поперечных профилей через овраг в его вершине, средней и устьевой части (рис. 2).

тальвегами эрозионной сети (а); 3) коэффициент овражности ( $P$ ).

Коэффициент расчлененности территории определяется по формуле  $I=L/S$ , где  $I$  – коэффициент расчлененности территории, км/км<sup>2</sup>;  $L$  – длина овражно-балочной сети, км;  $S$  – площадь, в пределах которой изменяется длина гидрографической сети, км<sup>2</sup> (рис. 3).

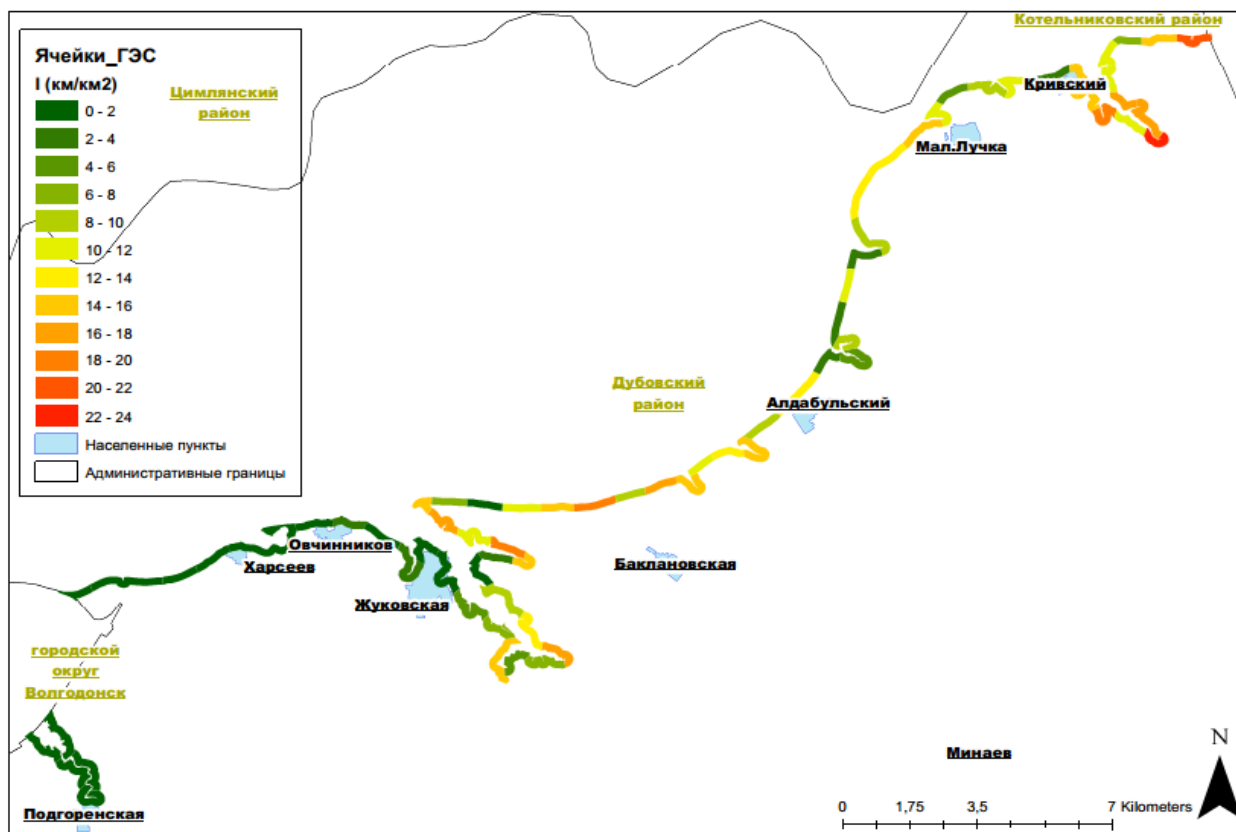


Рис. 3. Карта-схема коэффициента расчлененности территории  $I$  в Дубовском районе / Fig. 3. Schematic map of the territorial dissection coefficient  $I$  in the Dubovsky district

Расчет данного параметра производился при помощи инструментария ПО ArcGIS, где ВЗ была разделена, согласно методике, на ячейки площадью, примерно равной 0,3 км<sup>2</sup>. После чего оценивалось изменение этого показателя для отдельных географических участков, которые состоят из данных ячеек.

В пределах Дубовского района показатель I варьирует от 0 до 23,75 км/км<sup>2</sup>, в среднем значение коэффициента составляет 8,71 км/км<sup>2</sup>. Примечательно, что наименьшие показатели эрозионной расчлененности наблюдаются от ст. Подгоренской до ст. Жуковской и в среднем составляют 1,16 км/км<sup>2</sup>.

К юго-востоку от ст. Жуковской до х. Алдабульского расчлененность ВЗ возрастает в среднем до 11,14 км/км<sup>2</sup>, с максимумом 19,84 км/км<sup>2</sup>, лишь на отдельных участках коэффициент не превышает 2 км/км<sup>2</sup>.

От х. Алдабульского на расстоянии 7,5 км по береговой линии на СВ расчлененность территории не-

высокая – 6 км/км<sup>2</sup>. Далее, до западного входа в Кривский залив расчлененность возрастает до 9,88 км/км<sup>2</sup> в среднем, минимальные значения – 3,07 км/км<sup>2</sup> и максимальные – 14,14 км/км<sup>2</sup>.

На участке ВЗ от западного входа в Кривский залив и до границы с Котельниковским районом Волгоградской области зафиксирована наибольшая степень расчлененности территории по показателю I для всего Дубовского района. В среднем она составляет 15,15 км/км<sup>2</sup>, максимальные значения – 23,75 км/км<sup>2</sup>.

Расчет показателя горизонтальной расчлененности эрозионной сети ширины водосборного бассейна или среднего расстояния между соседними тальвегами (рис. 4) выполнен по формуле  $a = S/L$ , где  $a$  – среднее расстояние между соседними тальвегами в пределах площади  $S$ ;  $L$  – суммарная длина тальвегов на исследуемой площади.

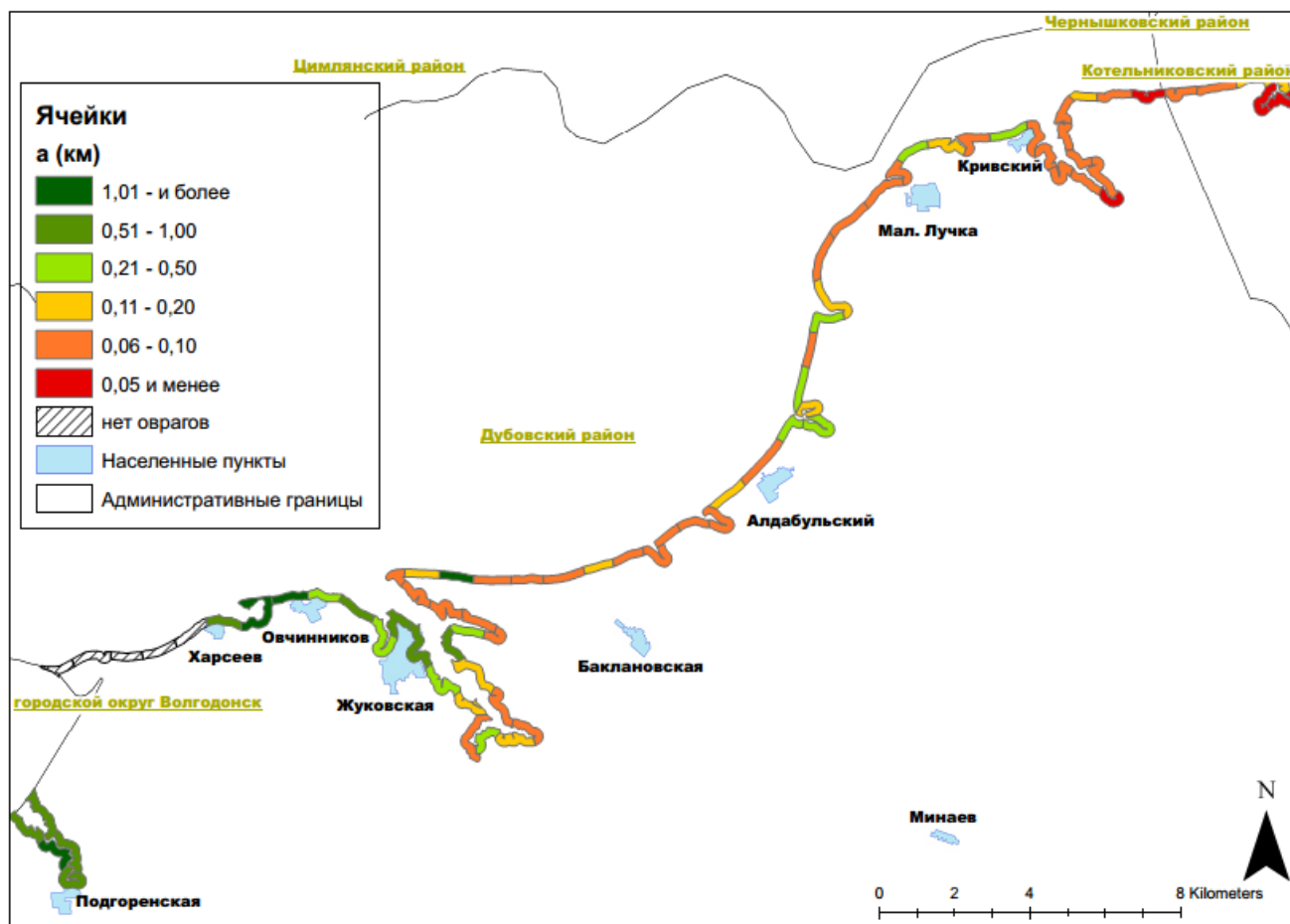


Рис. 4. Карта-схема среднего расстояния между соседними тальвегами (а) в Дубовском районе /  
 Fig. 4. Schematic map of the average distance between neighboring thalweg (a) in the Dubovskiy district

Расчет данного параметра производился аналогично показателю I при помощи инструментария ПО ArcGIS. ВЗ была разделена на ячейки с площадью, примерно равной 0,3 км<sup>2</sup>.

Значение данного показателя в среднем для Дубовского района составляет 0,12 км при максимуме 1,48 км.

Наибольшее расстояние между тальвегами наблюдается на участке от ст. Подгоренской до ст. Жуковской и составляет около 0,83 км. От юго-восточной окраины ст. Жуковской до х. Алдабульского среднее расстояние между тальвегами уменьшается до 0,09 км. Далее на участке от х. Алдабульского до западного входа в Кривский залив среднее расстояние между тальвегами (0,12 км) близко к средним значениям для ВЗ Дубовского района.

Наименьшее среднее расстояние между тальвегами встречается на участке от западного входа в Кривский залив до границы с Котельниковским районом Волгоградской области. Здесь расстояние между тальвегами не превышает 0,06 км, а их локальное сгущение может достигать всего 0,04 км.

Коэффициент овражности (P) – отношение площади оврагов S (км<sup>2</sup>) к площади участка ВЗ (км<sup>2</sup>), также данный параметр можно измерять в процентах.

Расчет данного параметра производился при помощи инструментария ПО ArcGIS. ВЗ была разделена на ячейки с площадью, примерно равной 0,3 км<sup>2</sup>, а площади оврагов были оконтурены в пределах данных ячеек (рис. 5).

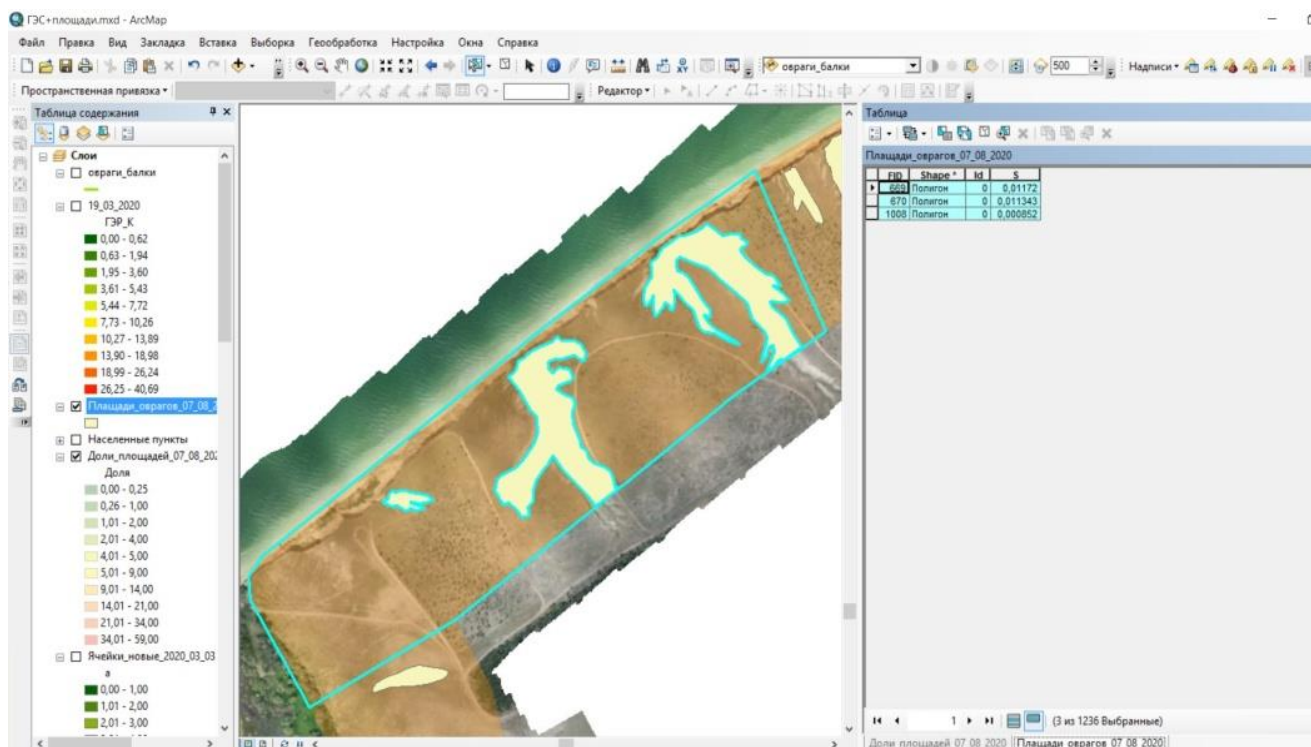


Рис. 5. Пример оценки плотности оврагов на единицу площади ВЗ в ПО ArcGIS. Голубой границей выделена ячейка (фрагмент ВЗ), и в ее пределах оконтурены овраги на ортофотоплане для дальнейшего расчета / Fig. 5. Estimation the density of gullies per unit area of the water protection zone in the ArcGIS. A cell (fragment of water protection area) is highlighted with a blue border and gullies on the orthomosaic are outlined within it for further calculation

В ходе оценки использовалась следующая классификация степени пораженности территории оврагами [8] (рис. 6):

- 0–0,5 % – практически безовражная;
- 0,51–3 % – слабо заовраженная;
- 3,01–10 % – заовраженная;
- 10,01–20 % – среднезаовраженная;
- 20,01–30 % – сильнозаовраженная;
- 30,01 и более – очень сильно заовраженная.

В пределах Дубовского района показатель P варьирует от 0 до 50,21 %. Средняя плотность оврагов составляет 12,81 %, т.е. территория ВЗ Дубовского района относится к среднезаовраженным.

Участки ВЗ практически без оврагов в Дубовском районе не зафиксированы. К слабозаовраженным относится ВЗ на участке от ст. Подгоренской до ст. Жуковской (0 – 3,38 %). Заовражены участки в районе х. Алдабульского (плотность оврагов в среднем со-



ставляет 6,45 %). Средняя заовраженность ВЗ отмечается на участке ст. Жуковская – х. Алдабульский, где коэффициент  $P$  составляет в среднем 13,56 %.

К сильнозаовраженным и очень сильно заовраженным относятся территория ВЗ в районе ст. Малая Лучка и участок Кривского залива до границы с Котельниковским районом. Здесь плотность оврагов достигает в среднем 27–28 %, максимальная – 40,9–50,21 %.

Анализ картографических материалов, построенных по комплексу показателей, позволил выделить наиболее пораженные эрозионными процессами участки ВЗ Дубовского района. Прежде всего, это ВЗ в районе Кривского залива, западнее х. Алдабульского и ст. Малая Лучка, а также правый берег Жуковского убежища.

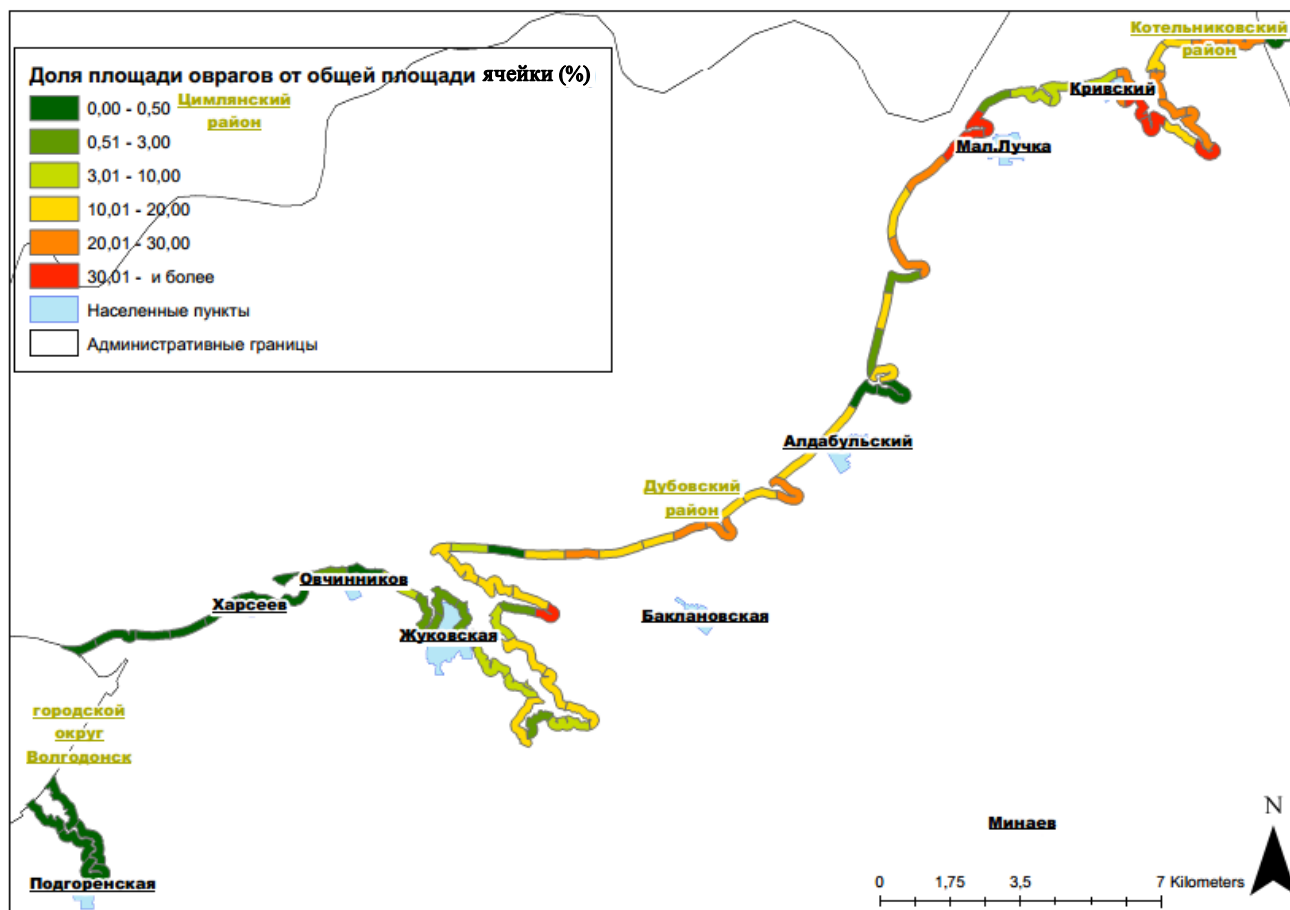


Рис. 6. Карта-схема площади оврага от общей площади ячейки (фрагмента ВЗ) ( $P$ ) в Дубовском районе /  
Fig. 6. Schematic map of the share of the gully area from the total area of the cell (fragment of water protection area) ( $P$ ) in the Dubovsky district

Здесь зафиксирована высокая степень пораженности эрозионными процессами: коэффициент расчлененности территории  $I$  – более  $14 \text{ км}^2/\text{км}^2$ , тальвеги достаточно близко расположены друг к другу и в среднем по показателю  $a$  расстояние не превышает  $0,08 \text{ км}$ , плотность оврагов достигает более 20 %, т.е. это сильно- и очень сильно заовраженные территории ВЗ Дубовского района.

Проведенные картометрические и морфометрические исследования территории ВЗ позволили сформулировать следующие выводы:

– комплексный морфометрический анализ эрозионной сети ВЗ при помощи морфометрических показателей, полученных на основе съемок с БЛА, дает возможность создания банка данных морфометрической информации, важной для проведения геоморфологических исследований на разных уровнях, и позволяет прогнозировать развитие негативных экзогенных геологических процессов, выявлять зоны риска интенсификации береговых процессов при хозяйственном освоении ВЗ;

– морфометрические карты (вертикального и горизонтального расчленения земной поверхности, крутизны и экспозиции склонов, показателей эрозионной сети (I, a, P и др.)), созданные на основе съемок с БЛА, позволяют получить количественные показатели, характеризующие эрозионные процессы в ВЗ;

– съемки с БЛА, обработка и анализ материалов с использованием инструментария программ Agisoft PhotoScan и ArcGIS являются наиболее перспективным методом мониторинга эрозионных процессов, позволяющим без проведения трудоемких инструментальных съемок определять комплекс морфологических и морфометрических показателей (типы оврагов, их протяженность и ширина, превышение вершины над устьем, крутизна, длина и экспозиция склонов, водосборные площади, объемы и другие характеристики), обязательных при оценке состояния ВЗ. Кроме того, сравнение материалов съемок разных сроков позволяет выявить тенденции развития как отдельных эрозионных форм, так и всей овражно-балочной сети ВЗ в целом.

#### Литература

1. Косолапов А.Е., Скрипка Г.И., Беспалова Л.А., Ивлиева О.В., Филатов А.А. Исследование морфологических и морфометрических особенностей берегов Цимлянского водохранилища с использованием беспилотных летательных аппаратов и ГИС-технологий // Аридные экосистемы. 2018. № 3 (24). С. 36–42.
2. Миронова Е.А. Овражность территории СССР // Геоморфология. 1971. № 3. С. 25–35.
3. Молодкин П.Ф. Антропогенное рельефообразование степных равнин. Ростов н/Д.: Изд-во Ростовского ун-та, 1992. 144 с.
4. Современные аспекты изучения эрозионных процессов. Новосибирск: Наука, 1980. 296 с.

5. Тимофеев Д.А. Геоморфологические и палеогеоморфологические аспекты проблемы эрозии почв // Геоморфология. 1988. № 2. С. 14–28.

6. Величко А.А. О некоторых морфометрических различиях между оврагом, балкой и речной долиной // Вопросы географии. 1959. № 46. С. 199–202.

7. Брауде И.Д. Закрепление и освоение оврагов, балок и крутых склонов. М.: Колос, 1959. 283 с.

8. Дадахожаев А., Мамджонов М.М., Хайдаров Ш.Э. Оценка пораженности территории овражной эрозией и интенсивности роста оврагов Наманганских Адыров // Science Time. 2018. № 4 (52). С. 95–99.

#### References

1. Kosolapov A.E., Skripka G.I., Bepalova L.A., Ivlieva O.V., Filatov A.A. (2018). Investigation of the morphological and morphometric features of the shores of the Tsimlyansk reservoir using unmanned aerial vehicles and GIS technologies. *Aridnye ekosistemy*, No. 3 (24), pp. 36–42. (in Russian).
2. Mironova E.A. (1971). Ravine of the territory of the USSR. *Geomorfologiya*, No. 3, pp. 25–35. (in Russian).
3. Molodkin P.F. (1992). *Anthropogenic relief formation of the steppe plains*. Rostov-on-Don, Rostov University Press, 144 p. (in Russian).
4. *Modern aspects of studying erosion processes*. (1980). Novosibirsk, Nauka Publ., 296 p. (in Russian).
5. Timofeev D.A. (1988). Geomorphological and paleogeomorphological aspects of the problem of soil erosion. *Geomorfologiya*, No. 2, pp. 14–28. (in Russian).
6. Velichko A.A. (1959). On some morphometric differences between a ravine, a gully and a river valley. *Voprosy geografii*, No. 46, pp. 199–202. (in Russian).
7. Braude I.D. (1959). *Consolidation and development of ravines, gullies and steep slopes*. Moscow, Kolos Publ., 283 p. (in Russian).
8. Dadahozhaev A., Mamadzhonov M.M., Khaidarov Sh. E. (2018). Assessment of the area affected by gully erosion and the growth rate of ravines in the Namangan Adyrs. *Science Time*, No. 4 (52), pp. 95–99. (in Russian).

УДК 551.501.721

doi 10.18522/1026-2237-2021-1-89-98

## ОЦЕНКА МЕТОДОВ РАСЧЕТА ЗНАЧЕНИЙ СУММАРНОЙ СОЛНЕЧНОЙ РАДИАЦИИ ДЛЯ РАЗЛИЧНЫХ ИНТЕРВАЛОВ ВРЕМЕНИ

© 2021 г. Ю.Ю. Ткаченко<sup>1</sup>, В.В. Латун<sup>2</sup>, В.И. Денисов<sup>2</sup><sup>1</sup>Кубанский государственный аграрный университет, Краснодар, Россия,<sup>2</sup>Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону, Россия

## ESTIMATION OF METHODS OF CALCULATION OF VALUES OF TOTAL SOLAR RADIATION FOR DIFFERENT TIME INTERVALS

Yu.Yu. Tkachenko<sup>1</sup>, V.V. Latun<sup>2</sup>, V.I. Denisov<sup>2</sup><sup>1</sup>Kuban State Agrarian University, Krasnodar, Russia,<sup>2</sup>Southern Federal University, Rostov-on-Don, Russia

Ткаченко Юрий Юрьевич – кандидат географических наук, профессор, кафедра строительства и эксплуатации водохозяйственных объектов, факультет мелиорации, Кубанский государственный аграрный университет, ул. Калинина, 13, г. Краснодар, 350044, Россия, e-mail: yuyut23@mail.ru

Yuri Y. Tkachenko - Candidate of Geography, Professor, Department of Construction and Operation of Water Management, Faculty of Melioration, Kuban State Agrarian University, Kalinina St., 13, Krasnodar, 350044, Russia, e-mail: yuyut23@mail.ru

Латун Владимир Владимирович – кандидат географических наук, доцент, кафедра социально-экономической географии и природопользования, Институт наук о Земле, Южный федеральный университет, ул. Зорге, 40, г. Ростов-на-Дону, 344103, Россия, e-mail: vlatun@yandex.ru

Vladimir V. Latun - Candidate of Geography, Associate Professor, Department of Socio-Economic Geography and Nature Management, Institute for Earth Sciences, Southern Federal University, Zorge St., 40, Rostov-on-Don, 344090, Russia, e-mail: vlatun@yandex.ru

Денисов Валерий Иванович – кандидат географических наук, доцент, кафедра социально-экономической географии и природопользования, Институт наук о Земле, Южный федеральный университет, ул. Зорге, 40, г. Ростов-на-Дону, 344090, Россия, e-mail: denisovgeo@yandex.ru

Valeriy I. Denisov - Candidate of Geography, Associate Professor, Department of Socio-Economic Geography and Nature Management, Institute for Earth Sciences, Southern Federal University, Zorge St., 40, Rostov-on-Don, 344090, Russia, e-mail: denisovgeo@yandex.ru

Представлены результаты оценки ряда методов расчета суммарной, рассеянной и прямой радиации. Методы были проверены на актинометрических данных восьми станций бывшего СССР, расположенных в различных климатических и широтных зонах, с целью уточнения пространственных границ их применения и интервала времени, для которого возможно проводить расчеты с погрешностью не более 10 %. Установлено, что на точность расчетов оказывает влияние расположение станции по отношению к морям и озерам.

Кроме этого, в ряде методов не учитываются ярус и форма облачности, поэтому при одном и том же количестве облачности наблюдаются различные значения суммарной радиации, что, в свою очередь, приводит к ошибкам при расчетах сумм радиации. Для станций с высокой прозрачностью атмосферы, незначительной влажностью воздуха расчетные методы дают заниженные данные по сравнению с натурными. Для станций с высокой запыленностью приземного слоя атмосферы расчетные данные завышены.

Для морских и озерных станций завышение расчетных данных вызвано повышенной влажностью воздуха в течение всего года, вследствие этого даже при небольшой облачности поступающая солнечная радиация значительно ослабляется водяным паром.

Рассмотренными методами можно производить расчет месячных значений суммарной радиации с точностью 10–12 %. Расчет для более коротких интервалов времени приводит к возрастанию ошибок расчета. Использование метода расчета суммарной радиации по составляющим дает ошибку при вычислениях месячных сумм от 10 до 30 % в зависимости от широты. Проведение расчетов с помощью этого метода для интервалов времени меньше месяца приводит к резкому увеличению ошибок.

**Ключевые слова:** солнечная радиация, методы расчета, месячные суммы суммарной радиации, прямая радиация, рассеянная радиация, погрешности расчетов.

*The article presents the results of evaluation of a number of methods for calculating total, scattered and direct radiation. The methods were tested on actinometric data of eight stations of the former USSR, located in different climatic and latitudinal zones, in order to clarify the spatial boundaries of their application and the time interval for which it is possible to carry out calculations with an error of not more than 10 %.*

*It is established that the accuracy of calculations is influenced by the location of the station in relation to the seas and lakes.*

*In addition, a number of methods do not take into account the tier and shape of the cloud, so at the same amount of cloud observed different amounts of total radiation, which in turn leads to errors in the calculation of the amounts of radiation. For stations with high atmospheric transparency and low air humidity, the calculation methods provide understated data compared to full-scale ones. For stations with high dust content of the surface layer of the atmosphere, the calculated data are overstated.*

*For marine and lake stations, overestimation of the calculated data is caused by increased humidity throughout the year and as a result, even with a small cloud cover, incoming solar radiation is significantly weakened by water vapor.*

*The considered calculation methods can be used to calculate monthly amounts of total radiation with an accuracy of 10-12 %. Calculation for shorter time intervals leads to an increase in calculation errors. Using the method of calculating the total radiation components gives an error in the calculation of monthly amounts from 10 to 30 %, depending on the latitude. Performing calculations using this method for time intervals less than a month leads to a sharp increase in the size of errors.*

**Keywords:** solar radiation, calculation methods, monthly sums of total radiation, direct radiation, scattered radiation, calculation errors.

Солнечная энергия является одним из главных климатообразующих факторов. Это основной источник энергии для всех процессов, происходящих на земной поверхности и в ее атмосфере. Благодаря солнечной энергии происходит круговорот воды в природе. Воздушные массы, которые постоянно перемещаются в атмосфере за счет солнечной энергии, обеспечивают обмен теплом и влагой между различными участками земной поверхности.

Благодаря солнечной энергии возможно сельскохозяйственное производство, при этом большое значение имеют данные о суммах радиации, получаемых поверхностью за сутки, месяц, вегетационный период, год.

В строительстве и архитектуре солнечная радиация является важнейшим средовым фактором – от нее зависят ориентация зданий, их конструктивные решения и многие другие особенности.

В последнее время активно развивается альтернативная энергетика. Солнечная энергия – один из самых мощных видов альтернативных источников энергии. Эффективность практического использования солнечной энергии во многом зависит от того, насколько точно при проектных разработках были учтены закономерности и конкретные данные о приходе солнечной радиации.

В общем случае информация о потоках солнечной радиации и суммарной падающей энергии может быть получена следующими способами:

– аналитическим, когда необходимые параметры для конкретной географической точки определяются расчетным путем;

– непосредственными (обычно непродолжительными) измерениями на месте;

– многолетними измерениями по единой методике на метеостанциях, результаты которых аккумулированы в климатических справочниках и базах данных.

Основным источником исходной актинометрической информации являются климатические справочники и базы данных многолетних метеорологических наблюдений на метеостанциях. В СССР основными источниками актинометрических данных являлись справочники по климату СССР [1–6]. В России при достаточно разветвленной сети метеорологических станций количество метеостанций, ведущих актинометрические измерения, весьма ограничено. Так, по данным ГГО им. А.И. Воейкова, в 1997 г. на территории России действовали 129 актинометрических станций, однако далеко не все результаты их измерений были обобщены в упомянутых выше климатических справочниках. Малая плотность размещения существующих станций осложняет получение надежных данных о распределении солнечной радиации по территории страны [3].

Аналитические способы определения значений солнечной радиации в существующей литературе по актинометрии представлены большим количеством разнообразных методов. Они применимы, но каждый из них имеет определенную погрешность.

В настоящее время для расчета значения суммарной радиации предложены и наиболее широко применяются методики, использующие в качестве входных данных доступные метеорологические характеристики, позволяющие рассчитывать суммы радиации практически для любого интересующего пункта. Однако учет только метеорологических параметров не позволяет добиться большой точности

и ограничивает интервал времени, для которого возможно применение данных методик. Увеличение входных данных за счет характеристик прозрачности атмосферы, высоты солнца, некоторых актинометрических данных ограничивает пространственную возможность применения расчетных методов и одновременно повышает трудоемкость вычисления, причем не всегда это влечет за собой повышение точности расчетов.

В этой работе представлены результаты оценки ряда методов расчета суммарной, рассеянной и прямой радиации по данным актинометрических станций, расположенных в различных климатических зонах. Определены условия, оказывающие влияние на точность расчетов, и уточнены интервалы времени, для которых возможен расчет данными методами с ошибкой не более 10 %.

### Расчетные методы. Входные данные

Для расчета сумм суммарной радиации существует целый ряд расчетных методов. Их можно разделить на три основных типа:

$$1. \sum Q_d = \sum Q_b \cdot f(n). \quad (1)$$

$$2. \sum Q_d = \sum Q_b \cdot f(\tau_s). \quad (2)$$

$$3. \sum Q_d = f(\tau_s), \quad (3)$$

где  $\sum Q_d$  – действительные суммы суммарной радиации;  $\sum Q_b$  – возможные суммы суммарной радиации;  $n$  – количество облачности, доли единицы;  $\tau_s$  – относительная продолжительность солнечного сияния, доли от возможного;  $\tau_s$  – абсолютная продолжительность солнечного сияния.

Первый тип методов можно, в свою очередь, подразделить еще на две группы.

К первой группе относятся методы расчета по общей облачности:

– формула Берлянд [7]:

$$\sum Q_d = \sum Q_b \cdot (1 - (a + bn) \cdot n), \quad (4)$$

где  $a$  и  $b$  – коэффициенты;

– формула Блэка:

$$\sum Q_d = \sum Q_a \cdot (0,80 - 0,34n - 0,40n^2), \quad (5)$$

где  $Q_a$  – суммарная радиация при абсолютной прозрачности атмосферы.

При расчетах по формулам (4) и (5) в качестве входных параметров используются данные по общей облачности, что позволяет производить расчет значений суммарной радиации практически для любого пункта, где производятся наблюдения за облачностью.

Во вторую группу входят комбинированные методы расчета, использующие данные об общей и нижней облачности:

– формула Альбрехта:

$$\sum Q_d = \sum Q_b \cdot \{1 - [1 - (0,615 + 0,157 \frac{n}{n_n}) \times \varphi(h_n)] \cdot n\}, \quad (6)$$

где  $n_n$  – количество нижней облачности, доли единицы;  $\varphi(h_n)$  – функция пропускания радиации облаками;

– формула Бернгарда и Филиппса:

$$\sum Q_d = \frac{\sum S_b}{\sum S_a - \sum S_b} \cdot [\sum S_a - \sum S_b + \sum D_b \cdot (\frac{\sum S_a}{\sum S_b} - 1)] \cdot [\frac{\sum Q_b(1-n) + \sum Q_{10} \cdot n}{\sum Q_b}], \quad (7)$$

где  $\sum S_a$  – суммы солнечной радиации при абсолютной прозрачности атмосферы;  $\sum S_b$  – возможные суммы прямой радиации;  $\sum D_b$  – возможные суммы рассеянной радиации;  $\sum Q_{10}$  – суммы радиации при пасмурном небе;

– формула Аверкиева:

$$\sum Q_d = 0,96 \cdot \sum Q_b \left[1 - k_n \left(\frac{n+n_n}{2}\right)\right] \cdot \frac{1}{1-A\gamma}, \quad (8)$$

где  $k_n$ ,  $\gamma$  – эмпирические коэффициенты;  $A$  – альбедо подстилающей поверхности.

В формулах (6)–(8), кроме входных данных об облачности, используются еще возможные суммы прямой  $\sum S_b$ , рассеянной  $\sum D_b$  и суммарной радиации в условиях сплошной облачности  $\sum Q_{10}$ , а также функция пропускания радиации облачностью, эмпирические коэффициенты  $k_n$ ,  $\gamma$ . Такое увеличение количества входных параметров влечет за собой повышение затрат труда на вычисление, и, кроме того, широкому применению формул (6)–(8) препятствует трудность получения этих входных параметров.

Ко второму типу методов, где расчет суммарной радиации производится по относительной продолжительности солнечного сияния и общей облачности, относятся:

– формула Онгстрема:

$$\sum Q_d = \sum Q_b (a + b \cdot \frac{\tau_s}{\tau_{sb}}), \quad (9)$$

где  $\tau_s$  – продолжительность солнечного сияния;  $\tau_{sb}$  – возможная продолжительность солнечного сияния;  $a$  и  $b$  – коэффициенты;

– формула Савинова – Онгстрема:

$$\sum Q_d = \sum Q_b [1 - (1 - k) \cdot n_i], \quad (10)$$

где  $n_i = \frac{1-\tau_s+n}{2}$ ;  $k$  – коэффициент.

Кроме перечисленных входных данных, в формулах (4)–(10) используются данные о возможных значениях суммарной радиации  $\sum Q_b$ . Эти величины являются мало варьирующими, и в настоящее время значения  $\sum Q_b$  табулированы по широтной сетке. Кроме того, средние значения возможного количества суммарной радиации приведены в Справочнике по климату СССР [2]. Аналогично для возможных сумм прямой  $\sum S_b$  и рассеянной радиации  $\sum D_b$ .

К третьему типу можно отнести методы расчета сумм радиации по абсолютной продолжительности солнечного сияния: формула Сивкова [8]:

$$\sum Q = 49 \cdot \tau_s^{1,31} \cdot 10^{-4} + 10,5(\sin h_n). \quad (11)$$

Для расчета по этой формуле в качестве входной информации необходимо иметь данные об абсолютной продолжительности солнечного сияния  $\tau_s$  и полуденной высоте солнца  $h_n$  для интересующего пункта на 15-е число данного месяца.

### Погрешности расчета суммарной радиации. Интервал времени расчета

По данным исследований С.И. Сивкова [8], К.Я. Кондратьева [9], формулы (6)–(8) хотя и имеют сложный вид и используют большое количество входных параметров, но лишены преимуществ в отношении точности перед более простыми. Использование этих методов эмпирических параметров и функций затрудняет их пространственное применение, так как числовые параметры, входящие в данные формулы, зависят от широты и сезона.

В формулах (9), (10), по данным тех же авторов, коэффициенты  $a$ ,  $b$ ,  $k_n$  зависят от форм облаков и их вертикальной мощности и, соответственно, подвержены изменчивости. Такая изменчивость коэф-

фициентов в зависимости от географических условий и сезона ограничивает применение их для обширных территорий и коротких промежутков времени (месяц, декада, сутки). Наименьшую погрешность расчета суммарной радиации, по данным С.И. Сивкова [8] и К.Я. Кондратьева [9], можно получить, применяя формулы (4) и (11). Эти формулы удобны в применении, минимум входной информации облегчает расчет. Формула (11) может быть представлена в виде номограммы. Данные методы были проверены с использованием актинометрических данных восьми станций бывшего СССР, расположенных в различных климатических и широтных зонах, с целью уточнения пространственных границ их применения и интервала времени, для которого возможно проводить расчеты с погрешностью не более 10 %.

Проверка формулы Берлянд показала явную зависимость точности расчетов от широты местности (рис. 1). Для станций, расположенных южнее  $45^\circ$  с.ш., зависимость абсолютных ошибок  $\Delta Q$ ,  $\frac{\text{ккал}}{\text{см}^2 \cdot \text{мес}}$ , от времени имеет выраженный сезонный ход с максимумом в апреле-мае и минимумом в июле-августе. Для станций, расположенных севернее  $47^\circ$  с.ш., расчеты показывают систематическое занижение расчетных величин по сравнению с натурными практически весь год (рис. 1).

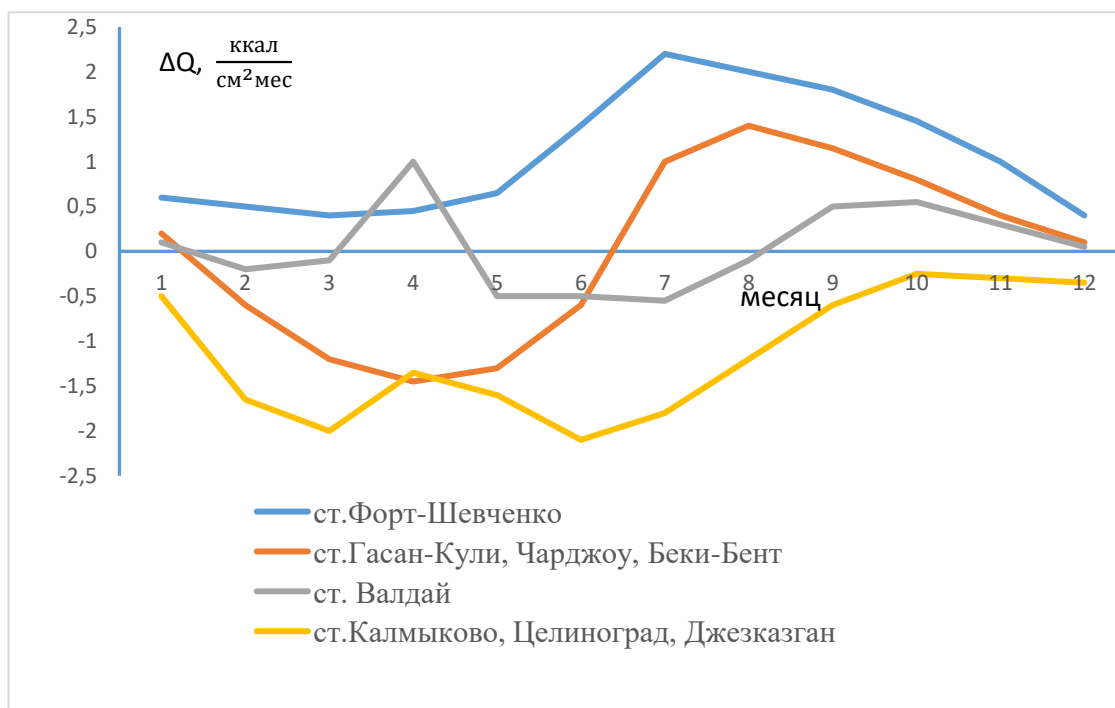


Рис. 1. Осредненный годовой ход абсолютных ошибок ( $\Delta Q$ ) расчетов месячных значений суммарной радиации по формуле Берлянд / Fig. 1. Averaged annual variation of absolute errors ( $\Delta Q$ ) in calculating monthly values of total radiation using Berlyand formula

На точность расчетов оказывает влияние расположение станции по отношению к морям и озерам. Для станции Форт-Шевченко полученные месячные данные суммарной радиации завышены. Такие расхождения между вычислениями и действительными суммами радиации связаны с тем, что в формуле Берлянд расчет ведется по методу Украинцева, а следовательно, представляют собой  $\sum Q_B$  для условной атмосферы при максимальной прозрачности, т.е. являются завышенными. Это завышение компенсируется эмпирическими коэффициентами  $a$  и  $b$ , которые в среднем для широт  $0-60^\circ$  с.ш. составляют  $\approx 0,38$  [8]. Таким образом, возможные значения для широтного пояса  $0-60^\circ$  с.ш. занижены на постоянную величину и нет учета характеристик прозрачности атмосферы для различных климатических зон, расположенных на этих широтах.

В формуле Берлянд не учитываются ярус и форма облачности. Ослабление потока суммарной радиации облачностью одного яруса, но различных форм, может существенно различаться [9]. Для  $A_c$  эта величина составляет 38, а для  $A_s$  – 63 %.

Поэтому при одинаковой облачности наблюдаются различные значения суммарной радиации, что, в свою очередь, приводит к ошибкам при расчетах сумм радиации по формуле (4). Для станций с высокой прозрачностью атмосферы, незначительной влажностью воздуха (Целиноград (сейчас Нур-Султан), Калмыково (сейчас Тайпак), Джезказган (сейчас Жезказган)) формула Берлянд работает на занижение расчетных данных по сравнению с фактическими.

Для станций Туркмении и юга Казахстана в первой половине года занижение расчетных данных обусловлено повышенной прозрачностью атмосферы, а во второй половине года, вследствие высокой запыленности приземного слоя атмосферы, расчетные данные завышены.

Для морских и озерных станций завышение расчетных данных вызвано повышенной влажностью воздуха в течение всего года, поэтому даже при небольшой облачности поступающая солнечная радиация значительно ослабляется водяным паром (рис. 2).

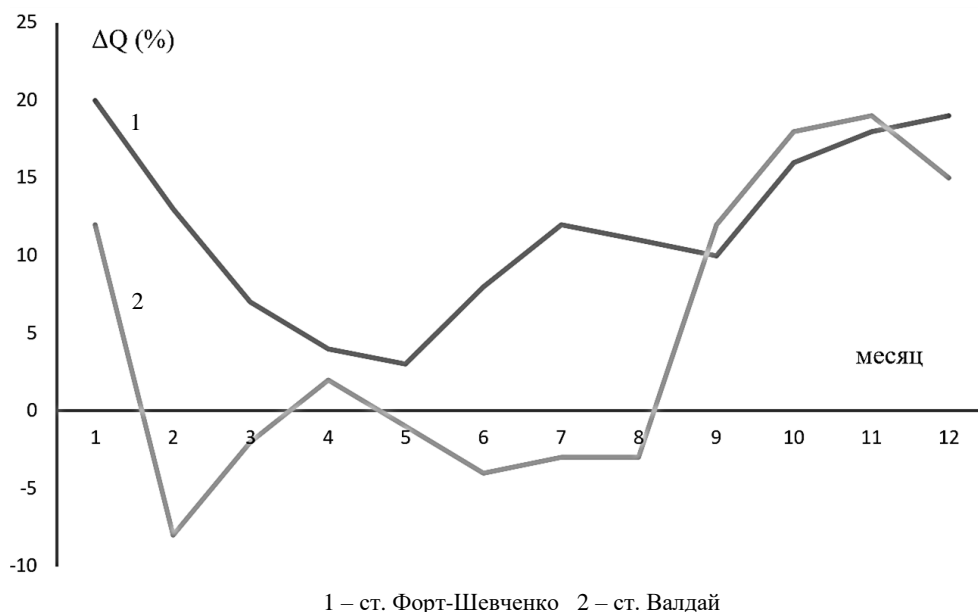


Рис. 2. Годовой ход средней относительной ошибки расчета  $\Delta Q$ , % по формуле Берлянд /  
Fig. 2. Annual variation of average of relative error in calculating  $\Delta Q$ , %, using Berlyand formula

Зависимость абсолютных ошибок  $\Delta Q$ ,  $\frac{\text{ккал}}{\text{см}^2 \cdot \text{мес.}}$ , от полуденной высоты солнца  $h_0$  отмечена для станций, расположенных севернее  $48^\circ$  с.ш., с ростом высоты солнца происходит увеличение абсолютной ошибки в отрицательную область. Для станций южной зоны, в частности в Средней Азии, какого-либо однозначного возрастания  $\Delta Q$  с увеличением полуденной высоты солнца не отмечено.

Наилучшую согласованность расчетных данных с натурными дает формула Сивкова на основе результатов наблюдений за продолжительностью солнечного сияния. Максимальные расхождения наблюдаются в переходные месяцы, когда атмосферные процессы еще неустойчивы, среднемесячное количество общей облачности составляет более 7 баллов, основной вклад в суммарную радиацию приходится на долю рассеянной.

Сопоставление рассмотренных выше методов расчета количества суммарной радиации как по характеристикам облачности, так и по абсолютной продолжительности солнечного сияния показывает, что все они имеют точность одного и того же порядка. Формулы (4), (11) дают удовлетворительные результаты при расчетах средних многолетних месячных сумм, ошибки не превышают 10 %.

При переходе к расчету месячной суммарной радиации определенного года ошибки составляют 11–12 %, а для отдельных месяцев (март, сентябрь) погрешности достигают 17–19 % (табл. 1). Применение этих методов для расчета суточных значений приводит к совершенно неудовлетворительным результатам, ошибки составляют 45–47 %.

Таблица 1

Среднемесячная относительная ошибка расчета  $\Delta Q$  по формуле Берлянд (4), %  
/ Monthly average error in calculating  $\Delta Q$  using Berlyand formula, %

Группа станций	Широта	Характеристика климата	Станция	Средняя относительная ошибка расчета $\Delta Q$											
				Месяц											
				I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
I	37°28 с.ш.	Сухой	Гасан-Кули (Эсенгулы)	3	-3	-8	-11	-2	2	6	6	10	3	6	3
	39°00 с.ш.	Сухой	Бекибент	7	1	-1	-9	-4	3	6	8	8	6	5	2
	39°04 с.ш.	Сухой	Чарджоу (Туркменабад)	2	-6	-12	-13	-6	2	7	4	5	2	2	11
	44°30 с.ш.	Увлажненный	Форт-Шевченко	20	12	6	3	2	9	13	12	10	16	18	19
II	47°08 с.ш.	Сухой	Джезказган (Жезказган)	-15	-10	-14	-6	-9	-4	-4	0	-1	-2	-5	-2
	49°00 с.ш.	Сухой	Калмыково (Тайпак)	-15	-18	-24	-12	-14	-11	-6	-3	-6	-9	-7	-9
III	51°08 с.ш.	Сухой	Целиноград (Нур-Султан)	-20	-25	-24	-13	-13	-15	-15	-15	-7	-10	-15	-20
	57°59 с.ш.	Изб. увлажненный	Валдай	13	-9	-2	2	-1	-5	-4	-4	12	19	21	15

### Расчет суммарной радиации по составляющим

Расчет значений суммарной радиации можно производить по составляющим, как сумму прямой и рассеянной радиации.

Для расчета прямой радиации в настоящее время наиболее широко применяются:

– формула Копылова:

$$\sum S_d = \sum S_b \cdot \left(0,97 - \frac{n+n_n}{2}\right) \quad (12)$$

или

$$\sum S_d = \sum S_b \cdot \left(1 - \frac{n+n_n}{2} - k\right); \quad (12a)$$

– формула Сивкова:

$$\sum S_d = \sum S_b (1 - 0,6n - 0,4n_n). \quad (13)$$

Остальные методы расчета сумм прямой радиации являются вариантами (12), (13).

В качестве исходных данных в формулах Сивкова и Копылова применяются сведения о количестве общей и нижней облачности. Данные о возможных суммах прямой радиации табулированы по широту аналогично значениям суммарной радиации. Рассматриваемые методы также проверялись на материалах актинометрических станций. Точность расчета месячных сумм прямой радиации в первую

очередь зависит от широты места. На южных станциях (южнее 45° с.ш.) завышение расчетных данных над натурными наблюдается до высоты солнца 55° в периоды, когда на этих станциях среднемесячное количество облачности составляет пять и более баллов и приход прямой радиации заниженный. С увеличением полуденной высоты солнца (летний период) среднемесячная облачность равна 0–2 балла и расчетные данные близки к действительным суммам.

Для станций, расположенных севернее 47° с.ш. (Целиноград (Нур-Султан), Джезказган (Жезказган), Калмыково (Тайпак), Валдай), удовлетворительная точность расчетов по формулам Сивкова и Копылова достигается при высоте солнца от 25 до 55°. С дальнейшим ростом высоты солнца (более 55°) расчетные данные занижены по отношению к натурным. В холодное полугодие (полуденная высота солнца не превышает 25°) относительные ошибки вследствие уменьшения прихода прямой радиации значительно возрастают и составляют 25–30 % (табл. 2, 3).

Такого же порядка погрешности в расчетах по этим формулам получены А.А. Николаевым [10]. Им были сделаны расчеты для пяти станций Среднего Поволжья с целью оценить возможность рас-



чета прямой радиации. Сравнение полученных результатов с реальными значениями показывает, что наименьшее отклонение дает формула (12а), но и в этом случае расчетные значения в период сентябрь – август намного отличаются от реальных, разность достигает более 20 % [10].

Для морской станции Форт-Шевченко вычисленные данные завышены по отношению к действительным вследствие неучета повышенной влажности воздуха во все месяцы. Относительные ошибки в теплый период года составляют 18–20 % (табл. 2, 3).

Таблица 2

Среднемесячная относительная ошибка расчета  $\Delta S$  по формуле Копылова, %  
/ Monthly average error in calculating  $\Delta S$  using Kopylov formula, %

Группа станций	Широта	Характеристика климата	Станция	Средняя относительная ошибка расчета $\Delta S$											
				Месяц											
				I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
I	37°28 с.ш.	Сухой	Гасан-Кули (Эсенгулы)	22	12	7	5	1	-1	-3	-4	6	3	16	17
	39°00 с.ш.	Сухой	Бекибент	22	-7	14	9	3	0	1	-2	4	8	8	16
	39°04 с.ш.	Сухой	Чарджоу (Туркменабад)	9	5	12	7	0	1	1	4	4	6	11	15
	44°30 с.ш.	Увлажненный	Форт-Шевченко	53	22	21	22	19	20	21	21	16	28	28	43
II	47°08 с.ш.	Сухой	Джезказган (Жезказган)	4	0	-2	1	-7	-8	-10	-4	-4	2	6	10
	49°00 с.ш.	Сухой	Калмыково (Тайпак)	23	3	0	-3	-6	-9	-3	1	4	3	6	15
III	51°08 с.ш.	Сухой	Целиноград (Нур-Султан)	28	3	-4	-1	-8	-16	-18	-14	-3	-4	9	20
	57°59 с.ш.	Изб. увлажненный	Валдай	55	32	29	17	-9	5	2	16	28	28	21	62

Таблица 3

Среднемесячная относительная ошибка расчета  $\Delta S$  по формуле Сивкова, %  
/ Monthly average error in calculating  $\Delta S$  using Sevkov formula, %

Группа станций	Широта	Характеристика климата	Станция	Средняя относительная ошибка расчета $\Delta S$											
				Месяц											
				I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
I	37°28 с.ш.	Сухой	Гасан-Кули (Эсенгулы)	22	14	8	5	2	2	0	0	9	5	20	19
	39°00 с.ш.	Сухой	Бекибент	22	-8	15	8	2	1	3	0	6	10	8	15
	39°04 с.ш.	Сухой	Чарджоу (Туркменабад)	10	5	9	4	0	2	3	7	6	8	12	17
	44°30 с.ш.	Увлажненный	Форт-Шевченко	60	27	23	22	14	19	22	22	18	31	32	50
II	47°08 с.ш.	Сухой	Джезказган (Жезказган)	6	2	0	2	-6	-6	-8	-2	-2	7	7	12
	49°00 с.ш.	Сухой	Калмыково (Тайпак)	28	3	0	-3	-6	-9	-2	4	4	3	7	19
III	51°08 с.ш.	Сухой	Целиноград (Нур-Султан)	25	2	-2	-1	-8	-16	-16	-12	-2	-1	13	19
	57°59 с.ш.	Изб. увлажненный	Валдай	63	36	33	20	10	6	4	17	33	38	42	75

Для расчета сумм рассеянной радиации в настоящее время используется формула Савинова:

$$\sum D_d = \sum D_b \cdot (1-n) + kn_1 \sum Q_b, \quad (14)$$

где  $k$  – эмпирический коэффициент, зависящий от широты;  $n_1$  – показатель пасмурности неба;  $n_1 = \frac{1-\tau_s + n}{2}$ , где  $n$  – количество облачности, доли единицы;  $\tau_s$  – относительная продолжительность солнечного сияния, доли от возможного.

Для расчета по методу Савинова необходимо иметь данные о количестве общей облачности и продолжительности солнечного сияния. Результаты проверки показали, что вычисленные значения получаются заниженными для всех станций, кроме ст. Валдай, в течение всего года. С ростом полуденной высоты солнца величина абсолютной ошибки возрастает (рис. 3).

Несоответствие рассчитанных месячных сумм рассеянной радиации действительным объясняется несколькими причинами. Во-первых, тем, что закономерности изменения потока рассеянной радиации в зависимости от степени облачности при неизменной высоте солнца неодинаковы для различных

форм облаков. При наличии 5-балльной перистой облачности поток рассеянной радиации при высоте солнца  $40^\circ$  и широте места  $60^\circ$  с.ш. составляет  $0,075$  ккал/см<sup>2</sup> мин, а в случае 5-балльной кучево-дождевой облачности поток рассеянной радиации увеличивается до  $0,2$  ккал/см<sup>2</sup> мин.

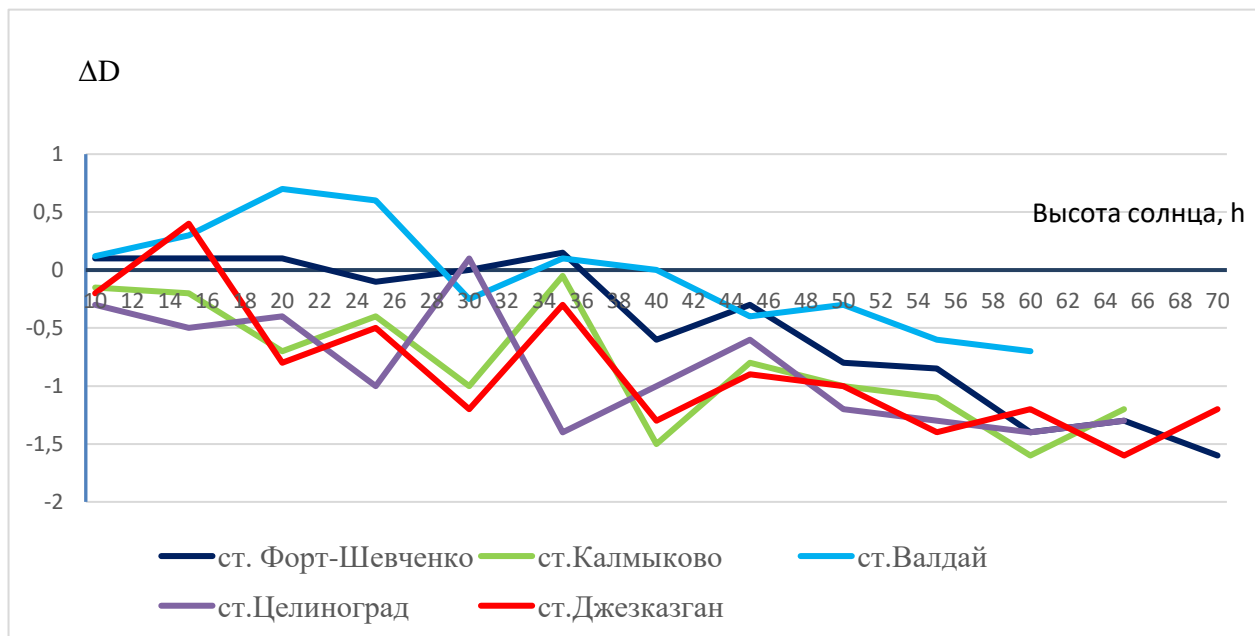


Рис. 3. Зависимость абсолютных ошибок  $\Delta D$ ,  $\frac{\text{ккал}}{\text{см}^2 \cdot \text{мес}}$ , расчета месячных сумм рассеянной радиации от полуденной высоты солнца  $h$  / Fig. 3. Dependence of absolute errors  $\Delta D$ ,  $\frac{\text{kcal}}{\text{cm}^2 \cdot \text{month}}$ , in calculating monthly sums of scattered radiation on the midday solar altitude  $h$

Неучет существенной зависимости рассеянной радиации от форм облачности в методике Савинова приводит, таким образом, к относительной ошибке расчетов, в отдельные месяцы она достигает 20 %.

Во-вторых, возможные суммы  $\sum D_v$ , ккал/см<sup>2</sup> мес., применяемые к формуле (14), не отражают в полной мере климатических особенностей и характеристик подстилающих поверхностей для районов, расположенных на одной широте, поскольку согласно формуле для одной и той же широты  $\sum D_v$ , ккал/см<sup>2</sup> мес. является величиной постоянной.

Кроме того, в переходные месяцы альbedo подстилающей поверхности может значительно меняться, что, в свою очередь, существенно сказывается на действительных суммах рассеянной радиации. Недоучет влияния альbedo подстилающей поверхности на суммы рассеянной радиации приводит к ошибкам до 10 %.

На основании проведенных вычислений и анализа установлено, что минимальный интервал времени, для которого можно проводить расчеты рассматриваемыми методами (12)–(14), – месяц.

При расчете месячных сумм прямой радиации формулы (12), (13) дают результаты с ошибкой в пределах допустимой (10 %). Исключениями являются январь, февраль, ноябрь и декабрь, где ошибки достигают 30 %. Для станций Форт-Шевченко, Валдай ошибки в эти месяцы достигают 60 % (табл. 2 и 3). При расчете месячных сумм рассеянной радиации формула (14) дает заниженные результаты в течение всего года для станций Калмыково, Дзезказган, Целиноград с ошибкой 20–25 %. Для станций Валдай, Форт-Шевченко результаты вычислений занижены в теплое время года, и ошибки составляют для Валдая – 10 %, а для станции Форт-Шевченко – 25–30. В холодный период года для этих станций ошибки имеют положительный знак и составляют 40 и 10 % соответственно.

При объединении формул (12) и (14) и (13) и (14) для расчета месячных значений суммарной радиации получались удовлетворительные результаты, если ошибки при расчетах  $\sum S$  и  $\sum D$  имели разные знаки, и в общей сумме они компенсировались. Это характерно для станций Валдай и Форт-Шевченко.

Для станций Целиноград, Калмыково, Джебказган ошибки при расчетах сумм прямой и рассеянной радиации имели один знак, и результаты, полученные при вычислениях сумм суммарной радиации, имели ошибки значительно большие – до 30 %. Выявленная зависимость результатов расчета от широты и особенностей климата накладывает ограничения на применение метода расчета сумм суммарной радиации по составляющим.

### Расчет количества суммарной радиации для коротких интервалов времени

Существующие в настоящее время методы расчета действительных значений суммарной радиации для реальной атмосферы как по характеристикам облачности, так и по продолжительности солнечного сияния, а также по составляющим позволяют рассчитывать месячные суммы радиации с ошибкой 10–12 %. Применение этих методов для более коротких интервалов времени приводит к резкому возрастанию ошибок расчета.

Повышение точности расчета сумм радиации, по данным С.И. Сивкова [8], возможно при учете дневного хода продолжительности солнечного сияния, данные по которому имеются в таблицах обработки записей гелиографов как для месяца в целом, так и для каждого отдельного дня.

Для расчетов суточной суммарной радиации предлагается формула (11), при этом используются данные гелиографа за каждый час и синус высоты солнца для середины каждого часового промежутка. Суточные суммы радиации получаются путем сложения часовых сумм. Результаты исследований того же автора [8] показывают, что данные расчетов суточных сумм для Воейково хорошо согласуются с суммами, зарегистрированными на станции.

Проверку этой формулы на более обширном материале провести не удалось из-за отсутствия данных о продолжительности солнечного сияния. Результаты расчетов суточных сумм для станции Валдай показали, что вычисленные для отдельных часовых промежутков суммы радиации во многих случаях заметно отличаются от измеренных.

В условиях облачного неба или дневного хода облачности, отличающегося от среднего, этот метод дает неудовлетворительные результаты.

### Заключение

1. С помощью формул (4)–(10) можно производить расчет месячных значений суммарной радиации с точностью 10–12 %. Расчет для более коротких интервалов времени приводит к возрастанию ошибок расчета.

2. Использование метода расчета суммарной радиации по составляющим дает ошибку при вычислениях месячных сумм от 10 до 30 % в зависимости от широты. Проведение расчетов с помощью этого метода для интервалов времени меньше месяца приводит к резкому увеличению погрешности.

3. Наиболее удовлетворительные результаты при расчете месячных значений суммарной радиации (ошибка в пределах 10 %) дает метод Сивкова (11).

4. Расчет суточных сумм по формуле Сивкова с ошибкой менее 10 % возможен лишь в условиях безоблачного или малооблачного неба. При наличии облачности этот метод дает неудовлетворительные результаты.

5. Расчет часовых сумм суммарной радиации методом Сивкова с целью построения ее внутрисуточного хода показал, что вычисленные для отдельных часовых интервалов суммы радиации имеют погрешность более 45 %.

6. Точность расчета месячных сумм радиации по методам, использующим в качестве входных данных среднемесячное количество облачности (общей или общей и нижней), зависит от широты расположения станции, для которой выполняется расчет. Кроме этого, влияние облачности определяется не только количеством, но и формой. Неучитываемые изменения, связанные с различной повторяемостью форм облачности в различные месяцы, приводят к существенным расхождениям между вычисляемыми и действительными суммами радиации.

7. Точность расчета месячных сумм радиации зависит от расположения станции по отношению к водным объектам (моря, озера).

8. В формуле Берлянд используются возможные суммы, определяемые по методу Украинцева, т.е. завышенные, так как при расчете возможных сумм предполагается наличие повышенной прозрачности атмосферы.

9. В расчетные формулы вида (3) условия прозрачности и их изменение в годовом ходе неявно входят в числовые значения постоянных параметров формул и учитываются ими. Такой учет соответствует определению возможных сумм радиации по средним условиям прозрачности.

10. В результате рассчитанные месячные суммы радиации получаются с систематическими ошибками, тем большими, чем больше принимаемая при вычислении возможных сумм прозрачность атмосферы отличается от действительной в данный период. Эти систематические ошибки могут быть различными по величине и знаку в зависимости от широты или склонения солнца, а также годового хода прозрачности атмосферы для данного пункта наблюдений.

## Литература

1. Пивоварова З.И., Стадник В.В. Климатические характеристики солнечной радиации как источника энергии на территории СССР. Л.: Гидрометеоздат, 1988. 291 с.
2. Справочник по климату СССР. Солнечная радиация, радиационный баланс и солнечное сияние. Л.: Гидрометеоздат, 1967. 124 с.
3. Борисенко М.М., Стадник В.В. Атласы ветрового и солнечного климатов России. СПб.: Изд-во ГГО им. А.И. Воейкова, 1997.
4. Рекомендации по определению климатических характеристик гелиоэнергетических ресурсов на территории СССР. Л.: Гидрометеоздат, 1987. 31 с.
5. Попель О.С., Фрид С.Е., Коломиец Ю.Г., Киселева С.В., Терехова Е.Н. Атлас ресурсов солнечной энергии на территории России. М.: МФТИ, 2010. 83 с.
6. Пивоварова З.И. Радиационные характеристики климата СССР. Л.: Гидрометеоздат, 1977. 355 с.
7. Берлянд Т.Г. Методика климатических расчетов суммарной радиации // Метеорология и гидрология. 1960. № 6. С. 9–12.
8. Сивков С.И. Методы расчета характеристик солнечной радиации. Л.: Гидрометеоздат, 1968. 232 с.
9. Кондратьев К.Я. Актинометрия. Л.: Гидрометеоздат, 1965. 691 с.
10. Николаев А.А. Косвенные методы расчета характеристик солнечной радиации // Вестн. Удмуртского ун-та. 2013. Вып. 1. С. 130–135.

## References

1. Pivovarova Z.I., Stadnik V.V. (1988). *Climatic characteristics of solar radiation as an energy source on the territory of the USSR*. Leningrad, Gidrometeoizdat Publ., 291 p. (in Russian).
2. *Handbook on the climate of the USSR. Solar radiation, radiation balance and solar radiance*. (1967). Leningrad, Gidrometeoizdat Publ., 124 p. (in Russian).
3. Borisenko M.M., Stadnik V.V. (1997). *Atlases of wind and solar climates of Russia*. St. Petersburg, A.I. Voeikov GGO Press. (in Russian).
4. *Recommendations for determining the climatic characteristics of solar energy resources on the territory of the USSR*. (1987). Leningrad, Gidrometeoizdat Publ., 31 p. (in Russian).
5. Popel O.S., Frid S.E., Kolomiets Yu.G., Kiseleva S.V., Terekhova E.N. (2010). *Atlas of solar energy resources in Russia*. Moscow, MPTI Press, 83 p. (in Russian).
6. Pivovarova Z.I. (1977). *Radiation characteristics of the climate of the USSR*. Leningrad, Gidrometeoizdat Publ., 355 p. (in Russian).
7. Berlyand T.G. (1960). Method of climatic calculations of total radiation. *Meteorologiya and gidrologiya*, No. 6, pp. 9-12. (in Russian).
8. Sivkov S.I. (1968). *Methods for calculating the characteristics of solar radiation*. Leningrad, Gidrometeoizdat Publ., 232 p. (in Russian).
9. Kondratiev K.Ya. (1965). *Actinometry*. Leningrad, Gidrometeoizdat Publ., 691 p. (in Russian).
10. Nikolaev A.A. (2013). Indirect methods for calculating the characteristics of solar radiation. *Vestn. Udmurtskogo un-ta*, iss. 1, pp. 130-135. (in Russian)

УДК 528.77

doi 10.18522/1026-2237-2021-1-99-103

## ПРОБЛЕМА ПРОВЕДЕНИЯ ГРАНИЦЫ МЕЖДУ СРЕДНЕГОРЬЕМ И ВЫСОКОГОРЬЕМ НА ПРИМЕРЕ ДЕШИФРИРОВАНИЯ КОСМОСНИМКОВ ПЕРЕДОВОГО ХРЕБТА КАРАЧАЕВО-ЧЕРКЕССИИ

© 2021 г. Л.А. Чагарова<sup>1</sup><sup>1</sup>Карачаево-Черкесский государственный университет имени У.Д. Алиева, Карачаевск, Россия

## THE PROBLEM OF CARRYING OUT THE BORDER BETWEEN THE MIDDLE EAST MOUNTAIN AND THE HIGH ALTITUDE ON THE EXAMPLE OF DECORATING THE AERIAL PHOTOGRAPHS OF THE PEREDOVOY RIDGE, KARACHAY-CHERKESSIA

L.A. Chagarova<sup>1</sup><sup>1</sup>Aliev Karachay-Cherkess State University, Karachaevsk, Russia

Чагарова Лаура Алиевна – кандидат географических наук, доцент, заведующая кафедрой естествознания и методики его преподавания, Карачаево-Черкесский государственный университет имени У.Д. Алиева, ул. Ленина, 29, г. Карачаевск, Карачаево-Черкесская Республика, 369202, Россия, e-mail: Laura-chagarova@mail.ru

Laura A. Chagarova - Candidate of Geography, Associate Professor, Head of the Department of Natural Science and Methods of Its Teaching, Aliev Karachay-Cherkess State University, Lenina St., 29, Karachaevsk, Karachay-Cherkess Republic, 369202, Russia, e-mail: Laura-chagarova@mail.ru

Использованы эмпирические данные и результаты дешифрирования космоснимков типичных участков Передового хребта на территории Карачаево-Черкесской Республики. Морфоструктура Передового хребта формируется в горном рельефе между Главным хребтом на юге и Северо-Юрской депрессией на севере. Горный рельеф, сложная и контрастная литогенная основа, высотно-пооясная дифференциация создают высокое биологическое и ландшафтное разнообразие исследуемой территории.

Составление новых и умеренная эксплуатация существующих туристических комплексов Северного Кавказа невозможны без помощи новых подробных ландшафтных карт. Используя оригинальные опубликованные материалы и собственный опыт, автор исследования предлагает усовершенствованную методику ландшафтного картографирования горных территорий с помощью дешифрирования космofотоснимков.

Полученные данные и выводы могут быть использованы в геоэкологических целях, при мониторинге природной среды, для оптимизации использования природных ресурсов, а также при планировании рекреационного и горнопромышленного освоения высокогорного пояса Передового хребта и подобных ему морфоструктур.

**Ключевые слова:** ландшафтная структура, литогенная основа, горная территория, морфоструктура Передового хребта, граница леса.

The work is based on field research and interpretation of aerial photographs covering typical areas of the Peredovoy ridge. The morphostructure of the Peredovoy ridge is located between the morphostructures of the Glavny ridge in the south and the North Jurassic depression in the north. The main features of the study area are mountainous relief in combination with a complex and contrasting composition of the lithogenic base, different types of altitudinal zonation, which create a high species diversity of biota.

Compilation of new and moderate exploitation of existing tourist complexes of the North Caucasus is impossible without the help of new detailed landscape maps. Using the original published materials and his own experience, the author of the study proposes an improved methodology for landscape mapping for mountain areas using the interpretation of aerial photographs, covering the characteristic areas of the Peredovoy ridge.

*The obtained data and conclusions can be used for geoecological purposes, in monitoring the natural environment, to optimize the use of natural resources, as well as in planning the recreational and mining-industrial development of the high-mountain belt of the Peredovoy ridge and similar morphostructures.*

**Keywords:** *landscape structure, lithogenic basis, mountain landscapes, morphostructure of Peredovoy ridge, forest boundary.*

## Введение

В использовании понятий «низкогорье», «среднегорье» и «высокогорье» иногда наблюдаются разночтения. Для южной части умеренного и субтропического поясов в Северном полушарии можно принять приблизительно следующие высотные границы: низкогорье – до 1000 м, среднегорье – до 2000 м (1500–2000 – высокое среднегорье), высокогорье – более 2000 м. В эти понятия вкладывается и морфологический смысл. И.С. Шукин [1] считает, что к средневысотным горам следует относить горы с округлыми, более или менее куполовидными вершинами, которые не достигали снеговой линии даже во время её понижения в плейстоцене. К высоким горам он относит горы с заостренными в виде пиков вершинами, возвышающимися над снеговой линией сейчас или в прошлом, т.е. испытавшие плейстоценовое оледенение. Такое представление об отличии среднегорья и высокогорья широко распространено. Следуя ему, нужно признать, что граница между среднегорьем и высокогорьем меняется по широте. В Приполярном Урале, например, с максимальными высотами до 1895 м эта граница лежит значительно ниже 2000 м – горы его верхнего яруса относятся к высокогорью.

## Методика исследований

Рассмотрим положение границы между среднегорным и высокогорным поясами Передового хребта Карачаево-Черкесии по фитоценологическому признаку – смене лесной растительности на субальпийскую. С геолого-геоморфологической точки зрения этот хребет представляет собой единую морфоструктуру, сложенную породами среднего и верхнего палеозоя.

Передовой хребет на территории республики имеет субширотное простирание и расположен между морфоструктурами Главного хребта на юге и Северо-Юрской депрессии на севере. Ширина его постепенно увеличивается с востока на запад с 4 до 25 км, а максимальные высоты вершин, напротив, уменьшаются с 3400 до 2500 м. Поперечными речными долинами хребет расчленяется на несколько сегментов. Западнее реки Маруха это хребты Морх-Сырты, Абишара-Ахуба, Дженту и Магишо [2, 3].

В геологическом отношении территория представляет собой тектонический блок, сложенный толщами среднего и верхнего палеозоя. В области Передового хребта выделяются высотные пояса: субнивальный, альпийских лугов и лесов. Расчленение хребта долинами меридиональных рек на несколько секторов способствовало формированию широких плоских днищ с набором террас, покрытых остепнённой луговой растительностью.

Автором совместно с сотрудниками Карачаево-Черкесского государственного университета имени У.Д. Алиева проведено дешифрирование космодатоснимков КЧР [4–6], на основании чего получены характеристики морфоскульптур и особенности строения мезо- и микросклонов в высотных зонах Передового хребта [7].

В качестве примера приведем описание результатов дешифрирования космоснимка масштаба 1:35000, охватывающего левобережье р. Теберды к северу от р. Муху (рисунок). На снимке представлены три высотных пояса: субнивальный, горных (альпийские и субальпийские) лугов и лесной пояса.

## Результаты исследований

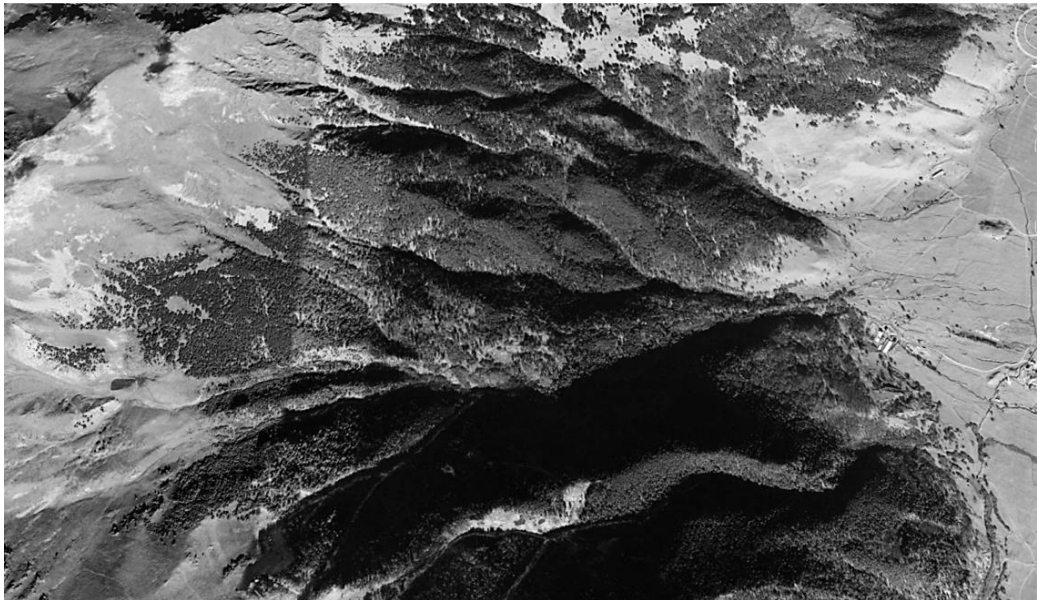
Субнивальная зона занимает около 20 % площади снимка. Здесь развиты морфоскульптуры, принадлежащие к двум генетическим группам: эрозионной (деструктивной) и аккумулятивной.

К первой группе относятся гребни, склоны с выходами коренных пород, тальвеги небольших балок и промоины. Хребты субширотные, островерхие. Их поперечные профили резко асимметричные, что объясняется микроклиматическими условиями: южные склоны хорошо прогреваются солнцем и быстро теряют снежный покров. Они имеют среднюю крутизну и малое количество скальных выходов горных пород. Северные склоны, напротив, заметно круче, с обилием скал и реликтами каров, периода максимального оледенения. В настоящее время они рассеяны многочисленными узкими промоинами.

Ко второй (аккумулятивной) группе морфоструктур относятся морены и шлейфы осыпей. Морены небольшие по размерам и обычно не выходят за пределы каров. Они в значительной степени закрыты образовавшимися позднее шлейфами осыпей.

В зонах альпийских и субальпийских лугов преобладающими морфоскульптурами являются склоны средней крутизны в диапазоне 20–35°, в пределах которых наблюдаются небольшие скальные выходы устойчивых к физическому выветриванию горных

пород. На их долю приходится не более 5 % площади луговой зоны. Заметную роль в рельефе играют многочисленные тальвеги сухих балок V-образного поперечного профиля. Водораздельные гребни между ними большей частью сглажены [8–10].



Космоснимок участка Передового хребта по левобережью р. Теберды /  
Space photo of the part of Peredovoy ridge on the left bank of the Teberda river

### Обсуждение результатов

Анализ положения верхней границы леса в зависимости от экспозиции склонов Передового хребта обусловлен множеством факторов, распределяющихся в геоморфологических элементах рельефа.

На северном склоне Передового хребта между Эльбрусом и долиной р. Кубани (в истоках рек Чемарткол и Эльмезтебе) верхняя граница леса расположена в среднем на высоте 2400 м.

На южном склоне хребта к западу от Эльбруса в верховьях р. Уллу-Хурзук верхняя граница леса также находится на высоте 2400 м. В западном направлении она постепенно снижается и на окраине аула Хурзук (близ средневековой башни) находится на высоте около 1600 м. Далее до слияния Учкулана и Уллу-Кама на южном склоне Передового хребта лес отсутствует. Здесь нижняя часть склона покрыта зарослями можжевельника.

Западнее аула Учкулан в сторону перевала Эпчик-1 лес также отсутствует. Это так называемая Учкуланская котловина, характеризующаяся аномально сухим климатом вследствие того, что она находится в «дождевой тени» высокогорного Передового хребта с вершинами Ныхытбаши (2959 м) и

Эльбаши (3163 м). Западнее перевала Эпчик-1 долина р. Даута, пересекающая Передовой хребет, ориентирована в северо-восточном направлении. По этой причине правый склон долины имеет северо-западную экспозицию, а левый – юго-восточную. Соответственно, левый борт является безлесым, а на правом верхняя граница леса располагается на высотах 2000–2400 м. Антропоген – немаловажный фактор в формировании верхней границы леса Передового хребта. Далее на запад полоса сухого микроклимата проходит через перевал Эпчик-2 в долину р. Джамагат (правый приток р. Теберды). На водоразделе Даута и Теберды расположен крупный горный массив с вершиной Кенделляр-Ляр (3416 м).

На северных склонах верховьев рек Кир-Кол и Кол-Тюбе верхняя граница леса расположена на отметках около 2400 м. Западнее на склонах водораздела между реками Теберда и Аксаут граница леса проходит в высотном интервале 2000–2400 м. Максимальной вершиной этого водораздела является г. Кынгырчат (3543 м). Узкая полоса сухого климата продолжается через Мухинский перевал на запад и заканчивается в долине реки Маруха. Максимальные высоты здесь имеют г. Морх-Сырты на водоразделе с рекой Большой Зеленчук и г. Кызыл-

Ауш – на водоразделе с рекой Аксаут. Высота их одинакова – 3141 м. На северном склоне хребта Морх-Сырты присутствуют кары с серией мелких озер. Высота распространения лесов здесь варьирует в пределах 2000–2300 м.

Западнее долины реки Большой Зеленчук расположен хребет Абишара-Ахуба. Южный склон хребта относительно короткий и крутой, а северный – широкий, рассеченный притоками р. Большой Зеленчук и истоками р. Уруп. Между этими реками располагаются поперечные хребты Ингур, Чилик (с вершиной Чилик Первый 3234 м), Шантацара (с вершинами 2550, 2795 м) и Загедан (3095 м). На южном склоне хребта Абишара-Ахуба верхняя граница распространения лесов варьирует от 1700 до 2500 м, на северном – от 1800 до 2000, на восточном – 2000–2400, на западном – 2000–2500 м. Вдоль северных склонов горного массива расположилось множество каровых озер, образовавшихся после плейстоценового оледенения.

Близ западной границы республики с Краснодарским краем находятся хребты Дженту и Магишо с вершинами г. Дженту (2911 м) и г. Магишо (3159 м). Здесь верхняя граница леса расположена на высоте 1800–2300 м [7].

### Заключение

На рассмотренном отрезке Передового хребта верхняя граница леса располагается на северной стороне на высоте от 1700 до 2400 м, а на южной – от 2000 до 2500 м. На этом общем фоне выделяется Учкулан-Даутский ксерофитный участок, где лес замещается можжевельником. Типичный ледниковый рельеф с каровыми озерами и островерхими хребтами выражен лишь в западной части Передового хребта на его северном склоне. Он начинается в среднем с высоты 2400 м.

Таким образом, на северном склоне хребта современная верхняя граница леса и нижняя граница плейстоценового ледникового рельефа по высоте практически совпадают и соответствуют границе между среднегорными и высокогорными ярусами рельефа. Такое совмещение обусловлено продвижением лесной растительности вверх по склонам в последнее межледниковье. В плейстоцене лес, несомненно, находится на более низких отметках. На южном склоне Передового хребта четко выраженных ледниковых форм рельефа не наблюдается, поэтому здесь границу между средне- и высокогорным ярусами следует проводить по смене лесной растительности криволесьем или субальпийскими лугами.

Лесная зона занимает днище долины и нижние части склонов (до высоты 2000–2200 м) относи-

тельно крупной реки Теберды. В южной части снимка речная долина имеет V-образный поперечный профиль, а в средней и северной – плоскодонный (корытообразный), представляющий собой форму рельефа ледникового происхождения (трог). По этой причине в лесной зоне крутизна склонов резко меняется от пологих и средних уклонов до крутых. Склоны прорезаны многочисленными балками, имеющими в приустьевых частях конусы выноса. Водоразделы между балками хоть и сильно сглажены, тем не менее четко выражены. Для троговой части долины характерна широкая пойма с часто меняющимся направлением русла [2].

Таким образом, на снимке отчетливо проявлена высотная поясность распределений мелких форм рельефа (морфоскульптурная зональность). Субнивальная зона обладает чертами дряхлого ледникового рельефа, что указывает на значительный период времени, прошедший после максимума четвертичного оледенения.

### Литература

1. *Шукин И.С.* Общая геоморфология. М.: Изд-во МГУ, 1960. Т. 1. 616 с.
2. *Чагарова Л.И.* Использование средне- и крупномасштабных аэрофотоснимков при ландшафтно-геохимических исследованиях высокогорий зоны Передового хребта // Актуальные направления сбалансированного развития горных территорий в контексте междисциплинарного подхода: материалы I Междунар. научн. конф. Карачаевск: Изд-во КЧГУ, 2019. С. 88–82.
3. *Потапенко Ю.Я.* Ландшафтно-геоэкологические исследования и картирование горных территорий (на примере Приэльбрусья). Карачаевск: Изд-во КЧГУ, 2009. 264 с.
4. *Кипкеева П.А.* Оптимизация эколого-географического образования в Карачаево-Черкесии // Изв. вузов. Сев.-Кавк. регион. Естеств. науки. 2013. № 4 (176). С. 99–103.
5. *Кипкеева П.А., Потапенко Ю.Я.* Геоморфологические особенности днища долины р. Теберда (Северный Кавказ) // Изв. вузов. Сев.-Кавк. регион. Естеств. науки. 2016. № 2 (190). С. 100–104.
6. *Волосухин Я.В., Иванкова Т.В., Кипкеева П.А., Потапенко Ю.Я.* Об обеспеченности целевой информацией природопользования горных территорий (на примере Карачаево-Черкесской Республики) // Изв. вузов. Сев.-Кавк. регион. Естеств. науки. 2017. № 1 (193). С. 89–95.
7. *Чагарова Л.А.* Влияние литогенной основы на ландшафтную структуру Передового хребта Карачаево-Черкесской Республики: дис. ... канд. геогр. наук. СПб., 2011. 173 с.
8. *Демина О.Н., Кипкеева П.А., Потапенко Ю.Я., Борлакова Ф.М.* Травяная растительность на выступе



ледникового ложа троговой долины р. Теберды (Северный Кавказ). // Изв. вузов. Сев.-Кавк. регион. Естеств. науки. 2019. № 1 (201). С. 67–75.

9. Чагарова Л.А. Оптимизация методики детального ландшафтного картирования горных территорий (на примере Северного Приэльбрусья) // Вестн. Оренбургского гос. ун-та. 2016. № 9 (197). С. 101–105.

10. Чагарова Л.А. Литогенная основа геохимических ландшафтов в пределах морфоструктуры Передового хребта Северного Кавказа // Инновационные технологии для устойчивого развития горных территорий: материалы VI Междунар. конф. Владикавказ, 2007. С. 300–302.

#### References

1. Shchukin I.S. (1960). *General geomorphology*. Moscow, Moscow State University Press, 616 p. (in Russian).

2. Chagarova L.A. (2019). The use of medium and large-scale aerial photographs in landscape-geochemical studies of the highlands of the Peredovoy ridge zone. *Actual directions of balanced development of mountain areas in the context of an interdisciplinary approach*. Materials of the 1st International Scientific Conference. Karachaevsk, KChGU Press, pp. 88-82. (in Russian).

3. Potapenko Yu.Ya. (2009). *Landscape-geoecological research and mapping of mountain territories (for example, the Elbrus region)*. Karachaevsk, KChGU Press, 264 p. (in Russian).

4. Kipkeeva P.A. (2013). Optimization of ecological and geographical education in Karachay-Cherkessia. *Izv. vuzov. Sev.-Kavk. region. Estestv. nauki (Proceedings of higher educational institutions. North Caucasian region. Natural sciences)*, No. 4 (176), pp. 99-103. (in Russian).

5. Kipkeeva P.A., Potapenko Yu.Ya. (2016). Geomorphological features of the bottom of the river valley Teberda (North Caucasus). *Izv. vuzov. Sev.-Kavk. region. Estestv. nauki (Proceedings of higher educational institutions. North Caucasian region. Natural sciences)*, No. 2 (190), pp. 100-104. (in Russian).

6. Volosukhin Ya.V., Ivankova T.V., Kipkeeva P.A., Potapenko Yu.Ya. (2017). On the provision of targeted information on the use of natural resources in mountainous areas (on the example of the Karachay-Cherkess Republic). *Izv. vuzov. Sev.-Kavk. region. Estestv. nauki (Proceedings of higher educational institutions. North Caucasian region. Natural sciences)*, No. 1 (193), pp. 89-95. (in Russian).

7. Chagarova L.A. (2011). *Influence of the lithogenic base on the landscape structure of the Peredovoy ridge of the Karachay-Cherkess Republic*. Dissertation Thesis. Saint Petersburg, 173 p. (in Russian).

8. Demina O.N., Kipkeeva P.A., Potapenko Yu.Ya., Borlakova F.M. (2019). Grass vegetation on the ledge of the glacial lodge of the through valleys river Teberda (North Caucasus). *Izv. vuzov. Sev.-Kavk. region. Estestv. nauki (Proceedings of higher educational institutions. North Caucasian region. Natural sciences)*, No. 1 (201), pp. 67-75. (in Russian).

9. Chagarova L.A. (2016). Optimization of the methodology for detailed landscape mapping of mountainous territories (on the example of the Northern Elbrus region). *Vestn. Orenburgskogo gos. un-ta*, No. 9 (197), pp. 101-105. (in Russian).

10. Chagarova L.A. (2007). Lithogenic basis of geochemical landscapes within the morphostructure of the Peredovoy ridge of the North Caucasus. *Innovative technologies for sustainable development of mountain areas*. Materials of the VI International Conference. Vladikavkaz, pp. 300-302. (in Russian).

## БИОЛОГИЧЕСКИЕ НАУКИ

## BIOLOGICAL SCIENCES

УДК 582.623.2 + 57.034

doi 10.18522/1026-2237-2021-1-104-112

СЕЗОННАЯ ДИНАМИКА ДЛИНЫ МЕЖДОУЗЛИЙ *SALIX TRIANDRA* L.  
(SALICACEAE) НА ФОНЕ КРАТКОВРЕМЕННОЙ АТМОСФЕРНОЙ ЗАСУХИ© 2021 г. А.А. Афонин<sup>1</sup><sup>1</sup>Брянский государственный университет имени академика И.Г. Петровского, Брянск, РоссияSEASONAL DYNAMICS OF INTERNODE LENGTH OF *SALIX TRIANDRA* L.  
(SALICACEAE) AGAINST THE BACKGROUND OF SHORT-TERM  
ATMOSPHERIC DROUGHTА.А. Афонин<sup>1</sup><sup>1</sup>Academician Petrovski Bryansk State University, Bryansk, Russia

Афонин Алексей Алексеевич – доктор сельскохозяйственных наук, доцент, профессор, кафедра биологии, Брянский государственный университет имени академика И.Г. Петровского, ул. Бежицкая, 14, г. Брянск, 241036, Россия, e-mail: afonin.salix@gmail.com

Alexey A. Afonin - Doctor of Agricultural Sciences, Associate Professor, Professor, Department of Biology, Academician Petrovski Bryansk State University, Bezhitskaya St., 14, Bryansk, 241036, Russia, e-mail: afonin.salix@gmail.com

*Ива трехтычинковая (Salix triandra L.) – ценный прутьевой вид, который используется для создания насаждений различного назначения. Занимает особое место в системе рода Salix. Может быть использована как модельный объект для выявления закономерностей морфогенеза побегов. Объект исследования – модельная инбредная популяция ивы трехтычинковой в культуре. Предмет исследования – сезонная динамика длины междоузлий на однолетних побегах трехлетних сеянцев. Цель исследования – выявление сезонной динамики длины междоузлий на однолетних побегах ивы на фоне резкой смены раннелетней засухи холодной дождливой погодой. Эмпирические методы получения исходных данных – сравнительно-морфологические. Полученные данные обработаны с использованием методов анализа рядов динамики. Установлено, что сезонные тренды динамики длины междоузлий описываются уравнениями регрессии второго порядка с различной надежностью. Конфигурация и топология нелинейных сезонных трендов определяются индивидуальными различиями между сеянцами. Динамика отклонений длины междоузлий от сезонных трендов коррелирует с динамикой гидротермических условий. Отклонения длины междоузлий от сезонных трендов носят циклический характер. Эмпирические ряды отклонений длины междоузлий от сезонных трендов с высокой надежностью аппроксимируются суммами гармонических колебаний. Максимальный вклад в цикличность отклонений длины междоузлий от сезонных трендов вносит ритм с периодом колебаний 54 сут. На большинстве побегов прослеживается влияние ритмов с периодом колебаний 36 и 27 сут. Короткопериодические ритмы, выявленные на разных побегах, носят нерегулярный характер. В большинстве наблюдений специфика ритмов сезонной динамики длины междоузлий определяется различиями между побегами. Выявленные ритмы не зависят от гидротермических условий, длины побегов и междоузлий, сезонных трендов динамики длины междоузлий. Обоснована гипотеза, согласно которой связь динамики отклонений длины междоузлий от сезонных трендов с динамикой гидротермических условий носит случайный характер. Цикличность отклонений длины междоузлий от сезонных трендов определяется эндогенными ритмами развития.*

**Ключевые слова:** ива трехтычинковая, *Salix triandra*, длина междоузлий, цикличность развития, раннелетняя засуха, водный стресс.

*Almond willow (Salix triandra L.) is a valuable basket species that is used to create plantings for various purposes. He occupies a special place in the system of the genus Salix. He can be used as a model object to identify patterns of morphogenesis of shoots. Object of research: model inbred population of almond willow in culture. Subject of research: seasonal dynamics of internode length on annual shoots of three-year-old seedlings willow of almond willow. The purpose of the research: to identify the seasonal dynamics of the length of internodes on annual shoots of almond willow against the background of a sharp change in early summer drought by cold rainy weather. Empirical methods for obtaining initial data: comparative-morphological. The obtained data were processed using the methods of analysis of dynamics series. It is found that seasonal trends in the dynamics of internode length are described by second-order regression equations with varying reliability. The configuration and topology of nonlinear seasonal trends are determined by individual differences between seedlings. The dynamics of deviations of internode length from seasonal trends correlates with the dynamics of hydrothermic conditions. Deviations in the length of internodes from seasonal trends are cyclical. The empirical series of deviations of the internode length from seasonal trends with high reliability are approximated by the sums of harmonic oscillations. The maximum contribution to the cyclical deviations of the internode length from seasonal trends is made by the rhythm with a period of fluctuations of 54 days. On most shoots, the influence of rhythms with a period of fluctuations of 36 and 27 days can be traced. Short-period rhythms detected on different shoots are irregular. In most observations, the specific rhythms of seasonal dynamics of internode length are determined by differences between shoots. The identified rhythms do not depend on hydrothermic conditions, on the length of shoots, on the length of internodes, or on seasonal trends in the dynamics of internode length. The hypothesis that the relationship between the dynamics of deviations in the length of internodes from seasonal trends and the dynamics of hydrothermic conditions is random is substantiated. Cyclicity deviations of internode length from seasonal trends are determined by endogenous rhythms of development.*

**Keywords:** almond willow, *Salix triandra*, internode length, cyclicity of growth, early summer drought, water stress.

## Введение

Ива трехтычинковая – *Salix triandra* L. – широко известный представитель кустарниковых ив Старого Света с обширным ареалом евро-азиатского типа [1]. В средней полосе России успешно произрастает в различных эдафо-гидрологических условиях: как в прирусловых поймах (например, ass. *Salicetum triandro-viminalis* (Тх. 1931) Lohm. 1952), так и вне пойм (например, ass. *Alno-Salicetum cinereae* (Kobenza 1950) Pass. 1956) [2]. С точки зрения традиционной систематики *S. triandra* относится к секции *Amygdalinae* Koch 1837 (*Triandrae* Dum. 1826) подрода *Salix* (*Armena* Schischk. 1929; *Amerina* Nas. 1936) Dum. 1825 [1]. Современные исследования [3] выявили сестринское положение клады *Triandroides* (*S. triandra* и близкие таксоны) по отношению к кладе *Salix* s.str.

С практической точки зрения ива трехтычинковая представляет ценность благодаря способности к аутовегетативному размножению черенками [4], быстрому росту прутьевидных побегов и высокой продуктивности в разнообразных эдафо-гидрологических условиях [5], как сравнительно высокой устойчивости к вредителям и патогенам [6]. Ива трехтычинковая используется для создания защитных насаждений, включая фиторемедиационные [7], получения древесной биомассы на энергетических плантациях [5], как ценный ранний нектаронос, пыльценос [3, 4], перспективный источник фармацевтического сырья [8, 9], источник прута для различных видов плетения [9, 10].

Таким образом, ива трехтычинковая – это уникальный вид, который может использоваться как имеющая практическую ценность модель для выявления закономерностей морфогенеза побегов.

Годичный прирост побегов в культуре зависит от множества факторов: сортовой принадлежности, эдафо-гидрологических условий, возраста корнекомлевых систем [5, 11]. Динамика нарастания побегов древесных растений из природных зон умеренного пояса характеризуется определенной ритмичностью, причем ритм роста побегов складывается из целой серии ритмов [12]. У разных видов древесных растений сезонная динамика развития различным образом связана с погодно-климатическими условиями [13]. Оптимальное регулирование ритмов развития побегов имеет решающее значение для роста, долгосрочного выживания и конкурентного успеха [14].

При плантационном выращивании ивы возникает проблема недобора урожая биомассы по самым разнообразным причинам [15]. Одним из факторов, влияющих на урожай прута, является гидрологический режим [9, 15]. Ожидаемые климатические тенденции включают значительное потепление, изменения в количестве и распределении осадков, увеличение частоты и интенсивности засух [16, 17]. Обусловленный дефицитом осадков на фоне повышенной температуры воздуха водный стресс – один из сильнейших факторов, оказывающих негативное влияние на развитие растений [18]. Однако влияние временного дефицита воды на рост и развитие древесных растений изучено недостаточно [19].

В [20] было показано, что продуктивность ивы трехтычинковой по длине однолетних побегов в значительной мере определяется длиной междоузлий. Цель настоящего исследования – выявление сезонной динамики длины междоузлий на однолетних побегах ивы трехтычинковой на фоне резкой смены раннелетней засухи холодной дождливой погодой.

### Материал и методы

Объект исследования – модельная популяция *S. triandra*, которая представляет собой инбредную семью третьей семенной генерации в культуре. Подробная история данной семьи описана в [20]. Сеянцы модельной популяции выращивались в салицетуме Брянского государственного университета (53.2732 N, 34.3532 E). Тип лесорастительных условий (ТЛУ) – Д3. Тип почв – серые лесные, на лёссовидном карбонатном суглинке.

Материал исследования: нарастающие однолетние побеги. Число сеянцев – 24. Сеянцы пронумеровали: *tr 01*, *tr 02*, *tr 03*... *tr 24*. Растения формировали в два побега. Каждый побег каждого сеянца пронумеровали, например: *tr011*, *tr012*, *tr021*, *tr022*...

Исходные данные получены путем наблюдений за развитием побегов на низких штамбах (корнекомлевых системах) третьего года жизни на протяжении вегетационного периода 2019 г., для которого характерны контрастные гидротермические условия [21]. В начале активной вегетации – с 01.05 по 26.05 – преобладала теплая дождливая погода: при среднесуточной температуре  $\approx 16^\circ\text{C}$  выпало 87 мм осадков. В период с 27.05 по 22.06 выпало всего 3 мм осадков, среднесуточная температура воздуха за этот же период возросла от  $\approx 20$  до  $\approx 25^\circ\text{C}$ . В конце II декады июня сложилась ситуация кратковременной атмосферной засухи. После ливневого дождя 23.06 (21 мм осадков) установилась прохладная дождливая погода: с 24.06 по 18.08 при среднесуточной температуре воздуха  $10...25^\circ\text{C}$  выпало 127 мм осадков. В описанных агрометеорологических условиях культивируемые сеянцы испытали водный стресс в широком смысле.

Получение исходных данных по нарастающим побегам проводили в период с 01.05 по 29.08 с интервалом 4 сут. Все даты, в которые проводились наблюдения, пронумеровали по порядку (0, 4, 8...  $t_i$ ). Каждой дате присвоили порядковый номер (1, 2, 3...  $k_i$ ). На растущих побегах каждые четверо суток измеряли длину побегов ( $L$ , см, далее сантиметры переводили в миллиметры). Выполнено 1135 измерений  $L$  на 43 побегах 24 сеянцев. Осенью 2019 г.

срезали сформировавшиеся побеги. На каждом производили измерение длины междоузлия ( $I$ , мм). Выполнено 2930 измерений  $I$  на 29 побегах 16 сеянцев. Эмпирические данные по длине междоузлий обработаны с использованием стандартных статистических методов [22]. Путем последовательного суммирования длин междоузлий находили соответствие номера междоузлия  $n_i$  длине побегов  $L_i$  для дат наблюдений  $t_i$ . Для каждой расчетной даты  $t$  в интервале  $t_{k-1}...t_{k+1}$ , равном 8 сут, подсчитывали число междоузлий  $N$ .

Для выявления и анализа циклических компонент сезонной динамики длины междоузлий использовался оригинальный алгоритм, описанный в [23].

1. Для каждой расчетной даты с порядковым номером  $t$  в интервале  $t_{k-1}...t_{k+1}$  вычисляли среднюю текущую длину междоузлий  $I_t$ , мм,

$$I_t = \sum_{k-1}^{k+1} I_n / N, \quad (1)$$

где  $I_n$  – длина междоузлий с порядковым номером  $n$  в интервале 8 сут от  $t_{k-1}$  до  $t_{k+1}$ ;  $N$  – число междоузлий в интервале  $t_{k-1}...t_{k+1}$ .

В итоге для каждого побега получили эмпирические ряды сезонной динамики среднесуточной длины междоузлий  $I(t)$ , выравненные методом скользящей рамки с шагом 4 сут.

2. Сезонные тренды динамики длины междоузлий  $I(t)_{\text{trend}}$  аппроксимировали с помощью уравнений регрессии второго порядка

$$I(t)_{\text{trend}} = at^2 + bt + c, \quad (2)$$

где  $a$ ,  $b$ ,  $c$  – эмпирические коэффициенты уравнений регрессии второго порядка;  $t$  – порядковый день вегетационного периода; надежность нелинейной аппроксимации оценивали с помощью коэффициента детерминации  $R^2$ .

3. Для каждого дня  $t$  определяли отклонение фактической средней длины междоузлий от вычисленной длины

$$dI(t) = I(t) - I(t)_{\text{trend}}, \quad (3)$$

где  $I(t)$  – фактическая средняя длина междоузлий.

4. Фактические ряды отклонений длины междоузлий от нелинейной регрессии аппроксимировали суммами гармоник

$$dI(t)_{\text{calc}} = \sum_{v=1}^{\infty} \left[ A_v \sin(v2\pi \frac{t}{T} + \varphi_v) + \varepsilon_v \right], \quad (4)$$

где  $dI(t)_{\text{calc}}$  – вычисленный ряд отклонений текущей длины междоузлий от линейной регрессии, полученный путем суммирования гармоник с порядковым номером  $v$ ;  $A_v$  – амплитуда колебания;  $t$  – пронумерованные даты;  $T$  – основной период колебаний;  $\varphi_v$  – начальная фаза;  $\varepsilon_v$  – остаточный член.

Достоверность аппроксимации эмпирических рядов каждой гармоникой определяли, используя  $F$ -критерий Фишера и коэффициент детерминации  $R^2$ .

5. Вклад каждой гармонике  $H_v^2$  в сезонную динамику отклонений  $dl(t)$  вычисляли как отношение факториальной суммы квадратов отклонений  $D_v^2$  к общей сумме квадратов отклонений  $D_{total}^2$

$$H_v^2 = D_v^2 / \sum_{v=i}^{\infty} D_{total}^2 \quad (5)$$

### Результаты

Для анализа использованы сильные сеянцы с длиной побегов  $\approx 160...300$  см: 8 с двумя побегами ( $tr01, tr02, tr03, tr08, tr14, tr16, tr17, tr23$ ) и 4 с одним ( $tr10, tr11, tr13, tr15$ ). На 20 побегах этих сеянцев было учтено 2139 измерений длины междоузлий.

По числу междоузлий на побеге сеянцы разделились на две группы:  $\approx 80...90$  и  $\approx 110...140$  единиц. Средняя длина междоузлий в выборке –  $22,0 \pm 0,16$  мм, на побегах большинства сеянцев – от  $19,8 \pm 0,83$  до  $27,0 \pm 0,72$  мм, на побегах одного сеянца ( $tr02$ ) –  $15,9 \pm 0,56$  и  $16,2 \pm 0,59$  мм.

Сезонные тренды динамики длины междоузлий  $l(t)_{trend}$  аппроксимированы уравнениями регрессии второго порядка (рис. 1).

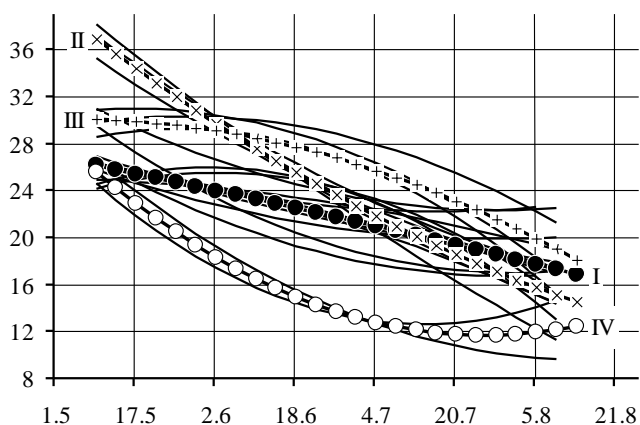


Рис. 1. Сезонные тренды динамики длины междоузлий. Ось абсцисс – даты, ось ординат – длина междоузлий, мм. Графики сезонных трендов отдельных побегов показаны сплошными линиями, средние графики сезонных трендов групп побегов выделены маркерами и подписаны / Fig. 1. Seasonal trends in the dynamics of internode length. The abscissa axis - the date, the ordinate axis the length - internodes, mm. Graphs of seasonal trends of individual shoots are shown as solid lines, average graphs of seasonal trends of groups of shoots are marked with markers and signed

Надежность нелинейной аппроксимации варьируется в широких пределах: значения коэффициентов детерминации образуют непрерывный ряд от  $R^2=0,258$  до  $R^2=0,919$ . Все сезонные тренды характеризуются отрицательной динамикой (на протяжении вегетационного периода расчетная длина междоузлий уменьшается от  $\approx 25...38$  до  $\approx 9...23$  мм).

По конфигурации и топологии графиков сезонных трендов все побеги были разделены на 4 группы (I...IV). Средний тренд I группы (длина побегов 240...290 и 160...190 см) представляет собой почти прямую линию: на протяжении вегетационного периода средняя длина междоузлий в I группе уменьшается от  $\approx 26$  до  $\approx 17$  мм. Средний тренд II группы (длина побегов 260...300 см) также представляет собой почти прямую линию: на протяжении вегетационного периода средняя длина междоузлий во II группе уменьшается от  $\approx 37$  до  $\approx 15$  мм. Средний тренд III группы (длина побегов 210...240 см) представляет выпуклую параболу: на протяжении вегетационного периода средняя длина междоузлий в III группе уменьшается от  $\approx 30$  до  $\approx 18$  мм. В IV группу вошли побеги одного сеянца ( $tr02$ ) с короткими междоузлиями и длиной 180...190 см. Средний тренд IV группы представляет собой вогнутую параболу: на протяжении вегетационного периода средняя длина междоузлий в этой группе уменьшается от  $\approx 26$  до  $\approx 12$  мм.

Визуализированные ряды отклонений фактической длины междоузлий от нелинейных сезонных трендов  $dl(t)$  показаны на рис. 2.

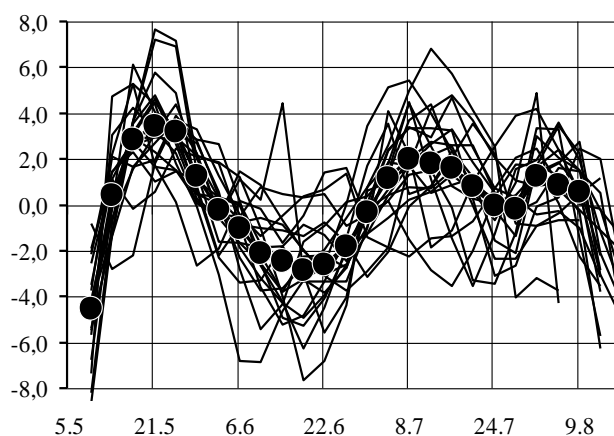


Рис. 2. Динамика отклонений фактической длины междоузлий от сезонных трендов  $dl(t)$ , ось абсцисс – даты, ось ординат –  $dl$ , мм. Графики  $dl$  на отдельных побегах показаны сплошными линиями, средний ряд динамики отклонений выделен маркерами / Fig. 2. Dynamics of deviations of the actual length of internodes from seasonal trends,  $l$ , mm. The abscissa axis - date, the ordinate axis -  $dl$ , mm. Graphs on separate shoots shown in solid lines, the average number of speakers of deviations selected markers

На всех побегах выявлена цикличность отклонений фактической длины междоузлий от сезонных трендов. Средний ряд динамики  $dl(t)$  характеризуется наличием двух основных максимумов (21.05 и 08.07), разделенных минимумом (18.06),

причем этот минимум несколько предшествует дате завершения раннелетней засухи (22.06). В конце вегетационного периода выявлен дополнительный локальный максимум отклонений (01.08), которому предшествует локальный минимум (28.07).

Эмпирические ряды  $dl(t)$  аппроксимированы суммами гармоник с высокой надежностью: для всех побегов уровни значимости  $P < 0,001$ . При этом значения коэффициентов детерминации  $R^2$  очень высокие (таблица).

**Результаты аппроксимации циклических компонент сезонной динамики длины междоузлий суммами гармоник / Results of approximation of cyclic components of seasonal dynamics of internode length by sums of harmonics**

Побег	Показатель аппроксимации		Период колебаний, сут					Сумма
			54	36	27	22	18	
	$F$	$R^2$	$H^2$					
tr 01 1	22,28	0,955	0,68	0,12				0,80
tr 01 2	7,34	0,864	0,25	–	0,38	0,09	0,09	0,81
tr 02 1	20,73	0,952	0,68	–	0,10	–	–	0,78
tr 02 2	36,40	0,973	0,71	–	0,10	0,07	–	0,89
tr 03 1	18,04	0,945	0,39	0,29	0,10	0,10	–	0,88
tr 03 2	9,80	0,898	0,25	0,47	0,10	–	–	0,82
tr 08 1	9,50	0,895	0,24	–	–	0,13	0,27	0,63
tr 08 2	29,61	0,966	0,54	0,17	0,17	–	–	0,87
tr 10 1	11,41	0,912	0,66	0,17	0,07	–	–	0,91
tr 11 1	32,59	0,969	0,75	–	–	–	–	0,75
tr 13 2	24,28	0,959	0,54	0,18	0,08	–	–	0,80
tr 14 1	20,80	0,952	0,34	0,19	0,32	–	–	0,85
tr 14 2	32,93	0,970	0,17	0,57	0,13	–	0,10	0,97
tr 15 1	25,56	0,961	0,75	0,07	–	–	–	0,82
tr 16 1	13,16	0,924	0,33	0,32	0,15	–	–	0,79
tr 16 2	8,60	0,884	–	0,19	0,35	0,07	0,32	0,93
tr 17 1	57,09	0,982	0,33	0,37	0,21	–	–	0,91
tr 17 2	26,69	0,963	0,36	0,26	0,31	–	–	0,94
tr 23 1	14,45	0,931	0,46	–	0,11	–	–	0,57
tr 23 2	21,84	0,954	0,48	0,33	–	–	–	0,80
Среднее			0,446	0,185	0,134	0,023	0,038	0,826

**Примечание.**  $H^2$  – вклад гармоник в цикличность сезонной динамики длины междоузлий (значения  $H^2 < 0,07$  не показаны);  $F$  – фактическое значение критерия Фишера ( $F_{0,001} = 4,29$ );  $R^2$  – коэффициент детерминации.

Почти на всех побегах основной вклад ( $H^2=0,54...0,94$ ) в цикличность сезонной динамики длины междоузлий вносят гармоники с периодами 54, 36, 27 сут, в большинстве случаев – 54 сут. На 15 побегах эти гармоники близки по амплитуде и начальной фазе. Для этих гармоник вычислен сред-

ний ряд  $h_{54}$ . На побегах большинства сеянцев заметный вклад в циклическую компоненту сезонной динамики длины междоузлий вносят гармоники с периодом колебаний 36 сут. Все они практически совпадают по фазе, различаясь лишь по амплитуде. Для этих гармоник был вычислен средний ряд  $h_{36}$ .

Гармоники с периодом колебаний 27 сут также вносят заметный вклад в циклическую компоненту сезонной динамики длины междоузлий на побегах большинства сеянцев. Все они практически совпадают по фазе, различаясь лишь по амплитуде. Для этих гармоник был вычислен средний невзвешенный ряд  $h_{27}$ .

Высшие гармоники с периодом колебаний 18...22 сут встречаются далеко не на всех побегах, при этом такие побеги принадлежат разным сеянцам. По отдельности они оказывают заметное влияние на циклическую сезонную динамику длины междоузлий лишь в единичных случаях, однако их суммарный вклад на отдельных побегах может быть значительным. Суммирование гармоник с близкими периодами колебаний приводит к биениям, т.е. изменениям амплитуд колебаний на протяжении вегетационного периода.

Результаты суммирования трех низших гармоник с периодами колебаний 54, 36 и 27 сут показаны на рис. 3.

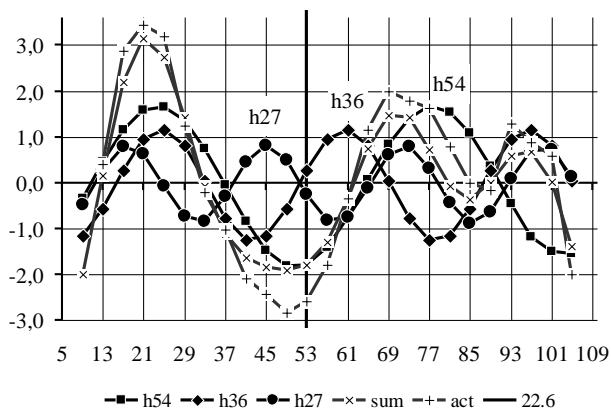


Рис. 3. Влияние гармонических колебаний с периодами 54, 36 и 27 сут на циклическую сезонную динамику длины междоузлий. Ось абсцисс – порядковая дата вегетационного периода  $t$ , ось ординат – отклонение длины междоузлий от сезонного тренда  $dl$ , мм. Дата вегетационного периода, соответствующая дате максимума раннелетней засухи (22.06), выделена вертикалью / Fig. 3. Influence of harmonic oscillations with a period of 54, 36, and 27 days on the cyclical seasonal dynamics of internode length. The abscissa - axis, the ordinal date of the growing season  $t$ . The ordinate axis - the deviation of the internode length from the seasonal trend  $dl$ , mm. The date of the growing season corresponding to the date of the maximum of the early summer drought (22.06) is highlighted vertically

Экстремумы фактического ряда динамики отклонений  $dl$  аппроксимируются суммами трех низших гармоник с высокой точностью. Глобальному весеннему максимуму  $dl$  (21.05) соответствуют максимумы всех трех гармоник. Максимумы гармоник ле-

жат в интервале 8 сут, т.е. низшие гармоники в известной мере синхронизированы. Локальному среднелетнему максимуму  $dl$  (08.07) также соответствуют максимумы трех низших гармоник. Однако они лежат в пределах 16 сут, т.е. в первой половине июля рассматриваемые гармоники в известной мере десинхронизированы. Локальный позднелетний максимум  $dl$  (01.08) определяется, прежде всего, суммированием гармоник с периодами 27 и 36 сут. Наиболее интересная ситуация наблюдается в районе трех минимумов гармоник, которые совпадают с максимумом раннелетней засухи (18.06). Непосредственно минимум фактического ряда отклонений совпадает с минимумом гармоники с периодом 54 сут. В этот же момент нулевая отметка оси отклонений пересекается восходящей ветвью гармоники с периодом 36 сут и нисходящей – 27 сут. Иначе говоря, момент максимальной засухи характеризуется тремя особыми точками (одним минимумом и двумя точками перегиба).

### Обсуждение и выводы

В контрастных гидротермических условиях вегетационного периода 2019 г. выявлена и проанализирована сезонная динамика длины междоузлий на однолетних побегах сеянцев модельной инбредной популяции ивы трехтычинковой. Большинство сеянцев образовали по два хорошо развитых побега, что дало возможность выявить влияние индивидуальных и межпобеговых различий на динамику длины междоузлий.

Сезонные тренды динамики длины междоузлий описываются уравнениями регрессии второго порядка с различной надежностью. Все сезонные тренды характеризуются отрицательной динамикой длины междоузлий. Конфигурация и топология графиков нелинейных сезонных трендов определяются, прежде всего, индивидуальными различиями между сеянцами. Влияние межпобеговых различий на топологию графиков и связь конфигурации графиков сезонных трендов с водным стрессом не установлены.

Динамика отклонений длины междоузлий от сезонных трендов коррелирует с динамикой гидротермических условий. Нарастание отрицательных отклонений длины междоузлий от сезонных трендов в первой половине вегетационного периода совпало по времени с нарастанием водного стресса в виде раннелетней атмосферной засухи. Последующее нарастание положительных отклонений длины междоузлий от сезонных трендов во второй половине вегетационного периода совпало по времени со сменой засухи прохладной дождливой погодой. Связь

отклонений длины междоузлий от сезонных трендов с принадлежностью сеянцев к тому или иному тренду не обнаружена.

Отклонения длины междоузлий от сезонных трендов носят циклический характер и определяются взаимодействием сезонных ритмов с периодами колебаний 54, 36 и 27 сут. Ритмы с одним и тем же периодом колебаний практически совпадают по фазе и различаются только амплитудой колебаний. Максимальный вклад в цикличность отклонений длины междоузлий от сезонных трендов вносит ритм с периодом колебаний 54 сут. Этот ритм делит вегетационный период на две примерно равные части. Влияние ритмов с периодом колебаний 36 и 27 сут прослеживается на большинстве побегов. Отсутствие этого влияния определяется в большинстве случаев межпобеговыми различиями. Влияние ритмов с периодичностью колебаний 18...22 сут носит нерегулярный характер.

Можно предположить, что существует некоторая видовая матрица эндогенных ритмов развития побегов. Выключение того или иного ритма (в частности, гармоник с периодом колебаний 36 и 27 сут) приводит к появлению различий между побегами или, как исключение, между особями (генотипами). Выключение того или иного ритма может быть скомпенсировано резервными короткопериодическими ритмами.

Установленное существенное влияние трех гармонических колебаний на сезонную динамику цикличности отклонений длины междоузлий от нелинейных сезонных трендов свидетельствует о том, что эта цикличность определяется эндогенными ритмами развития, не зависящими от агрометеорологических условий, длины побегов и междоузлий, от сезонных трендов динамики длины междоузлий. Выявленная привязка особых точек низших гармоник к моменту максимальной засухи, вероятно, носит случайный характер, поскольку момент смены засухи прохладной дождливой погодой совпадает с серединой вегетационного периода.

#### Литература

1. Skvortsov A.K. Willows of Russia and adjacent countries. Taxonomical and geographical revision. Joensuu: University of Joensuu, 1999. 307 p.
2. Булохов А.Д., Соломещ А.И. Эколого-флористическая классификация лесов Южного Нечерноземья России. Брянск: БГУ, 2003. 359 с.
3. Wu D., Wang Y., Zhang L., Dou L., Gao L. The complete chloroplast genome and phylogenetic analysis of *Salix triandra* from China // Mitochondrial DNA. Part B. 2019. Vol. 4(2). P. 3571–3572. Doi: 10.1080/23802359.2019.1674743.
4. Суханова Л.В. Размножение нектаропродуктивной ивы трехтычинковой черенками // Изв. вузов. Лесной журн. 2004. № 4. С. 16–22.
5. Fuchylo Ya.D., Sbytna M.V., Zelinskyi B.V. Growth and productivity of some cultivars of energy willow, depending on the degree of soil moisture // Plant Varieties Studying and Protection. 2018. Vol. 14 (3). P. 323–327. Doi: 10.21498/2518-1017.14.3.2018.145310.
6. Hjältén J., Niemi L., Wennström A., Ericson L., Roininen H., Julkunen-Tiitto R. Variable responses of natural enemies to *Salix triandra* phenotypes with different secondary chemistry // Oikos. 2007. Vol. 116 (5). P. 751–758. Doi: 10.1111/j.0030-1299.2007.15365.x.
7. Da Cunha A.C.B., Sabedot S., Sampaio C.H., Ramos C.G., da Silva A.R. *Salix rubens* and *Salix triandra* species as phytoremediators of soil contaminated with petroleum-derived hydrocarbons // Water, Air & Soil Pollution. 2012. Vol. 223. P. 4723–4731. Doi: 10.1007/s11270-012-1228-z
8. Санникова Е.Г., Попова О.И., Компанцева Е.В. Ива трехтычинковая (*Salix triandra* L.) – перспективы и возможности использования в медицине и фармации // Фармация и фармакология. 2018. № 6 (4). С. 318–339. Doi: 10.19163/2307-9266-2018-6-4-318-339.
9. Noleto-Dias C., Wu Y., Bellisai A., Macalpine W., Beale M.H., Ward J.L. Phenylalkanoic glycosides (non-salicinoids) from wood chips of *Salix triandra* × *dasyclados* hybrid willow // Molecules. 2019. vol. 24 (6). Art. n.1152. Doi: 10.3390/molecules24061152.
10. Rather T.A., Qaisar K.N., Raja T.A., Khan M.A. Growth and productivity of wicker willow (*Salix triandra* L.) plantation in Kashmir // J. of Research & Development. 2009. Vol. 9. P. 30–44.
11. Епанчинцева О.В., Тишкина Е.А., Лушников Т.А., Абрамова Л.П. Особенности однолетнего прироста ив в различных почвенно-климатических условиях // Изв. Оренбургского гос. аграрного ун-та. 2019. № 6 (80). С. 127–131.
12. Mikhalevskaya O.B. Growth rhythms at different stages of shoot morphogenesis in woody plants // Russian J. of Developmental Biology. 2008. Vol. 39, № 2. P. 65–72.
13. Корсакова С.П., Плугатарь Ю.В., Корсаков П.Б. Влияние погодно-климатических условий на внутригодовой радиальный рост ствола *Quercus pubescens* (Fagaceae) и *Juniperus excelsa* (Cupressaceae) // Биология растений и садоводство: теория, инновации. 2019. № 153. С. 5–19. Doi: 10.36305/2019-4-153-5-19.
14. Ghelardini L., Berlin S., Weih M., Lagercrantz U., Gyllenstrand N., Rönnberg-Wästljung A.Ch. Genetic architecture of spring and autumn phenology in *Salix* // BMC Plant Biology. 2014. Vol. 14 (1). Art. n. 31. Doi: 10.1186/1471-2229-14-31.
15. Stolarski M.J., Niksa D., Krzyżaniak M., Tworowski J., Szczukowski S. Willow productivity from small- and large-scale experimental plantations in Poland from 2000 to 2017 // Renewable and Sustainable Energy Reviews. 2019. Vol. 101. P. 461–475. Doi: 10.1016/j.rser.2018.11.034.
16. Груза Г.В., Ранькова Э.Я. Наблюдаемые и ожидаемые изменения климата России: температура воздуха. Обнинск: ВНИИГМИ-МЦД, 2012. 194 с.
17. Oberhuber W. Soil water availability and evaporative demand affect seasonal growth dynamics and use



of stored water in co-occurring saplings and mature conifers under drought // *Trees*. 2017. Vol. 31 (2). P. 467–478. Doi: 10.1007/s00468-016-1468-4.

18. Marron N., Gielen B., Brignolas F. et al. Abiotic stresses (Chapter 7) // *Poplars and willows: Trees for society and the environment*. Ed. by J.G. Isebrands and J. Richardson. Boston, MA; Rome: CABI; FAO, 2014. P. 337–442. Doi: 10.1079/9781780641089.0337.

19. Bonosi L., Ghelardini L., Weih M. Growth responses of 15 *Salix* genotypes to temporary water stress are different from the responses to permanent water shortage // *Trees*. 2010. Vol. 24 (5). P. 843–854. Doi: 10.1007/s00468-010-0454-5.

20. Афонин А.А. Структурный анализ ритмов развития однолетних побегов ивы трехтычинковой // Бюл. науки и практики. 2019. Т. 5, № 1. С. 22–32. Doi: 10.5281/zenodo.2539541.

21. Погода и климат. Климатический монитор. URL: <http://www.pogodaiklimat.ru/monitor> (дата обращения: 10.09.2020).

22. Лакин Г.Ф. Биометрия: учеб. пос. для биологии спец. вузов. 4-е изд., перераб. и доп. М.: Высшая школа, 1990. 352 с.

23. Афонин А.А. Сезонная динамика длины междоузлий побегов *Salix dasyclados* Wimm. (Salicaceae Mirb.) на фоне стресса от раннелетней засухи // Бюл. науки и практики. 2020. Т. 6, № 9. С. 18–36. Doi: 10.33619/2414-2948/58/02.

## References

1. Skvortsov A.K. (1999). *Willows of Russia and adjacent countries. Taxonomical and geographical revision*. Joensuu, University of Joensuu, 307 p.

2. Bulokhov A.D., Solomeshch A.I. (2003). *Ecological and floral classification of forests of the Southern non-chernozem region of Russia*. Bryansk, BGU Press, 359 p. (in Russian).

3. Wu D., Wang Y., Zhang L., Dou L., Gao L. (2019). The complete chloroplast genome and phylogenetic analysis of *Salix triandra* from China. *Mitochondrial DNA. Part B*, vol. 4(2), pp. 3571–3572. Doi: 10.1080/23802359.2019.1674743.

4. Sukhanova L.V. (2004). Propagation nectar-productive almond willow by cuttings. *Izv. vuzov. Lesnoi zhurn.*, No. 4, pp. 16–22. (in Russian).

5. Fuchylo Ya.D., Sbytna M.V., Zelinskyi B.V. (2018). Growth and productivity of some cultivars of energy willow, depending on the degree of soil moisture. *Plant Varieties Studying and Protection*, vol. 14 (3), pp. 323–327. Doi: 10.21498/2518-1017.14.3.2018.145310.

6. Hjältén J., Niemi L., Wennström A., Ericson L., Rininen H., Julkunen-Tiitto R. (2007). Variable responses of natural enemies to *Salix triandra* phenotypes with different secondary chemistry. *Oikos*, vol. 116 (5), pp. 751–758. Doi: 10.1111/j.0030-1299.2007.15365.x.

7. Da Cunha A.C.B., Sabedot S., Sampaio C.H., Ramos C.G., da Silva A.R. (2012). *Salix rubens* and *Salix triandra* species as phytoremediators of soil contaminated with petroleum-derived hydrocarbons. *Water, Air & Soil Pollution*, vol. 223, pp. 4723–4731. Doi: 10.1007/s11270-012-1228-z.

8. Sannikova E.G., Popova O.I., Kompantseva E.V. (2018). Willow triandra (*Salix triandra* L.) - prospects and opportunities for use in medicine and pharmacy. *Pharmacy & Pharmacology*, vol. 6 (4), pp. 318–339. Doi: 10.19163/2307-9266-2018-6-4-318-339. (in Russian).

9. Noleto-Dias C., Wu Y., Bellisai A., Macalpine W., Beale M.H., Ward J.L. (2019). Phenylalkanoid glycosides (non-salicinoids) from wood chips of *Salix triandra* × *dasyclados* hybrid Willow. *Molecules*, vol. 24 (6), art. No. 1152. Doi: 10.3390/molecules24061152.

10. Rather T.A., Qaisar K.N., Raja T.A., Khan M.A. (2009). Growth and productivity of wicker willow (*Salix triandra* L.) plantation in Kashmir. *Journal of Research & Development*, vol. 9, pp. 30–44.

11. Epanchintseva O.V., Tishkina E.A., Lushnikova T.A., Abramova L.P. (2019). Features of annual growth of willows in different soil and climatic conditions. *Izv. Orenburgskogo gos. agrarnogo un-teta*, No. 6, pp. 127–131. (in Russian).

12. Mikhalevskaya O.B. (2008). Growth rhythms at different stages of shoot morphogenesis in woody plants. *Russian Journal of Developmental Biology*, vol. 39, No. 2, pp. 65–72.

13. Korsakova S.P., Plugatar Y.V., Korsakov P.B. (2019). Effect of weather-climatic conditions on intra-annual stem radial increment in *Quercus pubescens* (Fagaceae) and *Juniperus excelsa* (Cupressaceae). *Biologiya rastenii i sadovodstvo: teoriya, innovatsii*, vol. 153, pp. 5–19. Doi: 10.36305/2019-4-153-5-19. (in Russian).

14. Ghelardini L., Berlin S., Weih M., Lagercrantz U., Gyllenstrand N., Rönnerberg-Wästljung A.Ch. (2014). Genetic architecture of spring and autumn phenology in *Salix*. *BMC Plant Biology*, vol. 14 (1), art. No. 31. Doi: 10.1186/1471-2229-14-31.

15. Stolarski M.J., Niksa D., Krzyżaniak M., Tworkowski J., Szczukowski S. (2019). Willow productivity from small- and large-scale experimental plantations in Poland from 2000 to 2017. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, vol. 101, pp. 461–475. Doi: 10.1016/j.rser.2018.11.034.

16. Gruza G.V., Ran'kova E.Ya. (2012). *Observed and expected climate changes in Russia: air temperature*. Obninsk, VNIIGMI-MCD Press, 194 p. (in Russian).

17. Oberhuber W. (2017). Soil water availability and evaporative demand affect seasonal growth dynamics and use of stored water in co-occurring saplings and mature conifers under drought. *Trees*, vol. 31 (2), pp. 467–478. Doi: 10.1007/s00468-016-1468-4.

18. Marron N., Gielen B., Brignolas F. et al. (2014). Abiotic stresses (Chapter 7). *Poplars and willows: Trees*

for society and the environment. J.G. Isebrands, J. Richardson (Eds.). Boston, MA: Rome: CABI; FAO, pp. 337-442. Doi: 10.1079/9781780641089.0337.

19. Bonosi L., Ghelardini L., Weih M. (2010). Growth responses of 15 *Salix* genotypes to temporary water stress are different from the responses to permanent water shortage. *Trees*, vol. 24 (5), pp. 843-854. Doi: 10.1007/s00468-010-0454-5.

20. Afonin A.A. (2019). Structural analysis of the rhythms of development of annual shoots of almond willow. *Byul. nauki i praktiki*, vol. 5 (1), pp. 22-32. Doi: 10.5281/zenodo.2539541. (in Russian).

21. *Weather and climate. Climate monitor*. Available at: [www.pogodaiklimat.ru/monitor](http://www.pogodaiklimat.ru/monitor) (accessed September 10, 2020) (in Russian).

22. Lakin G.F. (1990). *Biometry*. Textbook for biological special schools. 4<sup>th</sup> ed. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 352 p. (in Russian).

23. Afonin A.A. (2020). Seasonal dynamics of Internodes length of the shoots of *Salix dasyclados* Wimm. (*Salicaceae* Mirb.) against the background of early summer drought stress. *Byul. nauki i praktiki*, vol. 6, No. 9, pp. 18-36. Doi: 10.33619/2414-2948/58/02. (in Russian).

---

*Поступила в редакцию / Received*

*21 октября 2020 г. / October 21, 2020*

УДК 598.241.3(470.61)

doi 10.18522/1026-2237-2021-1-113-121

## МОНИТОРИНГ СТРЕПЕТА (*TETRAX TETRAX* LINNAEUS, 1758) НА ТЕРРИТОРИИ ЗАПОВЕДНИКА «РОСТОВСКИЙ» С СЕРЕДИНЫ XX ВЕКА ДО 2020 ГОДА\*

© 2021 г. В.А. Миноранский<sup>1,2</sup>, Ю.В. Малиновская<sup>1,2</sup>, В.И. Даньков<sup>2</sup>, С.И. Колесников<sup>1</sup><sup>1</sup>Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону, Россия,<sup>2</sup>Ассоциация «Живая природа степи», Ростов-на-Дону, Россия

## LITTLE BUSTARD (*TETRAX TETRAX* LINNAEUS, 1758) NUMBER OBSERVATION ON THE ROSTOV NATURE RESERVE GROUNDS THE MIDDLE OF 20th CENTURY TO 2020

V.A. Minoranskiy<sup>1,2</sup>, Yu.V. Malinovskaya<sup>1,2</sup>, V.I. Dankov<sup>2</sup>, S.I. Kolesnikov<sup>1</sup><sup>1</sup>Southern Federal University, Rostov-on-Don, Russia,<sup>2</sup>Association "The Wild Nature of the Steppe", Rostov-on-Don, Russia

Миноранский Виктор Аркадьевич – доктор сельскохозяйственных наук, профессор, кафедра зоологии, Южный федеральный университет, пр. Стачки, 194/1, г. Ростов-на-Дону, 344090, Россия; председатель ассоциации «Живая природа степи», ул. Тельмана, 10, г. Ростов-на-Дону, 344011, Россия, e-mail: priroda.rostov@yandex.ru

Victor A. Minoranskiy - Doctor of Agricultural Sciences, Professor, Zoology Department, Southern Federal University, Stachki Ave, 194/1, Rostov-on-Don, 344090, Russia; Deputy Director for Science of the Association "The Wild Nature of the Steppe", Telmana St., 10, Rostov-on-Don, 344011, Russia, e-mail: priroda.rostov@yandex.ru

Малиновская Юлия Валерьевна – аспирант, кафедра экологии и природопользования, Южный федеральный университет, пр. Стачки, 194/1, г. Ростов-на-Дону, 344090, Россия; научный сотрудник, ассоциация «Живая природа степи», ул. Тельмана, 10, г. Ростов-на-Дону, 344011, Россия, e-mail: mgingerm@yandex.ru

Yulia V. Malinovskaya - Postgraduate, Department of Ecology and Natural Resources Management, Southern Federal University, Stachki Ave, 194/1, Rostov-on-Don, 344090, Russia; Researcher, Association "The Wild Nature of the Steppe", Telmana St., 10, Rostov-on-Don, 344011, Russia, e-mail: mgingerm@yandex.ru

Даньков Василий Иванович – директор, ассоциация «Живая природа степи», ул. Тельмана, 10, г. Ростов-на-Дону, 344011, Россия, e-mail: priroda.rostov@yandex.ru

Vasily I. Dankov - Head of Association "The Wild Nature of the Steppe", Telmana St., 10, Rostov-on-Don, 344011, Russia, e-mail: priroda.rostov@yandex.ru

Колесников Сергей Ильич – доктор сельскохозяйственных наук, профессор, кафедра экологии и природопользования, Южный федеральный университет, пр. Стачки, 194/1, г. Ростов-на-Дону, 344090, Россия, e-mail: kolesnikov@sfedu.ru

Sergey I. Kolesnikov - Doctor of Agricultural Sciences, Professor, Department of Ecology and Natural Resources Management, Southern Federal University, Stachki Ave, 194/1, Rostov-on-Don, 344090, Russia, e-mail: kolesnikov@sfedu.ru

**Цель работы.** Выяснение изменений в количестве и распределении стрепета (*Tetrax tetrax* Linnaeus, 1758) на территории заповедника «Ростовский» в XX–XXI вв. и причин их трансформации. **Место и методы работы.** Заповедник расположен в засушливых восточноевропейских степях. Авторы использовали собственные наблюдения с 1959 г. и публикации по *Tetrax tetrax* L. Материалы собраны с применением регулярных маршрутных методов и учета животных на отдельных площадках, а также анализа опубликованных сведений. **Результаты.** Стрепет является характерным степным видом, исторически обитавшим на Донской земле. Начиная с середины XX в. степи испытали глубокие антропогенные изменения, что оказало большое влияние на этот вид. В настоящее время стрепет в степной зоне является редким видом. Создание заповедника положительно отразилось на данном виде. В нем стрепет является

\* Работа подготовлена при финансовой поддержке Фонда грантов Президента Российской Федерации на развитие гражданского общества (проект № 19-2-021564) и при государственной поддержке ведущих научных школ Российской Федерации (НШ-2511.2020.11).

немногочисленным размножающимся видом, и его количество сдерживается рядом факторов. Интенсификация хозяйственной деятельности в регионе и аридизация климата заставляют совершенствовать природоохранную работу.

**Ключевые слова:** засушливые степи, заповедник «Ростовский», *Tetrax tetrax* L., климатические и антропогенные факторы, изменения.

**The purpose of the work.** Elucidation of changes in the number and distribution of little bustard (*Tetrax tetrax* Linnaeus, 1758) on the territory of the Rostov Nature Reserve in the 20th-21st centuries and the reasons for their transformation. **Place and methods of work.** The reserve is located in the arid Eastern European steppes. The authors used their own observations from 1959 and publications on *Tetrax tetrax* L. The materials are collected using regular route methods and animal tracking at individual sites, as well as analysis of published information. **Results.** The little bustard is a characteristic steppe species that historically lived on the Don land. Since the mid-twentieth century, the steppes have experienced deep anthropogenic changes, which have had a great impact on this species. Currently, the little bustard in the steppe zone is a rare species. The creation of the reserve has had a positive impact on this species. In it, the little bustard is a small breeding species, and its number is constrained by a number of factors. The intensification of economic activity in the region and the aridization of the climate make it necessary to improve environmental protection work.

**Keywords:** arid steppes, Rostov Nature Reserve, *Tetrax tetrax* L., climatic and anthropogenic factors, changes.

## Введение

В XIX–XX вв. донские степи подверглись сильному антропогенному воздействию. Это отрицательно повлияло на биоразнообразие, биоресурсы и привело ко многим негативным для людей последствиям, что заставляет изучать природные экосистемы, использовать их механизмы регуляции в антропогенной среде, сохранять редкие и исчезающие виды. Характерным обитателем степной зоны из птиц является стрепет (*Tetrax tetrax* Linnaeus, 1758). Еще в XIX в. он был на Дону охотничьим видом [1, 2]. В XX в. количество стрепета и районы его обитания сокращались. К настоящему времени этот вид является редким и внесен в Красные книги Ростовской области (РО) [3, 4], ряда других регионов страны, Российской Федерации [5] и Международного союза охраны природы [6].

Для сохранения степного биоразнообразия и его редких видов, включая стрепета, в 1995 г. создали заповедник «Ростовский». Его природоохранная деятельность позволила восстановить природные экосистемы. Заповедник вошел во Всемирную сеть биосферных резерватов – эталонных территорий, сохраняющих природное биоразнообразие и охватывающих всё разнообразие экосистем биосферы, позволяющих сверять по ним степень нарушенности территорий под антропогенным влиянием. Их сеть играет роль экспериментальных и демонстрационных площадок для отработки гармоничных форм сосуществования человеческого общества и природных экосистем. Важное направление деятельности резерватов – проведение мониторинга экосистем, установление происходящих в них изменений, выяснение причин этих изменений, разработка рекомендаций по оптимизации взаимоотношений людей с природой. Мониторинг особенно важен для редких животных, к которым относится *T. tetrax*.

На занимаемой заповедником «Ростовский» территории зоологические наблюдения начали проводиться задолго до его создания. После организации заповедника к работе привлекли ученых Ростовского государственного университета (далее РГУ, с 2006 г. Южный федеральный университет – ЮФУ), ассоциации «Живая природа степи», Южного научного центра РАН (ЮНЦ РАН), специалистов иных структур. Это содействовало оптимизации деятельности заповедника, в том числе и выполнению научной работы, позволяющей судить о роли заповедника в восстановлении природных экосистем, сохранении редких и полезных видов животных, включая стрепета, об изменениях численности их популяций, причинах этих изменений. Авторы настоящей статьи попытались проанализировать состояние данного вида в этом районе до и после создания заповедника, выяснить роль заповедника в сохранении стрепета и определить факторы, влияющие на его численность.

## Место и методы работы

Заповедник «Ростовский» организован 27.12.1995 на юго-востоке РО в Кумо-Маньчской впадине. Он находится на правом берегу озера Маньч-Гудило, включенного в 1994 г. в список водно-болотных угодий (ВБУ) международного статуса [7]. Район характеризуется жарким засушливым климатом, недостатком пресной воды, темно-каштановыми и каштановыми почвами с пятнами солонцов, травянистой растительностью пустынных степей [8, 9]. В прошлом данная территория использовалась исключительно для пастбищного животноводства. Приход во второй половине XX в. в эти районы пресной воды из Дона и Кубани способствовал развитию сельского хозяйства, прежде всего овцеводства. Неконтролируемое увели-

чение поголовья скота привело к деградации степей. Цель заповедника «Ростовский» – восстановление и сохранение степной биоты. Он занимает территорию 9531,5 га и состоит из 4 участков в Орловском и Ремонтненском районах РО. В Орловском районе на площади 74 350 га в 2000 г. создана охранная зона заповедника.

В природоохранную деятельность заповедника активно включилась ассоциация «Живая природа степи», создавшая в охранной зоне полевой стационар с вольерами и загонами для редких и ценных животных. К деятельности по восстановлению биоразнообразия степей были привлечены работники районных и областной администраций, специалисты науки и высшей школы, производства, бизнеса, общественные структуры [10]. Благодаря этой деятельности на антропогенно-опустыненных землях заповедника и его охранной зоны за короткий срок восстановились природные экосистемы, сформировался Манычский природный комплекс (далее МПК), а заповедник включили во Всемирную сеть биосферных резерватов (Мадрид, 03.02.2008). Как отмечает Л.Г. Емельянова [11], среди региональных аридных биомов России заповедник «Ростовский» относится к заповедникам с максимальным количеством охраняемых, включенных в Красные книги МСОП и РФ видов птиц.

Сбор материала по животному и растительному миру на территории, занимаемой современным МПК, ведется с середины XX в. [12]. В 90-е гг. XX в. – начале XXI в. его фауну и животное население авторы исследовали по заданиям заповедника, СОПР, минприроды РО, российской программе Wetlands International «ВБУ “Озеро Маныч-Гудило”», иных структур с целью составления их паспортов, описания, проведения мониторинга [3, 7, 8, 10, 13]. В последние десятилетия в МПК с использованием общепринятых методов исследования ведутся наблюдения за различными компонентами природы, включая птиц, специалистами заповедника и ассоциации, сотрудниками и студентами РГУ/ЮФУ, учеными ЮНЦ РАН, иных научных структур РО и других регионов (МГУ, РГАУ им. К.А. Тимирязева, ИПЭЭ им. А.Н. Северцова РАН, Институт географии РАН и др.). К важным объектам изучения относится стрепет. Регулярные маршрутные наблюдения на отдельных участках, входящих в современный МПК (заповедник и охранная зона), и учет птиц на отдельных участках позволили накопить сведения о состоянии этого вида в различные периоды на рассматриваемой территории.

При написании настоящей статьи были проанализированы личные регулярные исследования и полевые дневники авторов с 1959 г. в данном районе, опубликованные сведения о *T. tetrah*, наблюдения

сотрудников заповедника, летописи природы заповедника «Ростовский». Использована информация о встречах со стрепетами специалистов ассоциации, фермеров и чабанов. Количество размножающихся особей вида определялось по отмеченным гнездам с яйцами и взрослым птицам с птенцами.

## Результаты

В районах, где расположен современный заповедник, стрепет в XIX в. был многочисленным охотничьим видом. Посетив в 1868 г. ст. Великокняжескую (современный г. Пролетарск), Н.К. Черников [1] в этом районе наблюдал бесчисленные стада дроф (*Otis tarda* L.), стрепетов, которые беспрерывно встречались на десятках верст. Однако он же отмечал снижение количества птиц в результате интенсивного освоения степей людьми. В XX в. распашка земель под сельскохозяйственные культуры, увеличение поголовья скота, активная охота, другие антропогенные факторы привели к быстрому снижению численности и мест обитания этого вида. К 40–50-м гг. XX в. *T. tetrah* в РО местами был еще довольно обычен [14]. В районе современного МПК в 1959–1960 гг. его размножение не отмечено [12]. Усилившееся в последующие десятилетия антропогенное воздействие на экосистемы (обводнение и облесение этих р-нов, игнорирование норм выпаса и увеличение поголовья овец, др.) привело к антропогенному опустыниванию степей в этом районе [15, 16], что негативно отразилось на рассматриваемом виде.

Ко времени создания заповедника (1995 г.) на территории современного МПК изредка отмечались отдельные группы мигрирующих стрепетов и единичные случаи их размножения (4 гнезда). Организация природоохранной деятельности заповедника, снижение плотности населения и поголовья овец, восстановление травостоя, активная борьба с браконьерами и другие меры оказали положительное влияние на многие компоненты биоразнообразия, в том числе и на *T. tetrah*. В последние десятилетия на территории МПК стрепет является мигрирующим и размножающимся видом. В отдельные годы птицы отмечаются здесь в зимние месяцы, и порой сложно разобраться: зимовали они в этом районе или прилетели сюда в февральские и мартовские оттепели. Так, 09.02.2009 встречены 2 птицы сразу после освобождения водоемов от льда, что можно объяснить их зимовкой в этом районе или недалеко от него. Во II–III декадах декабря 2009 г. – январе 2010 г. погода была холодная, снежная и птицы в МПК не отмечались, а во второй половине февраля 2010 г. температура воздуха перешла к положительным значениям, и

28.02.2010 встречена стая из 8 стрепетов. В I декаде марта температура ночью опустилась до  $-5 \dots -8$  °С, степь покрылась слоем снега в 15–18 см, и стрепеты откочевали.

Основное количество стрепета весной появляется в марте-апреле. Держится он по 1, 2 или небольшими группами до 8 ос., редко до 20–30 и более птиц. Они наблюдаются преимущественно на целинных и залежных участках с довольно выровненной поверхностью и относительно невысокой растительностью. Здесь обычно происходит токование самцов, а позднее – гнездование стрепета. Токование отмечается во второй половине апреля – мае, реже – позднее, голоса отдельных самцов можно слышать до конца июня.

На изрезанных балками склонах возвышенностей, в сильно холмистой местности гнезда стрепета не наблюдались. Размножение на посевах культурных растений [17] в МПК не отмечено. В гнездовой период птицы очень осторожны. По земле они передвигаются быстро и при опасности могут искусно маскироваться даже среди редкой и чахлой растительности, плотно прижимаясь к земле. Самцы отводят людей от гнезд и взлетают. Гнезда представляют собой ямку со скудной подстилкой. В отличие от дрофы, у стрепета они могут располагаться на относительно небольшом расстоянии (100 м и более) друг от друга. Откладка яиц происходит с III декады апреля – в мае; реже они наблюдаются в июне. В кладке обычно 3–4 яйца, хотя, по литературным данным [14], бывает и большее их количество. В случае гибели яиц нередки повторные кладки. Гнезда *T. tetrah* отмечены на различных участках МПК (р-ны балок Хоревой, Тройная и Кужная, залива Балка Хоревая, хут. Стрепетов и Рунный, на Краснопартизанском и других участках заповедника). Обычно эти участки используются птицами для размножения в течение ряда лет. После рождения птенцов родители уводят их от гнезда. Насиживание яиц длится 20–22 дня, в возрасте 40 дней птенцы способны к полету [5]. Самки с пуховичками и начавшими оперяться птенцами наблюдались 02.06.2009 (3 птенца), 20.06.2008 (2), 21.06.2005 (3), 23.06.2006 (4), 30.06.2007 (4) и в иные даты. Птенцы средних и старших возрастов отмечены 01.07.2009 (3 птенца), 08.07.2005 (3), 22.07.2004 (4), 25.07.2004 (4) и т.д. В период кочевок, миграций птицы держатся на участках степей с естественной растительностью, посещают луговые участки, реже – распаханые земли с культурными растениями. В августе они встречаются в степи обычно небольшими группами, состоящими из 6–12 ос. (18.08.2000 – 6, 19.08.2006 – 12, 27.08.1996, 20.08.2006 и 30.08.2018 – 10 ос. и т.д.). Отмечаются единичные особи, пары (08.08.1998, 14.08.2002, 29.08.2006 и др.).

Небольшие группы птиц наблюдаются и в сентябре (15.09.2006 – 10 и 10, 19.09.2006 – 8, 29.09.2006 – 12 и 10 ос.). В этом месяце (15–16.09.2006 – 30, 22.09.2006 – 24 ос., др.) и в октябре (01.10, 16.10 и 18.10.2005 (по 40–50), 08–14.10.2007 (18–25) и т.д.) местные стрепеты часто объединяются в более крупные группы. К ним присоединяются прилетающие из других районов птицы, появляются большие стаи, которые обычно продолжают время кочуют по степи. С 3-й декады октября по середину ноября 2013 г. более 100 птиц (стаи по 15–20 ос., мелкие группы и одиночки держались на небольшой территории) наблюдались около Докторского пруда, после чего улетели до весны. Обычно встречаются группы, состоящие из десятков птиц. Редко они включают сотни особей (29.09.2005 – около 200 птиц, 2–3-я декады октября 2018 г. – 800, 3-я декада октября 2019 г. – 200 и 300 ос.).

В ноябре стаи *T. tetrah* наблюдаются относительно редко и не ежегодно (29.11.2000 – 60 ос., 02–09.11.2009 – 300, 26.11.2010 – 22, 30 и 28, 25.11.2016 – более 100, 04–05.11.2017 – 50 ос., 01.11.2020 – 50 ос., др.). Осень и зима 2006 г. были теплыми, птицы встречались часто на разных участках в течение всего ноября (13–17.11.2006 – 24–30 ос., 15.11.2006 – 40, 18.11.2006 – 40, 20.11.2006 – 30, 16 и 18, 21.11.2006 – 2, 22.11.2006 – 1, 29.11.2006 – 2 ос.). Теплыми они были и в 2019 г., но лишь небольшие группы птиц очень редко наблюдались в первой половине ноября.

На зиму все или большинство особей *T. tetrah* покидают территорию МПК. При благоприятных погодных и кормовых условиях небольшие группы могут здесь задерживаться до декабря. С декабря 2010 г. по март 2011 г. и с ноября 2011 г. по 24.03.2012 стрепеты в МПК отсутствовали. В холодный период 2013/2014 гг. последняя группа отмечена 07.12.2013 (30 ос.), и до конца марта 2014 г. птицы не встречались. Не наблюдались они в холодный период 2014/2015 гг. Зима 2018/2019 гг. была относительно теплой (оз. Маныч-Гудило не покрывалось льдом), но с 15.11.2018 до марта 2019 г. птиц в МПК никто не отмечал. Подобная ситуация имела место и в теплую зиму 2019/2020 гг. Чаще стрепеты с осени держатся до наступления холодов, а затем улетают на юг. Так, последнюю группу (15 ос.) отметили 24.12.2007 и до весны в МПК они не встречались (продолжительный холодный бесснежный период – с III декады декабря 2007 г. по I–II декаду января 2008 г., водоемы были покрыты льдом). В некоторые годы птицы в минимальном количестве отмечаются в МПК и в холодный период года. В теплую зиму 2003/2004 гг. (река Дон и оз. Маныч-Гудило не замерзали) их небольшие группы встречались в декабре – феврале. Зима 2005/2006 гг. была снежной

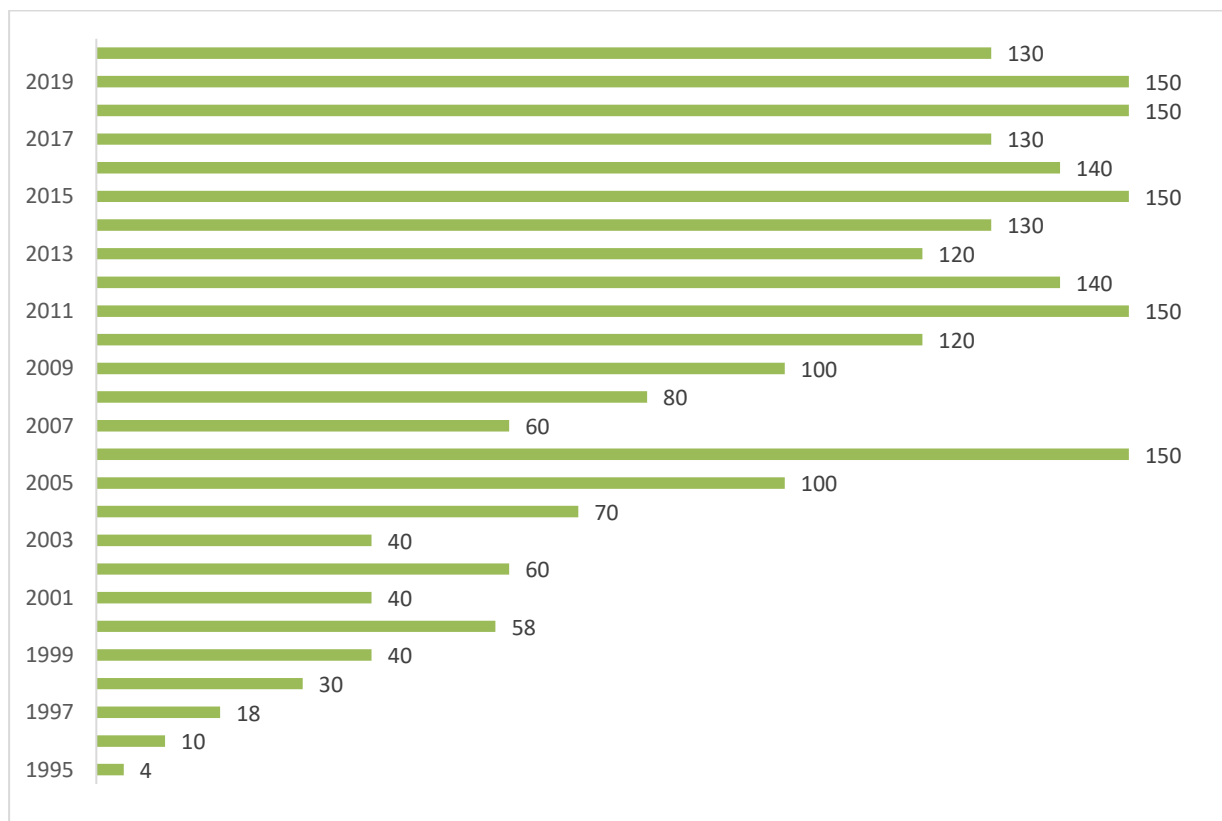
(высота снега доходила до 25–30 см) и холодной (температура воздуха опускалась до  $-25 \dots -30$  °С, водоемы замерзли), однако отдельные птицы здесь наблюдались (09.01.2006 – 2, 15.01.2006 – 2 ос.). В зиму 2006/2007 гг. стрепеты отмечены 02.12.2006 (30 шт.), 04.12.2006 (2), 18.12.2006 (4), 20.12.2006 (12), 21.02.2007 (18 и 26 ос.). В эту зиму 2 стрепета держались постоянно в течение всей зимы в окрестности хут. Рунного. В следующем году пара птиц здесь держалась с 17.11 по 24.12.2008, когда пошел снег, а температура упала до  $-2 \dots -5$  °С. Около кормушек ассоциации птицы (30) отмечены 06.12–09.12.2012, после чего они исчезли (с 13.12 по 21.12.2012 шел снег, температура опустилась до  $-8 \dots -11$  °С).

### Обсуждение

Со второй половины XIX в. до середины XX в. экосистемы донских степей, в том числе и на их маньчжурской территории, где находится современный заповедник «Ростовский», испытали глубокие изменения. Это привело к резкому падению здесь численности *T. tetrah*, переходу его из обычной охотничьей птицы в разряд исчезающих видов. Несмотря

на предпринятые в 60–80-е гг. XX в. меры по сохранению степного биоразнообразия (организация ООПТ, выпуск Красной книги и др.), крупномасштабные преобразования степей (обводнение, облесение, интенсификация сельского хозяйства и др.) не оказали заметного положительного влияния на стрепета. Не способствовали этому социальные и иные изменения в нашей стране в 90-е гг. XX в.

Создание заповедника «Ростовский» и его активная природоохранная деятельность позволили восстановить на территории природные экосистемы [10]. По мере восстановления травостоя в МПК происходили изменения в численности, местах обитания *T. tetrah*. Приводимые ниже цифровые данные не претендуют на абсолютную точность из-за сложности одновременного учета всех встречающихся в течение года стрепетов и, вероятно, несколько занижены, но они отражают основную ситуацию с количеством особей вида и тенденцию её изменений. Если в 1959–1962 гг. их размножение здесь не наблюдалось, то в 1995 г. отмечено 4 гнезда, в 1996 г. – уже 10, в последующие годы данное количество медленно увеличивалось (рисунок).



Количество гнезд стрепета на территории заповедника «Ростовский» и его охранной зоны в 1995–2020 гг. /  
The number of little bustard nests on the territory of the Rostov Nature Reserve and its protected area in 1995–2020

В 2000 г. была создана большая по площади охранный зона, где ввели природоохранный режим, запретили охоту, использовали иные приемы охраны природы. Это до 2004 г. способствовало возрастанию численности размножающихся птиц. Уже в 2005–2006 гг. количество гнезд достигло 100–150. С 2007 по 2011 г. эти цифры колебались от 60 до 150. В последующие годы они составляли 120–150, что свидетельствует о стабилизации количества размножающихся в МПК птиц. Судя по этому показателю и его колебаниям по годам, можно предположить, что к настоящему времени в МПК гнездится оптимальное для сложившихся здесь условий их количество.

Определенные изменения в численности *T. tetrax* в МПК отмечаются во время миграций. Общее количество наблюдаемых весной (в марте-апреле) птиц составляло в 1996–2000 гг. до 30–140, в 2001–2005 гг. – 100–220, в 2006–2010 гг. – 150–350, в 2011–2015 гг. – 300–400 и в 2016–2020 гг. – 300–400 ос. Здесь также прослеживаются увеличение с годами количества перелетающих особей и относительная стабилизация их в последнее десятилетие. Весной стрепеты наблюдаются в меньшем количестве по сравнению с осенними миграциями. Это позволяет говорить о прилете в МПК преимущественно птиц, размножающихся на данной и близлежащих территориях. В это время они спешат в места гнездования, их пролет на другие территории проходит быстро и, вероятно, преимущественно через Калмыкию и соседние районы.

По сравнению с весенними миграциями осенью *T. tetrax* использует МПК более продолжительное время. Значительные площади естественной растительности, отсутствие охоты и борьба с браконьерами позволяют птицам здесь успешно задерживаться на длительный срок, готовиться к перелетам и суровым зимним условиям местных особей. Сюда прилетают и стрепеты, гнездящиеся на смежных территориях Калмыкии, других районов. Осенью, в зависимости от погодных условий, в МПК чаще держится 500–1000, а в отдельные годы – до 5000 ос.

Численность встречающихся в МПК особей *T. tetrax* определяется общим количеством птиц, обитающих на территории европейской части России, аридизацией климата и многими другими условиями. Влияние погодных условий в различные сезоны года на стрепета отмечено выше. С апреля по сентябрь 2007 г. при высоких положительных температурах в МПК осадков практически не было и многие водоемы уже с весны оказались сухими. К середине мая растительность в степи была низкорослой и пожелтевшей, напоминая в другие годы таковую в июле-августе. В таком состоянии она оставалась до сентября, и кормовая ценность ее была

крайне низкой. Это негативно отразилось на ресурсах обычно массовых в степи растительноядных насекомых (Acridoidae, Cicadinea, Aphidinea, Diptera, Lepidoptera и др.), их энтомофагах (Aranei, Carabidae и т.д.), что отрицательно повлияло на численность пернатых. Количество гнезд стрепета и его птенцов нового поколения в МПК резко снизилось (рисунок). Немногочисленным оно было в 2007 г. и во время послегнездовых кочевков, в период осенней миграции. Большинство попадающих в этот период в МПК птиц обычно здесь надолго не задерживалось. Этот год оказал влияние на экологическую ситуацию территории и в последующие годы, в том числе, вероятно, повлиял и на падение количества гнездящихся стрепетов.

Аридизация климата привела к тому, что последние годы были засушливыми и жаркими. Особенно отличался этим 2020 г., что также повлияло на количество размножающихся птиц. Уже в июле многие степные водоемы были без воды, травостой высох и оставался таким в августе-октябре; стрепетов, как и многих других птиц, наблюдалось меньше обычного. На ряде участков за пределами заповедника скот рано съел и вытоптал сухую растительность, в результате образовались большие голые плешины (в Калмыкии и соседних районах овцы, КРС, другие животные остались без пастбищных кормов). Пыльная буря в конце сентября – начале октября (наиболее сильная 28.09–30.09.2020) захватила весь юг, и на Маныче приходилось наблюдать, как сильные порывы ветра на землях с вырубленными лесополосами срывали поверхностный слой почвы и, подняв его на большую высоту, переносили за сотни километров. При тщательных поисках птиц в МПК в это время удалось встретить менее 100 стрепетов.

Основными факторами, оказывающими воздействие на численность *T. tetrax*, остаются антропогенные. Одним из мест регулярного размножения стрепета является участок на северной стороне оз. Грузское в 30–100 м от проселочной дороги пос. Маныч – фермы стационара. Впервые размножение здесь стрепета отмечено в 2006 г. В 2007 г. было 1, в 2008–2009 гг. – 2, в 2010–2011 гг. – 3 гнезда. Птицы активно использовали этот участок и в послегнездовый период. Так, в сентябре – октябре 2010 г. здесь держались стаи из 43, 8, 12 и 12 птиц. В 2012 г. фермер из пос. Маныч, приобретя несколько сотен овец, использовал данный участок для их выпаса, и в течение года они сильно стравили на нем растительность. Животные не только изменяют экологическую ситуацию в местах размножения, но и губят кладки, птенцов. Стрепет перестал здесь гнездиться, хотя отдельные птицы весной (15.04.2012) и осенью (13.09.2012) на участке отмечались. Благодаря усилиям работников заповедника и ассоциации в 2013 г.



овцы было выведены из поселка. Потребовалось несколько лет для восстановления растительности. *T. tetrax* опять начал использовать данный участок для размножения с 2015 г. В 2015–2016 гг. здесь было по 1, в 2017–2018 гг. – по 2, в 2019 г. – 1 гнездо.

Еще более пагубно на стрепета влияет распашка степи. В 90-е гг. XX в. птицы начали осваивать для размножения участок степи в несколько сотен га к югу от визит-центра заповедника (охранная зона). К середине первого десятилетия XXI в. количество гнезд стрепета здесь доходило до 12–15. Во второй его половине этот участок был распахан и до сих пор используется под посевы зерновых и других культур. Птицы покинули территорию и не встречаются на ней до настоящего времени. Отмеченными факторами объясняется изменение количества стрепета во времени на отдельных участках, в том числе и в местах токования, размножения. За пределами заповедника ущерб популяции этого вида наносят браконьерская охота, сбор яиц и птенцов, что в пределах охранной зоны сведено до минимума.

Врагами *T. tetrax* являются волк (*Canis lupus* L.), шакал (*C. aureus* L.), корсак (*Vulpes corsac* L.), обыкновенная лисица (*Vulpes vulpes* L.), енотовидная собака (*Nuclereutes procyonoides* Gray), крупные хищные птицы. Однако заметного влияния их на численность стрепета в МПК мы не наблюдали, хотя отдельных погибших птиц находили. Степные пожары, охватывающие значительные площади, на территории МПК в период его существования отсутствовали.

На юге европейской части России основная масса стрепета держится в Калмыкии. Здесь он размножается во всех р-нах и является обычным видом. В 2000 г. количество гнездящихся птиц в Калмыкии было оценено в 4500 ос. [18]. Эта республика имеет важное значение для сохранения стрепета в европейских степях, так как основной пролет этих птиц идет через неё [19]. Во время миграций здесь пролетают десятки тысяч стрепетов, образуя в местах остановок скопления до 7000–8000 ос. [20]. МПК граничит с Калмыкией, и увеличение количества стрепета в заповеднике «Ростовский» и его окрестностях шло как в результате лучшего выживания местных размножающихся птиц, так и, вероятно, за счет переселения части особей из соседних территорий. Часть мигрирующих через Калмыкию птиц стала использовать территорию МПК. В отдельные годы осенью как и в Калмыкии, так и в МПК отмечаются его большие пролетные стаи.

На аридных территориях России в последнее десятилетие под влиянием аридизации климата и антропогенных факторов возрастают деградация и опустынивание земель [21, 22]. О.С. Безуглова и др. [23] изучают сейчас аридизацию климата для земель

РО, выражающуюся в увеличении числа дней с аномально высокими температурами и агроистощении, оценивают как территорию с риском потенциального опустынивания. Г.С. Куст с соавторами [22], используя индекс нейтрального баланса деградации земель (НБДЗ) для засушливых районов России (18 регионов) за период 2000–2015 гг., установил для РО наибольший показатель ухудшения земли (66,7 %) и минимальный (–57,3 %) индекс НБДЗ. В окрестности МПК в последние десятилетия происходят распашка степей, увеличение поголовья скота, широкое применение пестицидов и т.д. В степи уже встречаются участки деградированных земель, где вся растительность или большая её часть уничтожена овцами, КРС, лошадьми. Аридизация климата и игнорирование природоохранного законодательства негативно влияют на степные экосистемы и приводят к их деградации. Данная ситуация заставляет уделять повышенное внимание вопросам сохранения биоразнообразия и биоресурсов, использованию научно обоснованных систем ведения сельского хозяйства и охраны природы.

Многолетние наблюдения за *T. tetrax* свидетельствуют о наличии 5–6 участков за пределами МПК, где особи этого вида регулярно размножаются и держатся во время миграций. Находятся они на небольшом расстоянии от границ МПК и интенсивно не используются для сельскохозяйственных целей. Для сохранения и увеличения численности стрепета (и ряда других степных видов животных) эти участки заслуживают строгого охранного режима и присоединения их к заповеднику. В зоне сотрудничества заповедника в Ремонтненском р-не (здесь расположены участки заповедника Краснопартизанский и Цаган-Хар) режимы охраны природы не всегда соблюдаются. Необходима организация охранной зоны в Ремонтненском р-не. Заповедник и ассоциация неоднократно обращались в администрации РО и районов с просьбой присоединить новые участки к заповеднику и его охранной зоне. Однако эти попытки пока не увенчались успехом.

### Заключение

На территории современного заповедника «Ростовский» *T. tetrax* L. в прошлом был многочисленным видом. В XX в. в результате хозяйственной деятельности людей он стал редким, включенным в Красную книгу видом. Деятельность заповедника «Ростовский» положительно повлияла на *T. tetrax*. К настоящему времени в МПК стрепет является очень редко зимующим, обычным пролетным и немногочисленным гнездящимся видом. Он освоил все пригодные для обитания участки. Количество размножающихся, кочующих и мигрирующих птиц здесь

для сложившихся экологических условий, вероятно, является оптимальным. Их численность в основном определяется погодными условиями и антропогенными факторами.

Относительно небольшое количество размножающегося в МПК стрепета связано с особенностями организации заповедника и его структурой. При создании заповедника ему отвели сильно деградированные участки степи. Он имеет минимальную, разбитую на 4 находящихся через 5–25 км друг от друга обособленных участка, территорию. Охранная зона организована только в Орловском районе и охватывает два участка заповедника (Островной и Стариковский). Для более эффективной природоохранной деятельности заповедника в РО целесообразно расширение его территории и создание буферной зоны в Ремонтненском районе. Аридизация климата и интенсификация сельскохозяйственной деятельности в районе МПК в последнее десятилетие, вызывая эффект синергизма, усиливают негативное их действие на экосистемы, заставляя внедрять новые меры по сохранению и восстановлению биоразнообразия их отдельных компонентов.

#### Литература

1. Черников Н.К. Очерки ружейной охоты на задонских степях и по рекам Салу и Манычу // Природа и охота. 1881. Т. 2. С. 22–35.
2. Алфераки С.Н. Птицы Восточного Приазовья // Орнитол. вестн. 1910. № 2. С. 73–93.
3. Красная книга Ростовской области. Т. I: Редкие и находящиеся под угрозой исчезновения животные. Ростов н/Д.: Малыш, 2004. 364 с.
4. Красная книга Ростовской области. Т. I: Животные. 2-е изд. Ростов н/Д.: Минприроды Ростовской области, 2014. 280 с.
5. Красная книга Российской Федерации (Животные). М.: АСТ-Астрель, 2001. 864 с.
6. IUCN. 2018. The IUCN Red List of Threatened Species. Version 2018. URL: <https://www.iucnredlist.org/> (дата обращения: 10.10.2020).
7. Водно-болотные угодья России. Т. 6: Водно-болотные угодья Северного Кавказа / под ред. А.Л. Мищенко. М.: Wetlands International, 2006. 316 с.
8. Миноранский В.А., Чекин А. В. Государственный степной заповедник «Ростовский». Ростов н/Д.: ЦВВР, 2003. 129 с.
9. Панов В.Д., Базелюк А.А., Лурье П.М. Реки Западный и Восточный Маныч. Гидрография и режим стока. Ростов н/Д.: Донской изд. дом, 2009. 432 с.
10. Миноранский В.А., Даныков В.И., Толчеева С.В., Малиновская Ю.В., Безуглова Е.А. Ассоциация «Живая природа степи» и её роль в охране биоресурсов Дона. Ростов н/Д.: Foundation, 2015. 104 с.

11. Емельянова Л.Г. Оценка распространения редких видов птиц в региональных аридных биотомах России – основа для их охраны // Аридные экосистемы. 2019. Т. 25, № 1. С. 69–78.

12. Петров В.С., Миноранский В.А. Летняя орнитофауна озера Маныч-Гудило и прилегающих степей // Орнитология. 1962. № 5. С. 266–275.

13. Миноранский В.А., Демина О.Н. Особо охраняемые природные территории Ростовской области. Ростов н/Д.: ЦВВР, 2002. 372 с.

14. Дементьев Г.П., Мекленбурцев Р.Н., Судилова А.М., Спангенберг Е.П. Птицы Советского Союза. М.: Сов. наука, 1951. Т. II. 480 с.

15. Зонн И.С. Республика Калмыкия – Хальмг-Тангч – европейский регион экологической напряженности // Биота и природная среда Калмыкии. М.; Элиста: Коркис, 1995. С. 6–18.

16. Миноранский В.А., Габуница Э.Б. Уникальные экосистемы: озеро Маныч-Гудило. Элиста: Джангар, 2001. 239 с.

17. Федосов В.Н., Федосов А.В., Антончиков А.Н. Учет стрепета в Оренбургской области и перспективы его охраны // Степной бюл. 2017. № 49. С. 55–58.

18. Убушаев Б.И. О состоянии некоторых видов птиц Республики Калмыкия, занесенных в Красную книгу // Мир птиц. 2002. № 3. С. 15–17.

19. Близняк А.И. Охотничьи и редкие звери и птицы Калмыкии. Элиста: Калмыцкое книжн. изд-во, 2004. 126 с.

20. Красная книга Республики Калмыкия. Т. 1: Животные. Элиста: Джангар, 2013. 200 с.

21. Дедова Э.Б., Гольдварг Б.А., Цаган-Манджиев Н.Л. Дegradация земель Республики Калмыкия: проблемы и пути их восстановления // Аридные экосистемы. 2020. Т. 26, № 2 (83). С. 63–71.

22. Куст Г.С., Андреева О.В., Лобковский В.А. Нейтральный баланс деградации земель – современный подход к исследованию засушливых регионов на национальном уровне // Аридные экосистемы. 2020. Т. 26, № 2 (83). С. 3–9.

23. Безуглова О.С., Назаренко О.Г., Ильинская И.Н. Динамика деградация земель в Ростовской области // Аридные экосистемы. 2020. Т. 26, № 2 (83). С. 10–15.

#### References

1. Chernikov N. K. (1881). Essays on rifle hunting on the Zadonsk steppes and on the Sal and Manych rivers. *Priroda i okhota*, vol. 2, pp. 22-35. (in Russian).
2. Alferaki S.N. (1910). Birds of the Eastern Azov region. *Ornitol. vestn.*, No. 2, pp. 73-93. (in Russian).
3. *Red Book of the Rostov region. Vol. I: Rare and endangered animals.* (2004). Rostov-on-Don, Malysh Publ., 364 p. (in Russian).

4. *Red Book of the Rostov region. Vol. I: Animals.* (2014). 2nd ed. Rostov-on-Don, Ministry of Natural Resources of the Rostov Region Press, 280 p. (in Russian).
5. *Red Book of the Russian Federation (Animals).* (2001). Moscow, AST-Astrel Publ., 864 p. (in Russian).
6. IUCN. 2018. *The IUCN Red List of Threatened Species. Version 2018.* Available at: <https://www.iucnredlist.org/> (accessed October 10, 2020).
7. *Wetlands of Russia. Vol. 6: Wetlands of the North.* (2006). A.L. Mishchenko (Ed.). Moscow, Wetlands International Publ., 316 p. (in Russian).
8. Minoranskiy V.A., Chekin A.V. (2003). *Rostov State Steppe Reserve.* Rostov-on-Don, TSVVR Publ., 129 p. (in Russian).
9. Panov V.D., Bazelyuk A.A., Lurye P.M. (2009). *The rivers Zapadny and Vostochny Manych. Hydrography and flow regime.* Rostov-on-Don, Don Publishing House, 432 p. (in Russian).
10. Minoranskiy V.A., Dankov V.I., Tolcheeva S.V., Malinovskaya Yu.V., Bezuglova E.A. (2015). *Association "Living nature of the steppe" and its role in the protection of bioresources of the Don.* Rostov-on-Don, Foundation Publ., 104 p. (in Russian).
11. Emelyanova L.G. (2019). Assessment of the distribution of rare bird species in the regional arid biomes of Russia - the basis for their protection. *Aridnye ekosistemy*, vol. 25, No. 1, pp. 69-78. (in Russian).
12. Petrov V.S., Minoranskiy V.A. (1962). Summer avifauna of Lake Manych-Gudilo and adjacent steppes. *Ornitologiya*, No. 5, pp. 266-275. (in Russian).
13. Minoranskiy V.A., Demina O.N. (2002). *Specially protected natural territories of the Rostov region.* Rostov-on-Don, CVVR Publ., 372 p. (in Russian).
14. Dementiev G.P., Mecklenburtsev R.N., Sudilovskaya A.M., Spangenberg E.P. (1951). *Birds of the Soviet Union.* Moscow, Sovetskaya nauka Publ., vol. II, 480 p. (in Russian).
15. Zonn I.S. (1995). Republic of Kalmykia - Halmgtangch - European region of ecological tension. *Biota and natural environment of Kalmykia.* Moscow, Elista, Korkis Publ., pp. 6-18. (in Russian).
16. Minoranskiy V.A., Gabunshchyna E.B. (2001). *Unique ecosystems: Lake Manych-Gudilo.* Elista, Jangar Publ., 239 p. (in Russian).
17. Fedosov V.N., Fedosov A.V., Antonchikov A.N. (2017). Account of the little bustard in the Orenburg region and the prospects for its protection. *Stepnoi byul.*, No. 49, pp. 55-58. (in Russian).
18. Ubushaev B.I. (2002). Status of some species of birds of the Republic of Kalmykia, listed in the Red book. *Mir ptits*, No. 3, pp. 15-17. (in Russian).
19. Bliznyuk A.I. (2004). *Hunting rare animals and birds of Kalmykia.* Elista, Kalmyk Publishing House, 126 p. (in Russian).
20. *Red Book of the Republic of Kalmykia. Vol. 1: Animals.* (2013). Elista, Jangar Publ., 200 p. (in Russian).
21. Dedova E.B., Goldvarg B.A., Tsagan-Manjiev N.L. (2020). Land degradation of the Republic of Kalmykia: problems and ways of their restoration. *Aridnye ekosistemy*, vol. 26, No. 2 (83), pp. 63-71. (in Russian).
22. Kust G.S., Andreeva O.V., Lobkovsky V.A. (2020). Neutral balance of land degradation - a modern approach to the study of arid regions at the national level. *Aridnye ekosistemy*, vol. 26, No. 2 (83), pp. 3-9. (in Russian).
23. Bezuglova O.S., Nazarenko O.G., Ilinskaya I.N. (2020). Dynamics of land degradation in the Rostov region. *Aridnye ekosistemy*, vol. 26, No. 2 (83), pp. 10-15. (in Russian).

УДК 582.931.4 (470.57)

doi 10.18522/1026-2237-2021-1-122-126

## ИНТРОДУКЦИЯ ОХРАНЯЕМОГО ВИДА СИРЕНИ ВЕНГЕРСКОЙ (*SYRINGA JOSIKAEAE* JACQ.) НА ЮЖНОМ УРАЛЕ\*

© 2021 г. Н.В. Полякова<sup>1</sup><sup>1</sup>Южно-Уральский ботанический сад-институт Уфимского федерального исследовательского центра РАН, Уфа, Россия.

## INTRODUCTION OF A PROTECTED SPECIES HUNGARIAN LILAC (*SYRINGA JOSIKAEAE* JACQ.) IN THE SOUTH URAL

N.V. Polyakova

<sup>1</sup>South Ural Botanical Garden-Institute Ufa Federal Research Center, Russian Academy of Sciences, Ufa, Russia

Полякова Наталья Викторовна – кандидат биологических наук, ведущий научный сотрудник, Южно-Уральский ботанический сад-институт – обособленное структурное подразделение Уфимского федерального исследовательского центра РАН, ул. Менделеева, 195, корп. 3, г. Уфа, Республика Башкортостан, 450080, Россия, e-mail: barhan93@yandex.ru

Natalya V. Polyakova - Candidate of Biological Sciences, Leading Researcher, South Ural Botanical Garden-Institute, Ufa Federal Research Center, Russian Academy of Sciences, Mendeleeva St., 195, build. 3, Ufa, Republic of Bashkortostan, 450080, Russia, e-mail: barhan93@yandex.ru

Представлены результаты многолетнего интродукционного изучения сирени венгерской, эндемика Карпат и Трансильвании, культивируемой в Южно-Уральском ботаническом саду-институте УФИЦ РАН. В исследовании использовались фенологические данные 2005–2020 гг. Начало вегетации у сирени венгерской приходится на период с 14 по 30 апреля, цветение отмечается ежегодно в конце мая – начале июня. Продолжительность цветения за последние 5 лет (2015–2020 гг.) составила в среднем 16 дней, что на 6 дней короче периода цветения этого вида сирени в 2005–2009 гг. Вероятная причина сокращения периода цветения – изменение климата. Полное одревеснение побегов у сирени венгерской происходит во второй половине июля. В условиях Уфы у сирени венгерской отмечается ежегодное плодоношение (семена начинают созревать с 18 по 27 сентября), а также наличие самосева. Начало листопада (завершение вегетационного периода) по срокам совпадает с началом созревания семян. Все фенологические фазы сирени венгерской ежегодно сохраняют свою последовательность. Зимостойкость составляет обычно 1 балл (растения абсолютной зимостойки). Показатель фенологической атипичности равен –0,250, или 4 балла по Зайцеву, что означает полное соответствие фенологии вида климатическим условиям Уфы. Таким образом, интродукцию сирени венгерской на Южном Урале можно характеризовать как успешную и перспективную.

**Ключевые слова:** *Syringa josikaeae*, интродукция, фенология, зимостойкость, фенологическая атипичность, Южный Урал.

The results of a long-term introduction study of Hungarian lilac, an endemic of the Carpathians and Transylvania, cultivated in the South Ural Botanical Garden-Institute of the UFIC RAS, are presented. The study used phenological data from 2005–2020. The beginning of the growing season for Hungarian lilacs falls on the period from April 14 to 30, flowering is observed annually in late May and early June. The duration of flowering over the last 5 years (2015–2020) averaged 16 days, which is 6 days shorter than the flowering period of this type of lilac in 2005–2009. The likely reason for the shortened flowering period is climate change. Complete lignification of the shoots of Hungarian lilac occurs in the second half of July. In Ufa, Hungarian lilacs have fruiting (seeds begin to ripen from September 18 to 27), as well as the presence of self-seeding. The beginning of

\* Работа выполнена по программе фундаментальных исследований Президиума РАН «Биоразнообразие природных систем и биологические ресурсы России» и в рамках государственного задания ЮУБСИ УФИЦ РАН по теме АААА-А18-118011990151-7.

leaf fall (the end of the growing season) coincides in timing with the beginning of seed ripening. All phenological phases of Hungarian lilac retain their sequence every year. Winter hardiness is usually 1 point (plants are absolutely winter hardy). The phenological atypicality index is -0.250 or 4 points according to Zaitsev, which means that the phenology of the species is fully consistent with the climatic conditions of Ufa. Thus, the introduction of Hungarian lilac in the South Ural can be characterized as successful and promising.

**Keywords:** *Syringa josikaea*, introduction, phenology, winter hardiness, phenological atypicality, South Ural.

Представители рода *Syringa* L., включающего около 30 видов и более 2500 сортов [1], чрезвычайно популярны в озеленении и декоративном садоводстве. Чаще всего в озеленении повсеместно встречаются сирень обыкновенная (*Syringa vulgaris* L.) и сирень венгерская (*Syringa josikaea* Jacq.). Сирень обыкновенная и ее многочисленные сорта обычно составляют генофонд крупных коллекций ботанических садов и других научных учреждений. Сирень венгерская повсеместно используется в городском озеленении – от арктических до южных регионов Российской Федерации и сопредельных территорий [2–5].

Естественный ареал распространения сирени венгерской – Карпаты и Трансильвания, где этот вид является эндемиком. Ранее сирень венгерская занесена в Красную книгу СССР, в настоящее время – в Красную книгу Украины [6]. Имеет статус уязвимого вида, реликтовый вид с дизъюнктивным ареалом; численность сокращается за счет нарушения естественных местообитаний. Охраняется в Карпатском заповеднике, памятнике природы «Сирень карпатская» (Львовская область), в НПП «Ужанский». В таксономическом отношении сирень венгерская принадлежит к семейству маслиновых (Oleaceae Lindl.), секции волосистых сиреней (*Villosae* C.K. Schneid.). В природе представляет собой кустарник до 5 м высотой с прямыми коричневато-серыми ветвями, широкоэллиптическими листьями и верхушечными пирамидальными соцветиями светло-лилового цвета до 22 см длиной. Произрастает в долинах рек и на склонах гор на высоте 490–700 м над уровнем моря. Впервые введен в культуру около 1830 г. [7]. Сирень венгерская характеризуется морозостойкостью, засухо- и газоустойчивостью; кроме того, это единственный вид сирени, способный выносить чрезмерное увлажнение и близкое залегание грунтовых вод.

Коллекция сирени Южно-Уральского ботанического сада-института Уфимского федерального исследовательского центра РАН (далее – ЮУБСИ) существует с 40-х гг. XX в. и насчитывает в своем составе 16 видов и 260 сортов. На протяжении последних двух десятилетий на базе коллекции проводились комплексные интродукционные исследования по изучению перспективности видов и сортов сирени при интродукции в Башкирском

Предуралье [8–10]. Цель данной работы – представить результаты многолетней интродукции *Syringa josikaea* в условиях континентального климата Южного Урала.

### Объекты и методы исследования

Объект исследований – взрослые экземпляры сирени венгерской, достигшие генеративного состояния. В настоящее время в составе коллекции содержится 5 экземпляров, выращенных из семян, полученных в 1960 г. от растений местной репродукции. Интродукционное изучение осуществлялось в течение ряда лет (2005–2017). Фенологические наблюдения за сезонным ритмом развития проводятся ежегодно по общепринятым методикам [11]. Фиксируются данные по 9 фенологическим фазам: разverzание почек, начало роста вегетативных побегов, начало цветения, окончание цветения, окончание роста вегетативных побегов, начало одревеснения побегов, полное одревеснение побегов, начало созревания плодов, начало листопада. Зимостойкость определялась по шкале Главного ботанического сада [12]. Вычисление показателя фенологической атипичности проводилось по методике Г.Н. Зайцева [13].

### Результаты и обсуждение

Климат в районе исследований (Уфа, Башкирское Предуралье) умеренно континентальный. Характеризуется неустойчивостью по годам, значительной амплитудой колебаний, длительной суровой зимой, теплым жарким летом, частым приходом поздних весенних и ранних осенних заморозков. В Уфе среднемноголетняя температура воздуха – +3,0 ... +3,8 °С, средняя температура января – 12,4 ... –14,5 °С, абсолютный минимум достигает –48,5 °С. Средняя температура июля +19,5 °С (от +17,1 до +21,4 °С), абсолютный максимум зафиксирован на уровне +40 °С. Климат достаточно влажный: среднегодовое количество осадков составляет 500–590 мм, в том числе около 350 мм в теплый период (максимум приходится на июнь–июль). Снежный покров устанавливается в ноябре и держится в среднем 155 сут [14].

Каждая фенологическая фаза любого растения наступает при достижении определенных показателей климатических факторов. Такие показатели для сирени венгерской отображены в табл. 1.

Анализ данных фенологических наблюдений за последние 5 лет (2015–2020 гг.) показал, что начало вегетации у сирени венгерской приходится на период с 14 по 30 апреля (табл. 2). По данным дисперсионного анализа установлено, что на начало вегетации всех видов сирени коллекции ЮУБСИ, в том числе и сирени венгерской, существенно влияет фактор года (годовые изменения метеоусловий) ( $p < 0,001$ ). Цветение сирени венгерской в условиях Уфы начинается в конце мая – начале июня. Продолжительность цветения за последние 5 лет составила в среднем 16 дней. Сопоставив наши данные по фенологии за предыдущий период (2005–2009 гг.),

мы смогли сделать вывод, что ранее продолжительность цветения сирени венгерской составляла 22 дня [15]. Как следует из результатов исследований, полученных ранее [8], на продолжительность цветения сирени оказывают влияние как погодные условия определенного года, так и видовые особенности. Кроме того, известно, что чем выше температура и влажность воздуха, тем быстрее протекает период цветения. Таким образом, можно заключить, что изменение климата в регионе за последние годы привело к сокращению продолжительности цветения сирени венгерской в среднем на 5–6 дней.

Полное одревеснение побегов у сирени венгерской происходит во второй половине июля (табл. 2). Это свидетельствует о том, что растение полностью подготовилось к зимовке и может успешно пережить низкие температуры.

Таблица 1

**Показатели некоторых климатических факторов на начало фенофаз *Syringa josikaea* /  
Indicators of some climatic factors at the beginning of phenophases *Syringa josikaea***

Фенофаза	Средняя сумма положительных температур, °С	Средняя сумма осадков с января на начало фенофаз, мм
Развержение почек	106,7	161,5
Начало роста побегов	231,7	188,0
Начало цветения	614,9	236,4
Окончание цветения	981,7	286,8
Окончание роста вегетативных побегов	936,6	299,9
Начало одревеснения	1106,7	251,2
Полное одревеснение	1949,2	364,9
Начало созревания плодов	2604,9	463,6
Начало листопада	2448,5	450,8

Таблица 2

**Сроки наступления фенофаз *Syringa josikaea* за последние 5 лет /  
Timing of the onset of the phenophases of *Syringa josikaea* in the last 5 years**

Фенофаза	Фенодата					
	2015	2016	2017	2018	2019	2020
Развержение почек	30.04	14.04	27.04	28.04	18.04	19.04
Начало роста побегов	05.05	20.04	10.05	11.05	03.05	06.05
Начало цветения	30.05	30.05	05.06	12.06	27.05	30.05
Окончание цветения	09.06	15.06	20.06	22.06	07.06	12.06
Окончание роста вегетативных побегов	15.06	18.06	28.06	28.06	15.06	19.06
Начало одревеснения	19.06	22.06	04.07	03.07	20.06	22.06
Полное одревеснение	21.07	18.07	28.07	18.07	17.07	19.07
Начало созревания плодов	18.09	21.09	24.09	21.09	20.09	27.09
Начало листопада	18.09	18.09	29.09	29.09	27.09	25.09

В условиях Уфы сирень венгерская не только ежегодно цветет, но и завязывает плоды, что является признаком хорошей адаптации к климату региона. Кроме того, отмечается наличие самосева в радиусе

кроны взрослых кустов, что также свидетельствует о высокой жизнеспособности в климате Южного Урала. О начале созревания плодов у сирени можно судить по растрескиванию створок коробочки и их

окраске: из зеленых они становятся желто-коричневыми. У сирени венгерской начало созревания плодов происходит с 18 по 27 сентября. С этими же сроками совпадает начало листопада, т.е. завершение вегетационного периода. Все фенологические фазы сирени венгерской сохраняют свою последовательность из года в год.

В Башкирском Предуралье зима нередко протекает с оттепелями, что может отрицательно сказываться на состоянии даже зимостойких растений. Обычный балл зимостойкости сирени венгерской в Уфе составляет 1, что означает абсолютную зимостойкость. Но именно в годы с зимними оттепелями зимостойкость может падать до 2 баллов (подмерзают однолетние побеги), что в целом не сказывается отрицательно на общем состоянии растений. Однако данный факт относится только к старым кустам, молодые растения, вступившие в генеративный возраст, даже очень суровые зимы переносят хорошо.

Для дополнения представлений о соответствии климатических условий региона культивирования новых видов их сезонным ритмам служит показатель фенологической атипичности. Он представляет собой взаимосвязь фенологических фаз каждого отдельного вида между собой и степень опережения или отставания всего комплекса этих фенофаз от совокупности фенодат других видов. Числовое значение фенологической атипичности определяется по формуле, предложенной Г.Н. Зайцевым в ряде работ. При этом знак показателя атипичности указывает на опережение (знак «←») или запаздывание (знак «→») фенофаз относительно нормы. Показатель атипичности переводится в баллы – чем меньше числовое значение балла, тем больше возможности у растения адаптироваться в новых условиях. У сирени венгерской показатель фенологической атипичности в Уфе составляет – 0,250 и 4 балла, что означает нахождение этого вида в верхней половине области нормы (супернорма), и его феноритмы соответствуют условиям среды района интродукции.

### Выводы

1. В условиях г. Уфы сирень венгерская проходит полный цикл сезонного развития, сохраняет последовательность прохождения фенофаз, характеризуется ежегодным обильным цветением, высокой способностью к завязыванию плодов и наличию самосева, что служит доказательством ее хорошей адаптации к условиям интродукции.

2. Зимостойкость сирени венгерской в климате Южного Урала составляет 1–2 балла, что означает

высокую устойчивость к низким температурам в зимний период.

3. Показатель фенологической атипичности свидетельствует о полном соответствии феноритмов сирени венгерской климатическим условиям Южного Урала.

### Литература

1. Fiala J.L., Vrugtman F. Lilacs: A Gardener's Encyclopedia. Portland; London: Timber Press, 2008. 416 p.
2. Терещенко С.И. Интродукция и перспективы использования сирени венгерской в зеленом строительстве на юго-востоке Украины // Промышленная ботаника. Донецк, 2001. Т. 1. С. 98–101.
3. Видякина А.А., Семенова М.В. Фенологические наблюдения за развитием вегетативных и генеративных органов *Syringa josikaea* Jacq. в различных районах г. Тюмени // Вестн. экологии, лесоведения и ландшафтоведения. 2009. № 9. С. 142–145.
4. Морозова Д.А., Василевская Н.В. Палиноморфы *Syringa josikaea* при интродукции в арктическом климате // Вестн. Тверского гос. ун-та. Биология и экология. 2017. № 1. С. 175–183.
5. Солтани Г.А., Маляровская В.И., Кувайцев М.В. Интродукция представителей рода *Syringa* L. в зону влажных субтропиков России // Субтропическое и декоративное садоводство. 2020. № 73. С. 79–89.
6. Червона книга України. Рослинний світ. Київ: Глобалконсалтинг, 2009. С. 527.
7. Сааков С.Г. Род 4. Сирень – *Syringa* L. Род 5. Трескун – *Ligustrina* Rupr. // Деревья и кустарники СССР. М.; Л.: Изд-во АН СССР, 1960. Т. 5. С. 435–462.
8. Полякова Н.В., Путенихин В.П., Вафин Р.В. Сирени в Башкирском Предуралье: интродукция и биологические особенности. Уфа: Гилем, 2010. 170 с.
9. Полякова Н.В. Интегральная оценка перспективности видов рода *Syringa* L. в коллекции Уфимского ботанического сада // Изв. Уфимского науч. центра Российской академии наук. 2016. № 3. С. 70–73.
10. Полякова Н.В., Мурзабулатова Ф.К. Декоративные кустарники в ландшафтных композициях // Hortus Botanicus. 2017. № 12 (12). С. 761–771.
11. Методика фенологических наблюдений в ботанических садах СССР. М., 1975. С. 18–25.
12. Латин П.И., Александрова М.С., Бородин Н.А., Макаров С.Н., Петрова И.П., Плотникова Л.С., Сиднева С.В., Стогова Н.В., Шербацевич В.Д., Якушина Э.И. Древесные растения Главного ботанического сада АН СССР. М.: Наука, 1975. С. 18–19.
13. Зайцев Г.Н. Фенология древесных растений. М.: Наука, 1981. 120 с.
14. Путенихин В.П., Путенихина К.В., Шигапов З.Х. Кедр сибирский в Башкирском Предуралье и на Юж-

ном Урале: биологические и лесоводственные особенности при интродукции. Уфа: Башкирская энциклопедия, 2017. 248 с.

15. Полякова Н.В. Продолжительность цветения видов и сортов сирени в г. Уфа // Самарский науч. вестн. 2018. Т. 7, № 1 (22). С. 102–105.

#### References

1. Fiala J. L., Vrugtman F. (2008). Lilacs: A Gardener's Encyclopedia. Portland, London, Timber Press, 416 p.

2. Tereshchenko S.I. (2001). Introduction and prospects for the use of Hungarian Lilac in green building in the south-east of Ukraine. *Industrial botany*. Donetsk, vol. 1, pp. 98-101. (in Russian).

3. Vidyakina A.A., Semenova M.V. (2009). Phenological observations of the development of vegetative and generative organs of *Syringa josikaea* Jacq. in various districts of Tyumen. *Vestnik ekologii, lesovedeniya i landshaftovedeniya*, No. 9, pp. 142-145. (in Russian).

4. Morozova D.A., Vasilevskaya N.V. (2017). Palynomorphs of *Syringa josikaea* introduced in the arctic climate. *Vestnik Tverskogo gosudarstvennogo universiteta. Biologiya i ekologiya*, No. 1, pp. 175-183. (in Russian).

5. Soltani G.A., Malyarovskaya V.I., Kuvaitsev M.V. (2020). Introduction of representatives of the Genus *Syringa* L. into the humid subtropical zone of Russia. *Subtropicheskoe i dekorativnoe sadovodstvo*, No. 73, pp. 79-89. (in Russian).

6. *Red Book of Ukraine. Plant world*. (2009). Kiev, Globalconsulting Publ., p. 527. (in Ukrainian).

7. Saakov S.G. (1960). Genus 4. Lilac - *Syringa* L. Genus 5. Treskun - *Ligustrina* Rupr. *Trees and shrubs of the USSR*. Moscow, Leningrad, USSR Academy of Sciences Press, vol. 5, pp. 435-462. (in Russian).

8. Polyakova N.V., Putenikhin V.P., Vafin R.V. (2010). *Lilacs in the Bashkir Cis-Urals: introduction and biological features*. Ufa, Gilem Publ., 170 p. (in Russian).

9. Polyakova N.V. (2016). Integral assessment of the prospects of species of the genus *Syringa* L. in the collection of the Ufa Botanical Garden. *Izvestiya Ufimskogo nauchnogo centra Rossiiskoi akademii nauk*, No. 3, pp. 70-73. (in Russian).

10. Polyakova N. V., Murzabulatova F. K. (2017). Ornamental shrubs in landscape compositions. *Hortus Botanicus*, No. 12 (12), pp. 761-771. (in Russian).

11. *The methodology of phenological observations in the botanical gardens of the USSR*. (1975). Moscow, 78 p. (in Russian).

12. Lapin P.I., Aleksandrova M.S., Borodina N.A., Makarov S.N., Petrova I.P., Plotnikova L.S., Sidneva S.V., Stogova N.V., Sherbacevich V.D., Yakushina E.I. (1975). *Woody plants of the Main Botanical Garden of the USSR Academy of Sciences*. Moscow, Nauka Publ., pp. 18-19. (in Russian).

13. Zaytsev G.N. (1981). *Phenology of woody plants*. Moscow, Nauka Publ., 120 p. (in Russian).

14. Putenikhin V.P., Putenikhina K.V., Shigapov Z.H. (2017). *Siberian cedar in the Bashkir Cis-Urals and in the Southern Urals: biological and forestry features during introduction*. Ufa, Bashkirskaya Entsiklopediya Publ., 248 p. (in Russian).

15. Polyakova N.V. (2018). Duration of flowering of species and varieties of lilac in Ufa. *Samarskii nauchnyi vestnik*, vol. 7, No. 1 (22), pp. 102-105. (in Russian).



## НАУЧНАЯ ЖИЗНЬ

## SCIENTIFIC LIFE

doi 10.18522/1026-2237-2021-1-127-128

### **II МЕЖДУНАРОДНАЯ НАУЧНО-ПРАКТИЧЕСКАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ «БИОЛОГИЧЕСКОЕ РАЗНООБРАЗИЕ: ИЗУЧЕНИЕ, СОХРАНЕНИЕ, ВОССТАНОВЛЕНИЕ, РАЦИОНАЛЬНОЕ ИСПОЛЬЗОВАНИЕ» (г. Керчь, 28–30 сентября 2020 г.)**

### **II INTERNATIONAL SCIENTIFIC AND PRACTICAL CONFERENCE “BIOLOGICAL DIVERSITY: STUDY, SAVE, RESTORATION, RATIONAL USE” (Kerch, September 28-30, 2020)**

II Международная конференция «Биологическое разнообразие: изучение, сохранение, восстановление, рациональное использование» состоялась в Керченском государственном морском технологическом университете (КГМТУ). Как и прежде, её организатором стала кафедра водных биоресурсов и марикультуры КГМТУ, соорганизаторами – ассоциация «Живая природа степи», АзНИИРХ, Карадагская научная станция – заповедник РАН, заповедник «Опукский». Конференция планировалась на 27–30.05.2020, но в связи с эпидемической обстановкой по коронавирусу она была перенесена на 28–30.09.2020. В ней приняли участие представители вузов, научных центров, иных структур России, Абхазии, Белоруссии, Вьетнама, Донецкой народной республики, Казахстана, Турции, Узбекистана, Украины.

География участников в России охватила всю страну: от Калининграда (Балтийский ФУ) до Петропавловска-Камчатского (Камчатский филиал Тихоокеанского института географии ДВО РАН), от Архангельска (Северный ФУ) до Кавказа, Забайкалья, Владивостока. Среди них были представители ИПЭЭ РАН, ЮНЦ РАН, Института географии РАН, Института биологии южных морей, МГУ, СПбГУ, Крымского ФУ, ЮФУ, Севастопольского ГУ, Кубанского ГУ, Ярославского ГУ, Владимирского ГУ, многих других структур. В ней приняли участие работники заповедников («Воронежский», «Брянский лес», «Опукский», «Ростовский», др.) и иных особо

охраняемых природных территорий (ООПТ). Работа конференции проходила по различным направлениям – «Фундаментальная биология», «Наземные экосистемы», «Водные экосистемы», «Экологическое воспитание и образование» и «Биологическое разнообразие и благополучие населения».

Обращает на себя внимание участие в конференции большого количества научных организаций из северных, сибирских и дальневосточных регионов России (Северо-Восточный ФУ (г. Якутск), ФНЦ биоразнообразия ДВО РАН (Владивосток), Забайкальский, Тюменский, Томский и Сургутский ГУ, Тихоокеанский филиал ВНИРО (Владивосток) и т.д.). Это свидетельствует об активном развитии научных исследований по изучению биоразнообразия и биоресурсов, их сохранению и рациональному использованию в этих регионах. Сотрудниками ТюмГУ дана оценка биоразнообразию трансграничных территорий России и Казахстана в Западной Сибири, его охране в условиях изменения климата.

Большое количество участников рассматривали вопросы влияния климатических изменений и антропогенных факторов на экосистемы и их биоресурсы, разработки мероприятий, направленных на сохранение биоразнообразия (КГМТУ, ЮФУ, АзНИИРХ, НИИ прикладной экологии Севера, Полярный филиал ВНИРО и т.д.). Многие сообщения касались ООПТ, экологических сетей и Красных книг, их создания, функционирования, биоты и её элементов (растения, нематоды, насекомые, птицы и

др.), роли в сохранении биоразнообразия и биоресурсов (МГУ, СПбГУ, ЮФУ, УлГПУ, КЧГУ, Костанайский ГПУ, заповедники «Брянский лес», «Воронежский», «Карадагский», «Опукский», «Ростовский», др.). Отмечалось, что в ряде регионов по политическим и иным причинам происходят изменения законодательной базы ООПТ, сокращение площадей ООПТ, ликвидация памятников природы, иные преобразования, наносящие ущерб биоразнообразию и биоресурсам, негативно отражающиеся на благосостоянии населения. Особенно остро эта проблема стоит в степной зоне, где площади ООПТ минимальные, далеки от рекомендуемых учеными и специалистами.

Уделено внимание развитию и совершенствованию природоохранного законодательства, оптимизации управления комплексами животных отдельных территорий (КГМТУ), фиторекультивированию техногенных земель (Донецкий ботсад), разведению наземных животных в искусственных условиях, аквакультуре (включая марикультуру), многим другим вопросам. Рассмотрено действие на различные экосистемы и их биоразнообразие деградации земель, загрязнения воздуха, воды и почвы вредными отходами, изменений климата, возрастающих трудностей с пресной водой в южных районах, озеленения населенных пунктов и иных.

Многими сообщениями было представлено направление «Водные экосистемы». В нем приняли участие сотрудники Всероссийского НИИ рыбного хозяйства и океанографии, его Азово-Черноморского, Волжско-Каспийского, Волгоградского, Поллярного, Санкт-Петербургского и иных филиалов, КГМТУ, Каспийского морского научно-исследовательского центра и других структур. Всесторонне обсуждались проблемы биоразнообразия и биоресурсов (прежде всего, рыбных) практически всех морей и иных крупных водоемов России и ряда иных стран, дана оценка современному мировому рыболовству и его роли в обеспечении населения Земли белками животного происхождения.

Вопросы экологического воспитания и образования рассмотрены в сообщениях: «Фестиваль “Воспетая степь” как форма формирования экологических знаний, мышления и культуры у населения»

(ассоциация, ЮФУ), «Экологическое образование, наука, творчество – как залог успеха деятельности учреждения дополнительного образования в области познания и охраны природы Крыма» (Центр эколого-натуралистического творчества учащейся молодежи), «Представления современных студентов об экологической культуре как необходимом свойстве личности», «Основные подходы российского и немецкого экологического образования: перспективы применения зарубежного опыта в практике» и «Экологическое сознание студенческой молодежи» (СевГУ), «Использование интерактивных методов обучения в области охраны окружающей среды и экологической безопасности при формировании компетенций студентов в вузах» (КГМТУ) и др.

На конференции доклады широко обсуждались присутствующими, нередко возникали дискуссии и споры, которые продолжались и за пределами аудиторий. Участники обменялись информацией по обсуждаемым вопросам, наладили научные и деловые связи между разными структурами и специалистами.

Несмотря на сложную ситуацию по коронавирусу, конференция привлекла внимание большого количества специалистов из многих организаций всех регионов России и ряда зарубежных стран. Если в первой конференции участвовали 44 организаций и 114 докладчиков, то во второй – 74 и 285 соответственно, среди которых было 26 докторов и 110 кандидатов наук. Представленные на конференцию доклады опубликованы в сборнике материалов и размещены в системе РИНЦ, на сайте КГМТУ. Если сборник 2018 г. включал 424 с., то 2020 г. – уже 652 с. Все это свидетельствует об ухудшении экологической ситуации во многих районах, важности, сложности теоретических и практических проблем сохранения биоразнообразия и биоресурсов, их разумного регулирования и рационального использования. Они определяют развитие нашей и других стран, благосостояние население, прежде всего его здоровье. Участники конференции выразили благодарность КГМТУ и другим организаторам за высокий уровень её проведения и высказали пожелание продолжить их периодичность в дальнейшем.

**В.А. Миноранский,** доктор сельскохозяйственных наук, профессор, Южный федеральный университет

**А.В. Кулиш,** доцент, заведующий кафедрой водных биоресурсов и марикультуры, Керченский государственный морской технологический университет

**НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛ  
«ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ.  
СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ РЕГИОН. ЕСТЕСТВЕННЫЕ НАУКИ»**

Рецензируемый журнал «Известия вузов. Северо-Кавказский регион. Естественные науки» продолжает приём работ. Он имеет статус центрального издания и включён в перечень ВАК по следующим отраслям:

- физико-математические науки (математика, механика);
- науки о Земле.

Принимаются работы и по другим отраслям науки. Также печатаются материалы в разделах «Заметки о книгах», «Научная жизнь», «Штрихи к портрету».

Журнал издается с периодичностью 4 номера в год. С электронной версией можно ознакомиться на сайте Научной электронной библиотеки [http://elibrary.ru/title\\_about.asp?id=7362](http://elibrary.ru/title_about.asp?id=7362). Опубликованные статьи индексируются в российских и международных электронных библиотеках и наукометрических базах данных: РИНЦ (RSCI), РУКОНТ, «Киберленинка», ЭБС «Университетская библиотека онлайн», Ulrich, EBSCO, Chemical Abstracts. Журнал включен в Russian Science Citation Index на платформе Web of Science.

Авторы, сохраняя за собой авторские права на работу и передавая журналу «Известия вузов. Северо-Кавказский регион» право первой публикации, автоматически принимают на себя обязательство не печатать её ни полностью, ни частично в каком-либо издании без указания ссылки на оригинальную публикацию в этом журнале.

Издательские услуги оплачиваются организацией или автором после утверждения статьи на редколлегии.

Оформление работ осуществляется согласно правилам:

1. Представляется статья в электронном виде. Перед заголовком указать индекс УДК.
2. Текст должен быть набран в редакторе Microsoft Office Word 2000, 2003, 2007, 2010, 2016 через 1,5 интервала, шрифтом Times New Roman, размером 14 пт, страницы пронумерованы.
3. Сопроводительное или рекомендательное письмо, если статья представляется от организации. Экспертное заключение.
4. Полное название организации и ее адрес на русском и английском языках.
5. Сведения об авторах с указанием адреса, по которому будет вестись переписка, на русском и английском языках.
6. Название статьи и фамилии авторов на русском и английском языках.
7. Аннотация на русском и английском языках (1000–1500 знаков / 150–200 слов).
8. Ключевые слова на русском и английском языках (8–10 слов).

Журнал распространяется по подписке через Объединённый каталог «Пресса России». Подписной индекс – 70415 (подписка на полугодие). В неподписной период отдельные номера журнала за нынешний и прошлые годы можно приобрести в редакции.

Адрес для переписки: 344006, г. Ростов-на-Дону, ул. Б. Садовая, 105/42, ЮФУ, редакция журнала «Известия вузов. Северо-Кавказский регион. Естественные науки».

Тел./факс главной редакции (863) 218-40-00, добавочный 11-093, 11-094.

E-mail: [izvestiya@sfedu.ru](mailto:izvestiya@sfedu.ru)

Адрес в Интернете: [www.izvestiya.sfedu.ru](http://www.izvestiya.sfedu.ru)